2024-2025学年江苏省南京市鼓楼区九年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1.（2分）在比例尺为1：400000的地图上，两处景点的距离为8cm，则这两处景点的实际距离为（　　）

A．3.2km　　B．32km　　C．5km　　D．50km

2.（2分）三角形内切圆的圆心是（　　）

A．三条高的交点

B．三条中线的交点

C．三条角平分线的交点

D．三条边的垂直平分线的交点

3.（2分）如表是某班35位同学在实验操作中的得分情况：

得分（分）	5	6	7	8	9	10
人数（人）	2	3	5	♦	★	7

已知这35位同学实验操作得分的中位数和众数都是9分，成绩得8分的超过6人，则成绩得9分的人数是（　　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．12

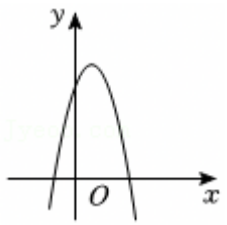
4.（2分）已知二次函数的图象经过点（﹣1，0），（1，0），（2，m）且存在最高点．请在下列选项中选出一个m的值，使其所对应的函数图象最高点的纵坐标最小．（　　）

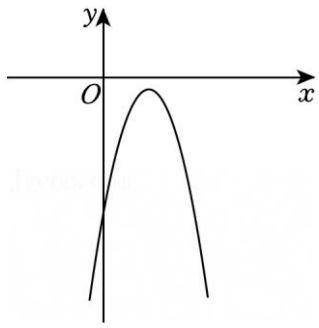
A．﹣2　　B．﹣1　　C．1　　D．2

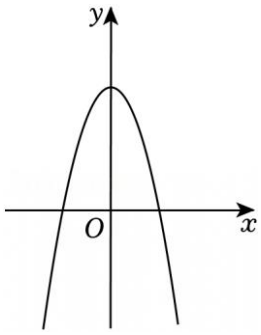
5.（2分）已知线段AB=11，则平面内与点A的距离为5，且与点B的距离为6的直线有（　　）

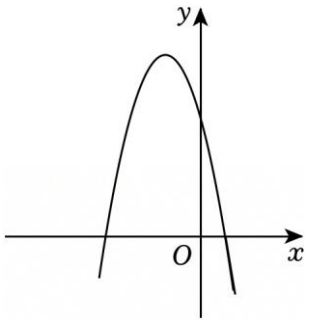
A．1条　　B．2条　　C．3条　　D．4条

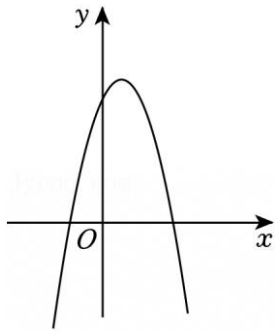
6.（2分）已知二次函数$y=ax^2+(b+1)x+c$的图象如图所示，则函数$y=ax^2+bx+c$的图象可能是（　　）



A. 

B. 

C. 

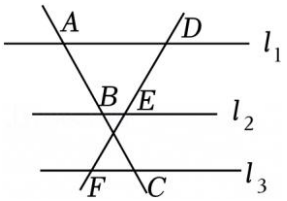
D. 

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置上）

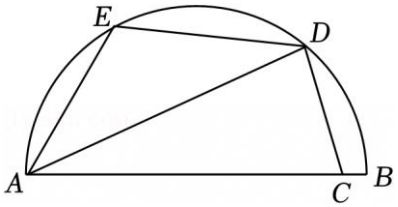
7.（2 分）若 $3a=-2b$，则$\frac{a}{b}$的值为 _____ .

8.（2 分）方程 $x^2=4x$ 的解是_____ .

9.（2 分）如图，$l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$，$\frac{AB}{BC}=\frac{3}{2}$，$DE=6$，则 $DF=$_____ .



10.（2 分）如图，以 AB 为直径的半圆经过$\triangle ADE$ 的顶点 D，E，点 C 在 AB 上，$AC=AD$，若$\angle ADC=80°$，则$\angle AED=$ _____ °.



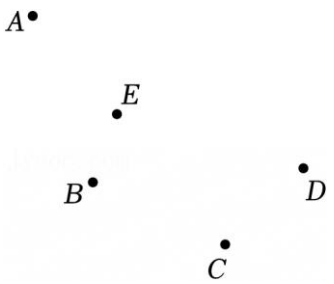
11.（2 分）已知关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根为$\sqrt{2}+1$和$\sqrt{2}-1$，则 $c=$ _____ .

12.（2 分）某村 2022 年，2024 年水稻的平均每公顷产量分别为 7200kg，8450kg，设该村水稻每公顷产量的年平均增长率为 x，则可列方程 _____ .

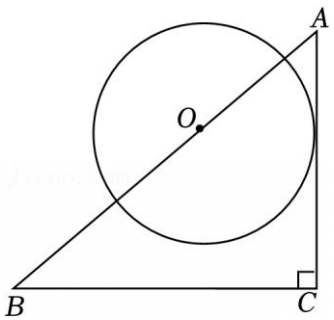
13．（2 分）甲、乙、丙三人各自通过 *APP* 买到了某演唱会门票，三张票的座位是连续的，记甲乙座位相邻的概率为 P_1，甲乙座位不相邻的概率为 P_2，则 P_1_____ P_2．（填“＞”“＜”或“＝”号）

14．（2 分）一个圆锥的主视图是边长为 6 的等边三角形，则该圆锥侧面展开图的面积是 _____ ．

15．（2 分）平面内 *A*，*B*，*C*，*D*，*E* 五个点如图．过点 _____ 所作的圆的半径最大．（从中选填三个点）



16．（2 分）如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝3，*BC*＝4，以边 *AB* 上一点 *O* 为圆心，作⊙*O* 与边 *AC* 相切，若⊙*O* 与边 *BC* 只有一个公共点，则 *OA* 的取值范围是 _____ ．



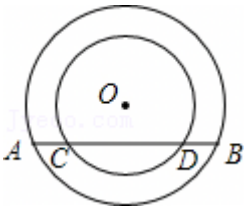
三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（8 分）解下列方程：

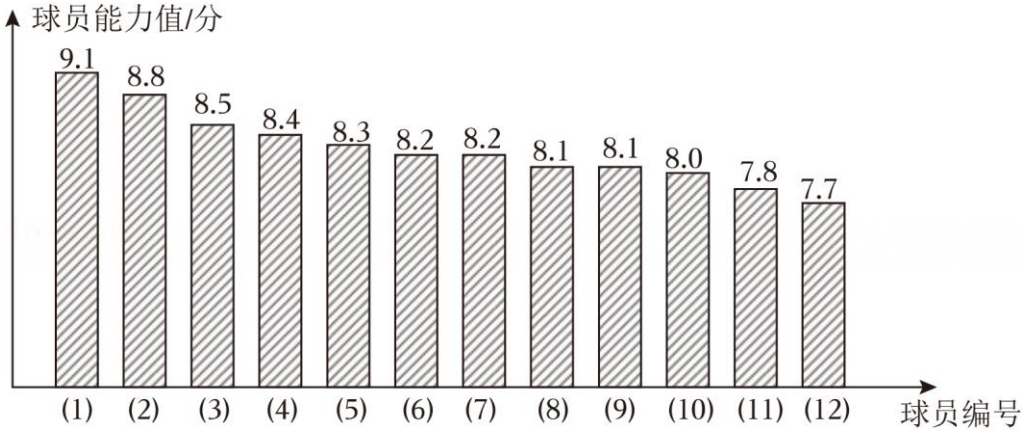
（1）$x^2 - 4x - 3 = 0$；

（2）$(x - 2)^2 = (2x+3)^2$.

18．（6 分）如图，在以点 *O* 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 *AB* 交小圆于点 *C*、*D*，求证：*AC*＝*BD*.



19.（8 分）某足球兴趣小组共有 12 名球员，每位球员能力值如下：



根据统计图回答问题：

（1）这 12 名球员能力值的中位数是 _____ 分，众数是 _____ 分．

（2）将这 12 名球员分成 *A*，*B* 两组，准备进行对抗练习，具体方案如下：

	A 组球员编号	*B* 组球员编号
方案 *I*	（1），（2），（3），（4），（5），（6）	（7），（8），（9），（10），（11），（12）
方案II	（1），（2），（3），（10），（11），（12）	（4），（5），（6），（7），（8），（9）
方案III	（1），（4），（5），（8），（9），（12）	（2），（3），（6），（7），（10），（11）
方案 *IV*	（1），（3），（5），（8），（10），（12）	（2），（4），（6），（7），（9），（11）

①方案 *I* 中，球员能力值更稳定的是 _____ .（填“*A* 组”“*B* 组”或“一样”）

②若 *A*，*B* 两组球员能力值的平均数和方差都接近，则认为组内对抗的实战价值更优．在这四个分组方案中，组内对抗的实战价值最优的方案是 _____ .（填“I”“II”“III”或“IV”）

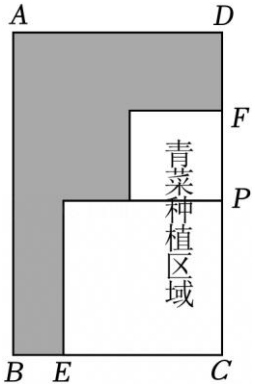
20.（8 分）（1）不透明的袋子中装有 3 个编号分别为 1，2，3 的小球，这些球除编号外无其他区别．从袋子中随机摸出 2 个球，求它们编号之和是偶数的概率．

（2）不透明的袋子中装有 9 个编号分别为 1，2，3，4，5，6，7，8，9 的小球，这些球除编号外无其他区别．从袋子中随机摸出 8 个球，它们编号之和是偶数的概率为 _____ .

21.（7 分）矩形种植区域 $ABCD$ 如图所示，$AB=75$ 米，$BC=50$ 米．现计划从中开垦出两个正方形区域用于种植青菜，其余区域种植胡萝卜，已知 $BE=DF$，胡萝卜种植区域的面积是原矩形区域面积的一半，设 $DF=x$ 米．

（1）$EC=$ _____ 米（用含 x 的代数式表示），$FP=$ _____ 米；

（2）求 DF 的长．



22.（7 分）已知二次函数 $y=(x+2)(x-m)$（m 为常数）．

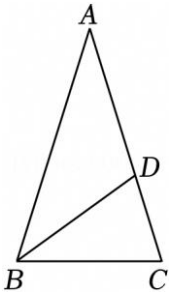
（1）该函数的图象的顶点坐标是 _____ ．（用含 m 的代数式表示）

（2）已知 $A(-1, y_1)$，$B(3, y_2)$ 是该函数图象上的点．若 $y_1<y_2$，求 m 的取值范围．

23.（8 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，BD 是△ABC 的角平分线．

（1）求证△CBD∽△CAB；

（2）若 $AB=1$，求 AD 的长．



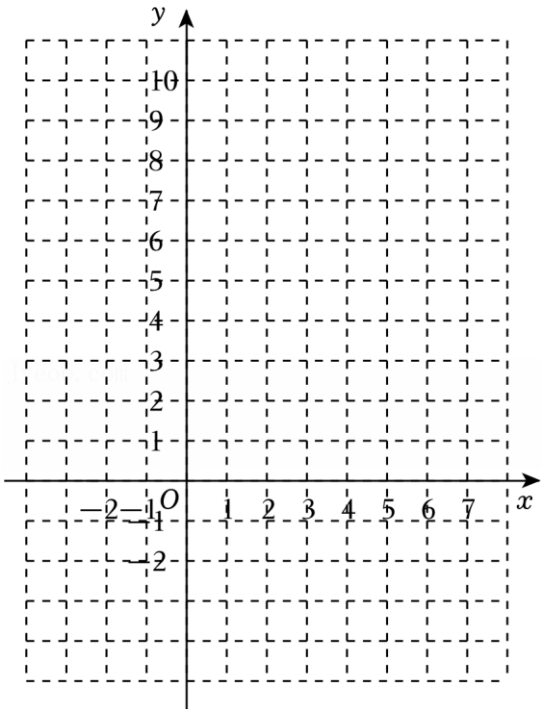
24.（9 分）已知二次函数 $y_1=ax^2+bx+c$，y_1 与 x 的部分对应值如表：

x	…	﹣2	﹣1	0	1	…	6	…
y_1	…	﹣7	0	5	8	…	﹣7	…

（1）求该二次函数的表达式，并在给定的平面直角坐标系中画出该函数的图象．

（2）结合图象，直接写出当 $y_1>0$ 时，x 的取值范围是 _____ ．

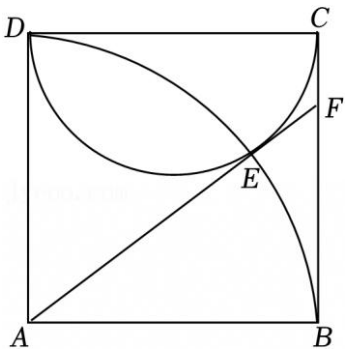
（3）在该平面直角坐标系中描出函数 $y_2=\sqrt{ax^2+bx+c}$ 的图象．



25.（8 分）如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，以点 A 为圆心，AB 为半径画弧，交以 CD 为直径的半圆于点 E，连接 AE 并延长，交 BC 于点 F．

（1）判断 AE 与半圆的位置关系，并说明理由．

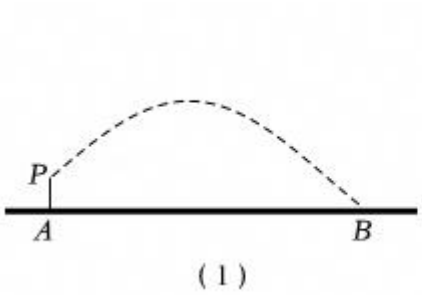
（2）若 $AB=6$，求 CF．



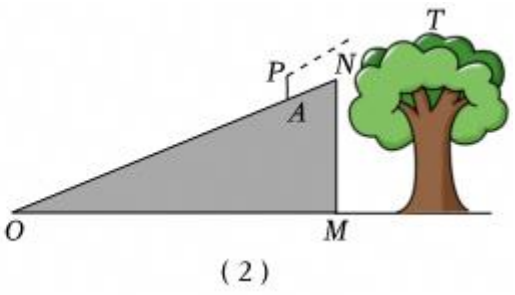
26.（8 分）如图（1），一台移动喷灌设备喷出的水流可以近似的看作是形状不变的抛物线，喷水头的高度（即 PA 的长）是 $1m$．当喷出的水流与 PA 的水平距离为 $6m$ 时，达到最大高度 $5m$．

（1）求水流喷出的最远水平距离 AB．

（2）斜坡 ON 如图（2）所示，斜坡的水平距离（即 OM）为 $27m$，竖直高度（即 MN）为 $9m$，一株高 $12m$ 的大树在斜坡前方，大树顶端 T 与 MN 所在直线的距离为 $6m$．若要使该移动喷灌设备喷出的水流刚好经过大树的顶端 T，求该设备与坡底的距离 OA．



（1）



（2）

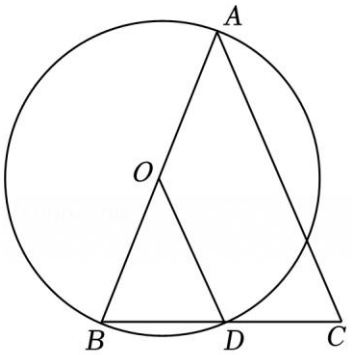
27.（11 分）（1）如图（1），在△ABC 中，$AB=AC$，以 AB 为直径作⊙O，交 BC 于点 D，连接 OD．

求证 $OD \parallel AC$．

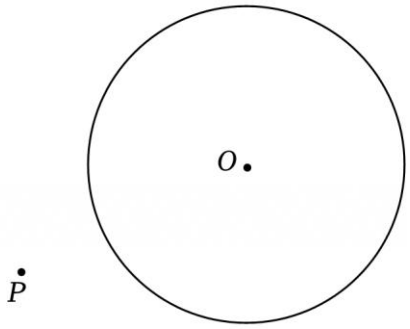
（2）已知点 P，⊙O 的位置如图（2）所示．

①若过点 P 的直线 l 与⊙O 有两个交点 M，N，用两种不同的方法求作直线 l，使得 $PM=MN$．（要求：*i*．用直尺和圆规作图；*ii*．保留作图的痕迹，写出必要的文字说明．）

②设⊙O 的半径为 r，改变点 P 的位置，①中求作的直线 l 可能不存在．请直接写出直线 l 存在时对应的 OP 的取值范围．（用含 r 的代数式表示）



（1）



（2）

2024-2025学年江苏省南京市鼓楼区九年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一．选择题（共6小题）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	B	C	C	B	C	B

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1.（2分）在比例尺为1：400000的地图上，两处景点的距离为8*cm*，则这两处景点的实际距离为（　　）

A．3.2*km*　　B．32*km*　　C．5*km*　　D．50*km*

【解答】解：设这两处景点的实际距离为x厘米，

则：1：400000＝8：x，

解得x＝3200000，

3200000厘米＝32千米.

故选：*B*.

【点评】本题考查了比例尺，要求能够根据比例尺由图上距离正确计算实际距离，注意单位的换算.

2.（2分）三角形内切圆的圆心是（　　）

A．三条高的交点

B．三条中线的交点

C．三条角平分线的交点

D．三条边的垂直平分线的交点

【解答】解：因为三角形的内心是三角形三个内角角平分线的交点.

故选：*C*.

【点评】本题考查了三角形的内切圆与内心，解决本题的关键是掌握三角形的内心就是三角形三个内角角平分线的交点.

3.（2分）如表是某班35位同学在实验操作中的得分情况：

得分（分）	5	6	7	8	9	10
人数（人）	2	3	5	♦	★	7

已知这35位同学实验操作得分的中位数和众数都是9分，成绩得8分的超过6人，则成绩得9分的人

数是（　　）

A．9　　B．10　　C．11　　D．12

【解答】解：设得 8 分的人数为 x，9 分人数为 y，

则 $x+y=18$，且 $x>6$，

所以当 $x=7$ 时，$y=11$，此时中位数为 9 分，众数为 9 分，符合题意；

当 $x=8$ 时，$y=10$，此时中位数为 8 分，不符合题意；

当 $x=9$ 时，$y=9$，此时中位数为 8 分、众数为 8 分和 9 分，不符合题意；

故成绩得 9 分的人数是 11 人，

故选：*C*.

【点评】本题主要考查众数和中位数，解题的关键是掌握众数和中位数的定义求解即可.

4．（2 分）已知二次函数的图象经过点（﹣1，0），（1，0），（2，m）且存在最高点．请在下列选项中选出一个 m 的值，使其所对应的函数图象最高点的纵坐标最小．（　　）

A．﹣2　　B．﹣1　　C．1　　D．2

【解答】解：∵二次函数的图象经过点（﹣1，0），（1，0），（2，m）且存在最高点，

∴二次函数的图象开口向下，对称轴为 y 轴，$m<0$，

∴设 $y=a(x-1)(x+1)$，

代入（2，m）得，$m=3a$，

∴$a=\frac{1}{3}m$，

∴$y=\frac{1}{3}m(x-1)(x+1)=\frac{1}{3}mx^2-\frac{1}{3}m$，

∴顶点的纵坐标为 $y=-\frac{1}{3}m$，

∵$-\frac{1}{3}<0$，

∴纵坐标 y 随 m 的增大而减小，

∵$m<0$，

∴在四个选项中，$m=-1$ 时，纵坐标的值最小，

故选：*B*.

【点评】本题考查了二次函数 的最值，二次函数图象上点的坐标特征，能够理解题意得出 y 与 m 的关系式是解题的关键.

5．（2 分）已知线段 $AB=11$，则平面内与点 A 的距离为 5，且与点 B 的距离为 6 的直线有（　　）

A．1 条　　B．2 条　　C．3 条　　D．4 条

【解答】解：作一个以点 A 为圆心，以 5 为半径的圆，以 B 为圆心，以 6 为半径的圆，

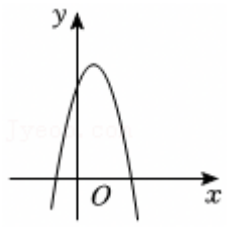
因为 $AB=11$，

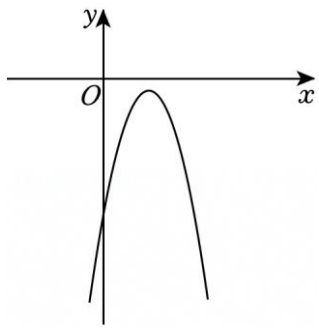
所以两圆有一个交点，故圆 A 和圆 B 相切，其切线有 3 条．

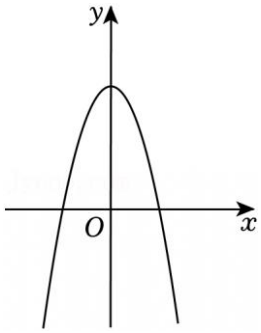
故选：C．

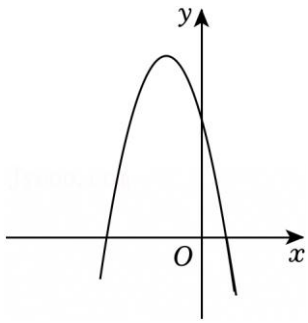
【点评】本题考查了两点之间的距离，直线定义，圆与圆的位置关系，掌握两点之间的距离，直线定义，圆与圆的位置关系是解题的关键．

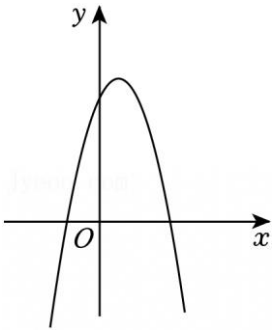
6．（2 分）已知二次函数 $y=ax^2+(b+1)x+c$ 的图象如图所示，则函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可能是（　　）



A．

B．

C．

D．

【解答】解：根据二次函数 $y=ax^2+(b+1)x+c$ 图象得出 $a<0$，$c>0$，

$\therefore -\frac{1}{2a}>0$，

$\therefore -\frac{b}{2a}-\frac{1}{2a}>-\frac{b}{2a}$，即 $-\frac{b+1}{2a}>-\frac{b}{2a}$，

$\therefore$抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的对称轴在抛物线 $y=ax^2+(b+1)x+c$ 对称轴的左侧，

设抛物线 $y=ax^2+(b+1)x+c$ 与 x 轴有两个交点为（x_1，0），（x_2，0），

∵$x_1<0$，$x_2>0$，$|x_1|<|x_2|$，

∴直线 $y=-x$ 与抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的两点交点的横坐标为 x_1，x_2，且 $x_1<0$，$x_2>0$，$|x_1|<|x_2|$，

∴函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象可能是 B，

故选：B.

【点评】本题主要考查了二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数性质是关键.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置上）

7.（2 分）若 $3a=-2b$，则$\frac{a}{b}$的值为 $-\frac{2}{3}$.

【解答】解：∵$3a=-2b$，

∴$\frac{a}{b}=-\frac{2}{3}$,

故答案为：$-\frac{2}{3}$.

【点评】本题考查了比例的性质，熟练掌握比例的性质是解题的关键.

8.（2 分）方程 $x^2=4x$ 的解是 0 或 4 .

【解答】解：原方程可化为：$x^2-4x=0$，

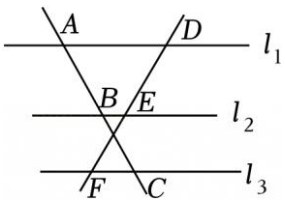
∴$x(x-4)=0$

解得 $x=0$ 或 4；

故方程的解为：0，4.

【点评】本题考查了一元二次方程的解法，解一元二次方程常用的方法有直接开平方法，配方法，公式法，因式分解法，要根据方程的特点灵活选用合适的方法，此题方程两边公因式较明显，所以本题运用的是因式分解法.

9.（2 分）如图，$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，$\frac{AB}{BC}=\frac{3}{2}$，$DE=6$，则 $DF=$ 10 .



【解答】解：∵$\frac{AB}{BC}=\frac{3}{2}$,

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{3}{5}$,

∵$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，

∴$\frac{DE}{DF}=\frac{AB}{AC}$,

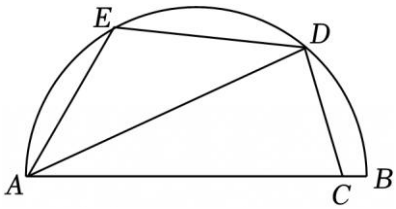
$\therefore \frac{6}{DF}=\frac{3}{5}$,

$\therefore DF=10$

故答案为：10．

【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理，掌握平行线分线段成比例定理是关键．

10．（2 分）如图，以 AB 为直径的半圆经过$\triangle ADE$ 的顶点 D，E，点 C 在 AB 上，$AC=AD$，若$\angle ADC=80°$，则$\angle AED=$ 110 °．



【解答】解：如图，连接 BD，

在$\triangle ADC$ 中，$AC=AD$，$\angle ADC=80°$，

$\therefore \angle ACD=\angle ADC=80°$，

$\therefore \angle DAC=180°-80°\times 2=20°$，

$\because AB$ 是半圆的直径，

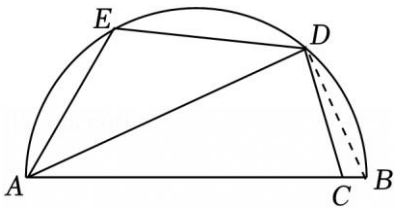
$\therefore \angle ADB=90°$，

$\therefore \angle ABD=90°-20°=70°$，

$\because$四边形 $ABDE$ 为圆内接四边形，

$\therefore \angle AED=180°-\angle ABD=180°-70°=110°$，

故答案为：110．



【点评】本题考查的是圆内接四边形的性质、圆周角定理，熟记圆内接四边形的对角互补是解题的关键．

11．（2 分）已知关于 x 的方程 $x^2+bx+c=0$ 的两根为$\sqrt{2}+1$和$\sqrt{2}-1$，则 $c=$ 1 ．

【解答】解：由根与系数的关系得：$c=(\sqrt{2}+1)\times(\sqrt{2}-1)=1$，

故答案为：1．

【点评】本题主要考查一元二次方程的性质，熟练掌握根与系数的关系是关键．

12．（2 分）某村 2022 年，2024 年水稻的平均每公顷产量分别为 7200kg，8450kg，设该村水稻每公顷产量的年平均增长率为 x，则可列方程 $7200(1+x)^2=8450$ ．

【解答】解：根据题意得：

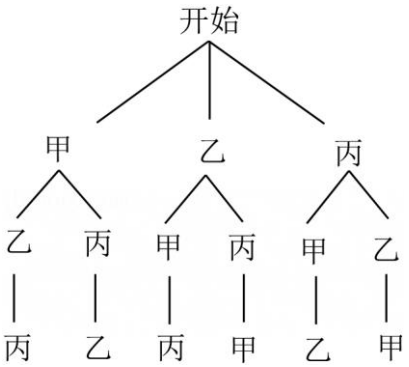
$7200(1+x)^2=8450$，

故答案为：$7200(1+x)^2=8450$.

【点评】此题主要考查了由实际问题抽象出一元二次方程，关键是掌握求平均变化率的方法．若设变化前的量为 a，变化后的量为 b，平均变化率为 x，则经过两次变化后的数量关系为 $a(1\pm x)^2=b$.

13．（2 分）甲、乙、丙三人各自通过 *APP* 买到了某演唱会门票，三张票的座位是连续的，记甲乙座位相邻的概率为 P_1，甲乙座位不相邻的概率为 P_2，则 P_1 ＞ P_2．（填“＞”“＜”或“＝”号）

【解答】解：画树状图如下：



共有 6 种等可能的结果，其中甲乙座位相邻的结果有：甲乙丙，乙甲丙，丙甲乙，丙乙甲，共 4 种，甲乙座位不相邻的结果有：甲丙乙，乙丙甲，共 2 种，

$\therefore P_1=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$，$P_2=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

$\because \frac{2}{3}>\frac{1}{3}$，

$\therefore P_1>P_2$.

故答案为：＞.

【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键．

14．（2 分）一个圆锥的主视图是边长为 6 的等边三角形，则该圆锥侧面展开图的面积是 18π ．

【解答】解：根据题意得圆锥的母线长为 6，底面圆的半径为 3，

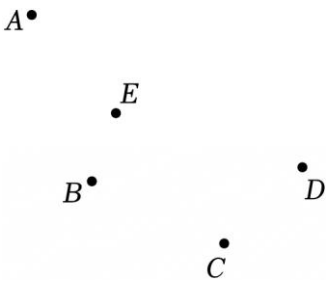
所以这个圆锥的侧面积$=\frac{1}{2}\times 6\times 2\pi\times 3=18\pi$.

故答案为：18π.

【点评】本题考查了圆锥的计算：圆锥的侧面展开图为一扇形，这个扇形的弧长等于圆锥底面的周长，扇形的半径等于圆锥的母线长．

15．（2 分）平面内 A，B，C，D，E 五个点如图．过点 A、E、C 所作的圆的半径最大．（从中选填三

个点）



【解答】解：要使过三个点的圆的半径最大，我们需要选择这三个点使得它们形成的三角形尽可能“平坦”，即接近共线；

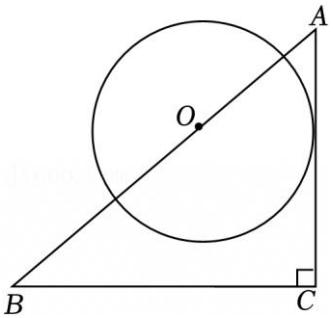
因为当三个点接近共线时，它们所确定的圆的半径会趋向于无穷大，

由图可知点 A、E、C 三点接近共线，符合题意，

故答案为：A、E、C.

【点评】本题主要考查了圆的认识、三角形的外接圆等内容，熟练掌握相关知识是解题的关键.

16.（2 分）如图，在 Rt△ABC 中，∠C=90°，AC=3，BC=4，以边 AB 上一点 O 为圆心，作⊙O 与边 AC 相切，若⊙O 与边 BC 只有一个公共点，则 OA 的取值范围是 $OA=\frac{15}{7}$或$\frac{25}{9}<OA\leq 5$.



【解答】解：如图 1，⊙O 与 BC 相切于点 E，此时⊙O 与边 BC 只有一个公共点，

∵∠C=90°，AC=3，BC=4，

∴$BA=\sqrt{AC^2+BC^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

设⊙O 与 AC 相切于点 D，连接 OD、OE，则 $AC\perp OD$，$BC\perp OE$，

∴∠ADO=∠OEB=∠C=90°，

∴$OD\parallel BC$，$OE\parallel AC$，

∴△AOD∽△ABC，△OBE∽△ABC，

∴$\frac{OD}{BC}=\frac{OA}{BA}$，$\frac{OE}{AC}=\frac{BO}{BA}$，

∴$OD=\frac{BC\cdot OA}{BA}=\frac{4}{5}OA$，$OE=\frac{AC\cdot BO}{BA}=\frac{3}{5}BO=\frac{3}{5}$（5 - OA），

∵OD=OE，

$\therefore \frac{4}{5}OA=\frac{3}{5}(5-OA)$，

解得 $OA=\frac{15}{7}$；

如图 2，⊙O 经过点 B，设此时⊙O 与 AC 相切于点 H，连接 OH，则 $OB=OH=\frac{4}{5}OA$，

$\therefore \frac{4}{5}OA+OA=5$，

解得 $OA=\frac{25}{9}$，

$\therefore OB=5-\frac{25}{9}=\frac{20}{9}$，

∵当 $0\leq OB<\frac{20}{9}$，⊙O 与边 BC 只有一个公共点，

$\therefore 0\leq 5-OA<\frac{20}{9}$，

$\therefore \frac{25}{9}<OA\leq 5$，

综上所述，OA 的取值范围是 $OA=\frac{15}{7}$或$\frac{25}{9}<OA\leq 5$，

故答案为：$OA=\frac{15}{7}$或$\frac{25}{9}<OA\leq 5$.

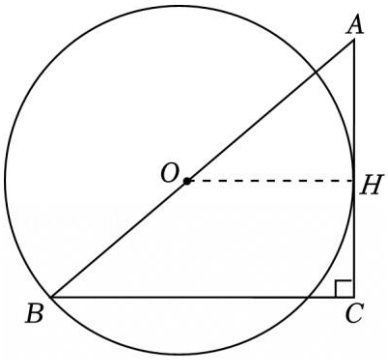


图2

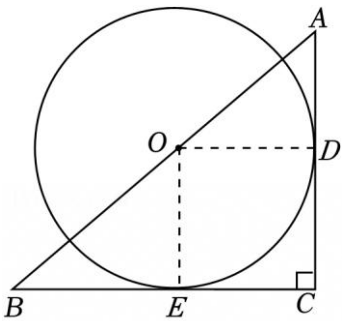


图1

【点评】此题重点考查勾股定理、切线的性质、相似三角形的判定与性质、分类讨论数学思想的运用等知识与方法，正确地作出辅助线是解题的关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（8 分）解下列方程：

（1）$x^2 - 4x - 3 = 0$；

（2）$(x - 2)^2 = (2x+3)^2$.

【解答】解：（1）$x^2 - 4x - 3 = 0$，

$x^2 - 4x+4 = 3+4$，

$(x - 2)^2 = 7$，

则 $x - 2 = \pm\sqrt{7}$，

所以$x_1 = 2 + \sqrt{7}$，$x_2 = 2 - \sqrt{7}$.

（2）$(x - 2)^2 = (2x+3)^2$，

$(x - 2)^2 - (2x+3)^2 = 0$，

$(x - 2+2x+3)(x - 2 - 2x - 3) = 0$，

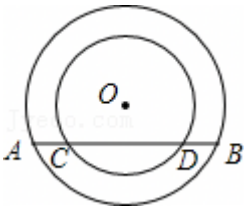
$(3x+1)(-x - 5) = 0$，

则 $3x+1 = 0$ 或 $-x - 5 = 0$，

所以$x_1 = -\frac{1}{3}$，$x_2 = -5$.

【点评】本题主要考查了解一元二次方程 - 配方法及解一元二次方程 - 因式分解法，熟知配方法及因式分解法解一元二次方程的步骤是解题的关键.

18.（6 分）如图，在以点 O 为圆心的两个同心圆中，大圆的弦 AB 交小圆于点 C、D，求证：$AC = BD$.



【解答】证明：过圆心 O 作 $OE \perp AB$ 于点 E，

在大圆 O 中，$OE \perp AB$，

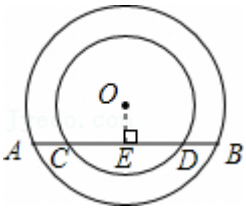
$\therefore AE = BE$.

在小圆 O 中，$OE \perp CD$，

$\therefore CE = DE$.

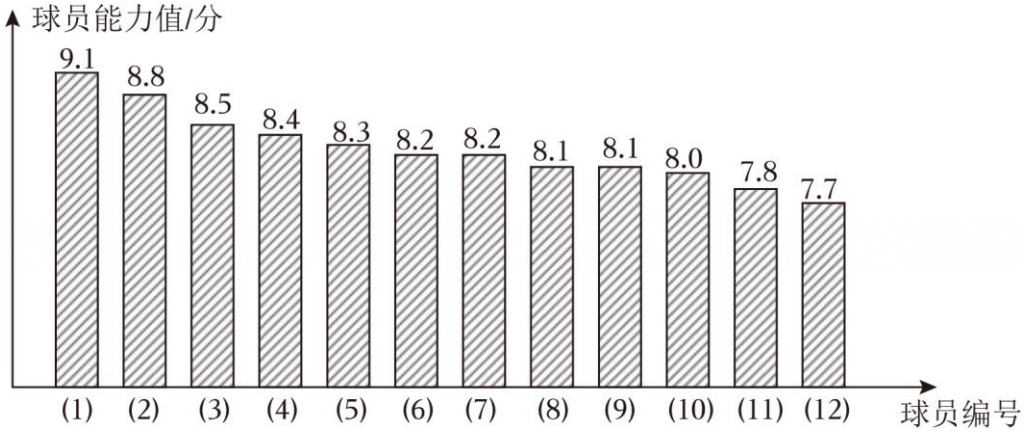
$\therefore AE - CE = BE - DE$.

$\therefore AC = BD$.



【点评】本题考查垂径定理的实际应用.

19.（8 分）某足球兴趣小组共有 12 名球员，每位球员能力值如下：



根据统计图回答问题：

（1）这 12 名球员能力值的中位数是 8.2 分，众数是 8.1 和 8.2 分.

（2）将这 12 名球员分成 A，B 两组，准备进行对抗练习，具体方案如下：

	A 组球员编号	B 组球员编号
方案 I	（1），（2），（3），（4），（5），（6）	（7），（8），（9），（10），（11），（12）
方案II	（1），（2），（3），（10），（11），（12）	（4），（5），（6），（7），（8），（9）
方案III	（1），（4），（5），（8），（9），（12）	（2），（3），（6），（7），（10），（11）
方案 IV	（1），（3），（5），（8），（10），（12）	（2），（4），（6），（7），（9），（11）

①方案 I 中，球员能力值更稳定的是 B .（填“A 组”“B 组”或“一样”）

②若 A，B 两组球员能力值的平均数和方差都接近，则认为组内对抗的实战价值更优．在这四个分组方案中，组内对抗的实战价值最优的方案是 III .（填“I”“II”“III”或“IV”）

【解答】解：（1）12 名球员的中位数是第 6 名和第 7 名的平均数，

由统计图可知第 6 名和第 7 名都是 8.2 分，

所以中位数为：$\frac{8.2+8.2}{2}$ =8.2（分），

根据统计图可知出现频次最多的是 8.1 分和 8.2 分，均为两次，

所以众数为：8.1 分和 8.2 分，

故答案为：8.2，8.1 和 8.2；

（2）①方案I：

A 组：$\overline{x}_A=\frac{9.1+8.8+8.5+8.4+8.3+8.2}{6}$ =8.55 分，

$s^2_A=\frac{(9.1-8.55)^2+(8.8-8.55)^2+(8.5-8.55)^2+(8.4-8.55)^2+(8.3-8.55)^2+(8.2-8.55)^2}{6}=\frac{0.575}{6}\approx0.0958$；

B 组：$\overline{x}_B=\frac{8.2+8.1+8.1+8.0+7.8+7.7}{6}\approx7.98$ 分，

$s^2_B=\frac{(8.2-7.98)^2+(8.1-7.98)^2+(8.1-7.98)^2+(8.0-7.98)^2+(7.8-7.98)^2+(7.7-7.98)^2}{6}\approx0.0314$；

$\because s^2_B<s^2_A$，

$\therefore B$ 组球员能力更稳定，

故答案为：B；

②同①中计算方法可得：

方案II中：$\overline{x}_A\approx8.32$ 分，$s^2_A\approx0.27$；

$\overline{x}_B=8.22$ 分，$s^2_B=0.011$；

方案III中：$\overline{x}_A=8.28$ 分，$s^2_A\approx0.18$；

$\overline{x}_B=8.25$ 分，$s^2_B\approx0.11$；

方案IV中：$\overline{x}_A\approx8.28$ 分，$s^2_A\approx0.1947$；

$\overline{x}_B=8.25$ 分，$s^2_B=0.0925$；

综上数据分析，A，B 两组球员能力值的平均数和方差都接近的是方案III，

故答案为：III．

【点评】本题主要考查了数据分析、平均数、方差、众数、中位数等，熟练掌握相关知识是解题的关键．

20．（8 分）（1）不透明的袋子中装有 3 个编号分别为 1，2，3 的小球，这些球除编号外无其他区别．从袋子中随机摸出 2 个球，求它们编号之和是偶数的概率．

（2）不透明的袋子中装有 9 个编号分别为 1，2，3，4，5，6，7，8，9 的小球，这些球除编号外无其他区别．从袋子中随机摸出 8 个球，它们编号之和是偶数的概率为 $\frac{5}{9}$ ．

【解答】解：（1）列表如下：

	1	2	3
1		（1，2）	（1，3）
2	（2，1）		（2，3）
3	（3，1）	（3，2）	

共有 6 种等可能的结果，其中它们编号之和是偶数的结果有：（1，3），（3，1），共 2 种，

∴它们编号之和是偶数的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

（2）从袋子中随机摸出 8 个球，所有等可能的结果有：（1，2，3，4，5，6，7，8），（1，2，3，4，5，6，7，9），（1，2，3，4，5，6，8，9），（1，2，3，4，5，7，8，9），（1，2，3，4，6，7，8，9），（1，2，3，5，6，7，8，9），（1，2，4，5，6，7，8，9），（1，3，4，5，6，7，8，9），（2，3，4，5，6，7，8，9），共 9 种，

其中它们编号之和是偶数的结果有：（1，2，3，4，5，6，7，8），（1，2，3，4，5，6，8，9），（1，2，3，4，6，7，8，9），（1，2，4，5，6，7，8，9），（2，3，4，5，6，7，8，9），共 5 种，

∴从袋子中随机摸出 8 个球，它们编号之和是偶数的概率为$\frac{5}{9}$.

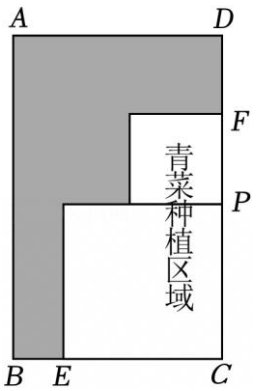
故答案为：$\frac{5}{9}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

21.（7 分）矩形种植区域 *ABCD* 如图所示，*AB*＝75 米，*BC*＝50 米．现计划从中开垦出两个正方形区域用于种植青菜，其余区域种植胡萝卜，已知 *BE*＝*DF*，胡萝卜种植区域的面积是原矩形区域面积的一半，设 *DF*＝*x* 米．

（1）*EC*＝ （50﹣*x*） 米（用含 *x* 的代数式表示），*FP*＝ 25 米；

（2）求 *DF* 的长．



【解答】解：（1）∵计划从矩形种植区域 $ABCD$ 开垦出两个正方形区域用于种植青菜，$BE=DF$，$DF=x$ 米．

∴$CD=AB=75$ 米，$BE=DF=x$ 米，$CP=EC$，

∴$EC=BC-BE=$（$50-x$）米，$FP=CD-DF-CP=75-x-$（$50-x$）$=25$（米），

故答案为：（$50-x$），25；

（2）由题意得，$(50-x)^2+25^2=75\times50\times\frac{1}{2}$，

解得 $x_1=50-25\sqrt{2}$，$x_2=50+25\sqrt{2}$（不合题意，舍去），

∴$DF=$（$50-25\sqrt{2}$）米．

【点评】本题考查了一元二次方程的应用、列代数式，解题的关键是：（1）根据各数量之间的关系，用含 x 的代数式表示出 EC；（2）找准等量关系，正确列出一元二次方程．

22．（7 分）已知二次函数 $y=(x+2)(x-m)$（m 为常数）．

（1）该函数的图象的顶点坐标是 $\left(\frac{m-2}{2},-\frac{m^2+4m+4}{4}\right)$ ．（用含 m 的代数式表示）

（2）已知 A（-1，y_1），B（3，y_2）是该函数图象上的点．若 $y_1<y_2$，求 m 的取值范围．

【解答】解：（1）∵二次函数 $y=(x+2)(x-m)$（m 为常数），

∴二次函数 $y=(x+2)(x-m)$（m 为常数）与 x 轴的交点为（-2，0）和（m，0），

∴对称轴为直线 $x=\frac{m-2}{2}$，

∴$y=\left(\frac{m-2}{2}+2\right)\left(\frac{m-2}{2}-m\right)=-\frac{m^2+4m+4}{4}$，

∴顶点为 $\left(\frac{m-2}{2},-\frac{m^2+4m+4}{4}\right)$．

故答案为：$\left(\frac{m-2}{2},-\frac{m^2+4m+4}{4}\right)$；

（2）方法一：当 $x=-1$ 时，$y_1=-1-m$，

当 $x=3$ 时，$y_2=15-5m$，

∵$y_1<y_2$，

∴$-1-m<15-5m$，

解得 $m<4$；

方法二：∵A（-1，y_1）关于 $x=\frac{m-2}{2}$对称点为（$m-1$，y_1），

∴$3>m-1$，

∴$m<4$；

方法三：∵$a>0$，开口向上，且 - 1<3，$y_1<y_2$，

∴$\frac{-1+3}{2}>\frac{m-2}{2}$，

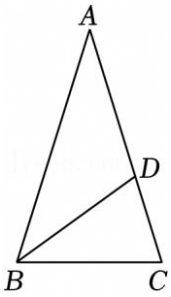
∴$m<4$.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，二次函数图象上点的坐标特征，熟练掌握二次函数的性质，采用分类讨论的思想是解此题的关键.

23.（8 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle A=36°$，BD 是△ABC 的角平分线.

（1）求证△CBD∽△CAB；

（2）若 $AB=1$，求 AD 的长.



【解答】（1）证明：∵$AB=AC$，$\angle A=36°$，

∴$\angle ABC=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-36°)=72°$，

∵BD 是△ABC 的角平分线，

∴$\angle CBD=\angle ABD=\frac{1}{2}\angle ABC=36°$，

∴$\angle CBD=\angle A$，

∵$\angle C=\angle C$，

∴△CBD∽△CAB.

（2）解：由（1）得$\angle ABD=\angle A=36°$，$\angle C=72°$，△CBD∽△CAB，

∴$BD=AD$，$\angle BDC=\angle A+\angle ABD=36°+36°=72°$，

∴$\angle BDC=\angle C$，

∴$BD=BC$，

∴$BC=AD$，

∵$AB=AC=1$，

∴$DC=1-AD$，

∵$\frac{BC}{AC}=\frac{DC}{BC}$，

∴$BC^2=AC\cdot DC$，

∴AD^2＝1﹣AD，即 AD^2+AD﹣1＝0，

解得 $AD=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$或 $AD=\frac{-\sqrt{5}-1}{2}$（不符合题意，舍去），

∴AD 的长是$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

【点评】此题重点考查等腰三角形的性质、角平分线的定义、三角形内角和定理、相似三角形的判定与性质等知识，推导出∠CBD＝∠A，进而证明△CBD∽△CAB 是解题的关键.

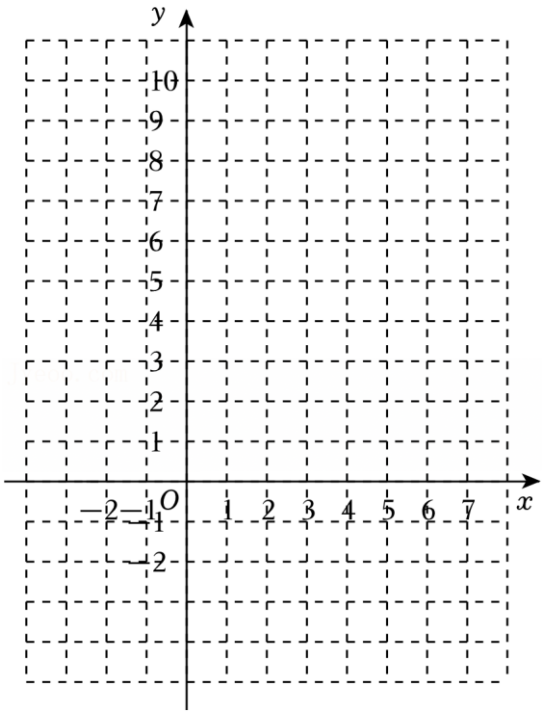
24.（9 分）已知二次函数 $y_1=ax^2+bx+c$，y_1 与 x 的部分对应值如表：

x	…	﹣2	﹣1	0	1	…	6	…
y_1	…	﹣7	0	5	8	…	﹣7	…

（1）求该二次函数的表达式，并在给定的平面直角坐标系中画出该函数的图象.

（2）结合图象，直接写出当 $y_1>0$ 时，x 的取值范围是 ﹣1＜x＜5 .

（3）在该平面直角坐标系中描出函数 $y_2=\sqrt{ax^2+bx+c}$的图象.



【解答】解：（1）由题意可得，$\begin{cases}4a-2b+c=-7\\a-b+c=0\\c=5\end{cases}$，

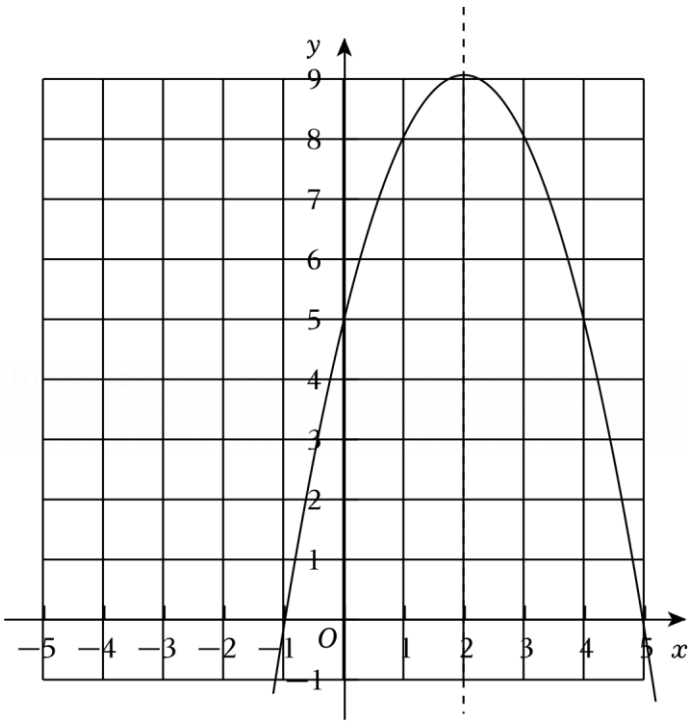
∴$\begin{cases}a=-1\\b=4\\c=5\end{cases}$.

∴二次函数的表达式为 y＝﹣x^2+4x+5.

∵y＝﹣x^2+4x+5＝﹣（x﹣2）^{2}+9，

∴抛物线对称轴是直线 $x=2$.

∴作图如下.



（2）由题意，令 $y_1=-(x-2)^2+9=0$，

∴$x=-1$ 或 $x=5$.

∴抛物线与 x 轴的交点为（－1，0），（5，0）.

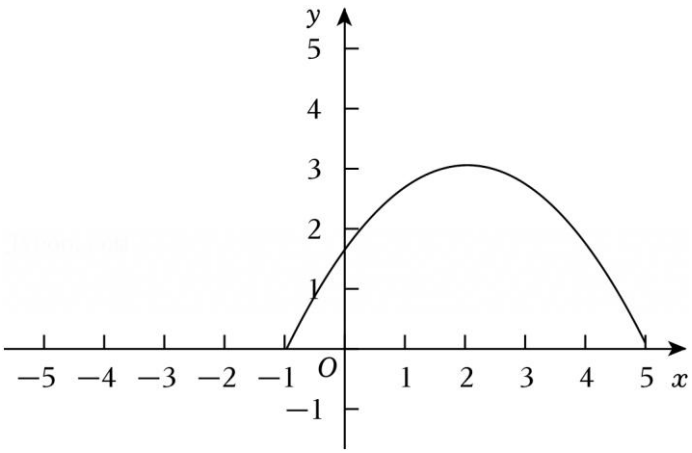
∴结合图象，当 $y_1>0$ 时，x 的取值范围是 $-1<x<5$.

故答案为：$-1<x<5$.

（3）由题意得，结合（2）可得，$-1\leq x\leq 5$，此时 $y_2=\sqrt{ax^2+bx+c}$的部分对应值如表：

x	－1	0	1	…	5
y_1	0	5	8	…	0
y_2	0	$\sqrt{5}$	$2\sqrt{2}$	…	0

作图如下.

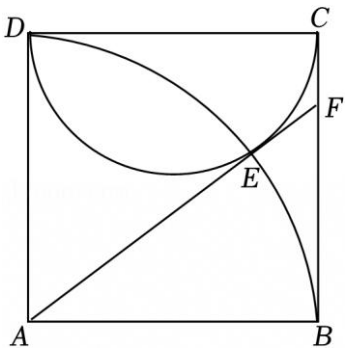


【点评】本题主要考查了二次函数与不等式（组）、待定系数法求二次函数解析式，解题时要熟练掌握并能灵活运用二次函数的性质是关键.

25.（8 分）如图，四边形 $ABCD$ 是正方形，以点 A 为圆心，AB 为半径画弧，交以 CD 为直径的半圆于点 E，连接 AE 并延长，交 BC 于点 F.

（1）判断 AE 与半圆的位置关系，并说明理由.

（2）若 $AB=6$，求 CF.



【解答】解：（1）AE 与半圆相切；

理由：设半圆的圆心为 O，

连接 OA，OE，

∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle ADC=90°$，

在△ADO 与△AEO 中，

$$\begin{cases} AD = AE \\ OD = OE, \\ AO = AO \end{cases}$$

∴△ADO≌△AEO（SSS），

∴$\angle AEO=\angle ADO=90°$，

∵OE 是半圆 O 的半径，

∴AE 与半圆相切；

（2）∵四边形 $ABCD$ 是正方形，

∴$\angle BCD=90°$，

∵CD 是半圆 O 的直径，

∴FC 是半圆 O 的切线，

∵AE 与半圆相切，

∴$CF=EF$，

设 $CF=EF=x$，

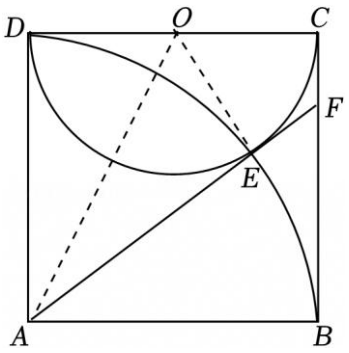
∴$BF=6-x$，$AF=6+x$，

∵$AB^2+BF^2=AF^2$，

∴$6^2+(6-x)^2=(6+x)^2$，

解得 $x=\frac{3}{2}$，

∴$CF=\frac{3}{2}$.

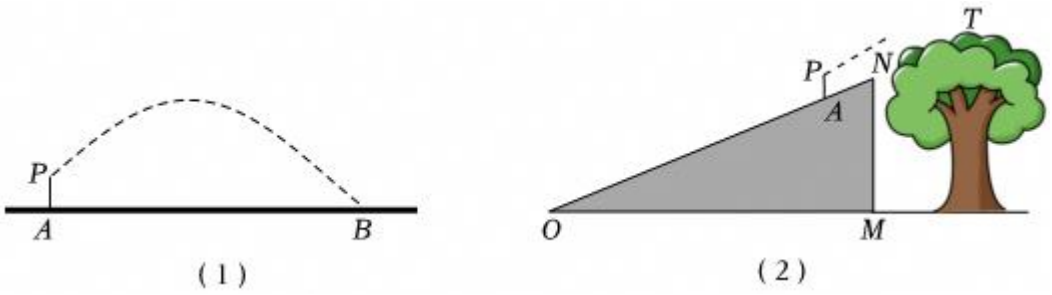


【点评】本题考查了直线与圆的位置关系，全等三角形的判定和性质，正方形的性质，勾股定理，熟练掌握各知识点是解题的关键.

26.（8 分）如图（1），一台移动喷灌设备喷出的水流可以近似的看作是形状不变的抛物线，喷水头的高度（即 PA 的长）是 $1m$．当喷出的水流与 PA 的水平距离为 $6m$ 时，达到最大高度 $5m$．

（1）求水流喷出的最远水平距离 AB.

（2）斜坡 ON 如图（2）所示，斜坡的水平距离（即 OM）为 $27m$，竖直高度（即 MN）为 $9m$，一株高 $12m$ 的大树在斜坡前方，大树顶端 T 与 MN 所在直线的距离为 $6m$．若要使该移动喷灌设备喷出的水流刚好经过大树的顶端 T，求该设备与坡底的距离 OA.



【解答】解：（1）如图（1），建立如图所示的平面直角坐标系，

∵喷出的水流与 PA 的水平距离为 $6m$ 时，达到最大高度 $5m$，

∴抛物线的顶点坐标为（6，5），

设抛物线的解析式为 $y=a(x-6)^2+5$，

∵P（0，1），

∴$1=a(0-6)^2+5$，

∴$a=-\frac{1}{9}$，

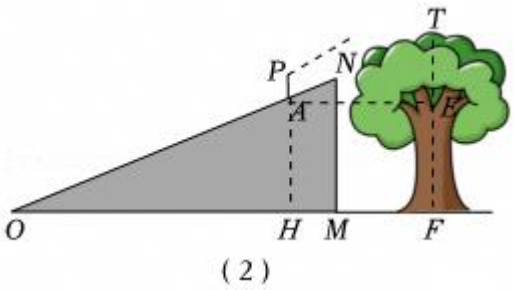
∴抛物线的解析式为 $y=-\frac{1}{9}(x-6)^2+5$，当 $y=0$ 时，

即 $0=-\frac{1}{9}(x-6)^2+5$，

解得 $x=6+3\sqrt{5}$ 或 $x=6-3\sqrt{5}$（不合题意，舍去），

∴水流喷出的最远水平距离 AB 为（$6+3\sqrt{5}$）米；

（2）如图（2），过 T 作 $TF\perp OM$ 于 F，过 A 作 $AE\perp TF$ 于 E，$AH\perp OM$ 于 H，



则四边形 $AHFE$ 是矩形，

∴$AH=EF$，$AE=HF=6m$，

当 $x=6$ 时，$y=-\frac{1}{9}(x-6)^2+5=-\frac{1}{9}(6-6)^2+5=5$，

∴$TE=5m$，

∴$AH=EF=12-5=7$（m），

∵$\angle AHO=\angle NMO=90°$，

∴AH∥NM，

∴△AOH∽△NOM，

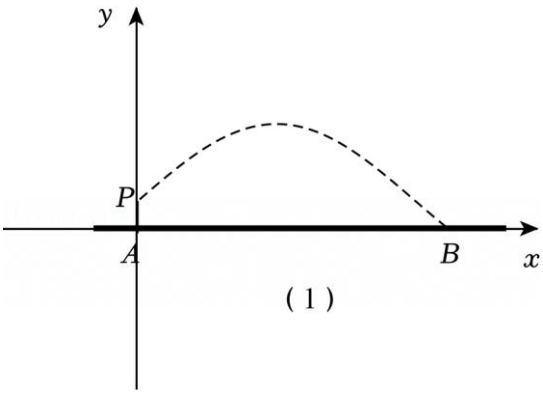
∴$\frac{AH}{NM}=\frac{OH}{OM}$，

∴$\frac{7}{9}=\frac{OH}{27}$，

∴OH=21，

∴OA=$\sqrt{AH^2+OH^2}=\sqrt{7^2+21^2}$=$7\sqrt{10}$（$m$），

答：该设备与坡底的距离 OA 为 $7\sqrt{10}m$.



（1）

【点评】本题考查了二次函数的应用，相似三角形的判定和性质，勾股定理，正确地求出函数解析式是解题的关键.

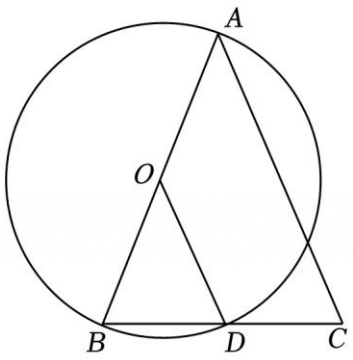
27.（11 分）（1）如图（1），在△ABC 中，AB=AC，以 AB 为直径作⊙O，交 BC 于点 D，连接 OD.

求证 OD∥AC.

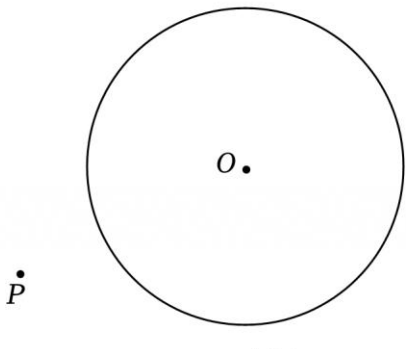
（2）已知点 P，⊙O 的位置如图（2）所示.

①若过点 P 的直线 l 与⊙O 有两个交点 M，N，用两种不同的方法求作直线 l，使得 PM=MN.（要求：i．用直尺和圆规作图；ii．保留作图的痕迹，写出必要的文字说明.）

②设⊙O 的半径为 r，改变点 P 的位置，①中求作的直线 l 可能不存在．请直接写出直线 l 存在时对应的 OP 的取值范围.（用含 r 的代数式表示）



（1）



（2）

【解答】（1）证明：∵$AB=AC$，

∴$\angle B=\angle C$，

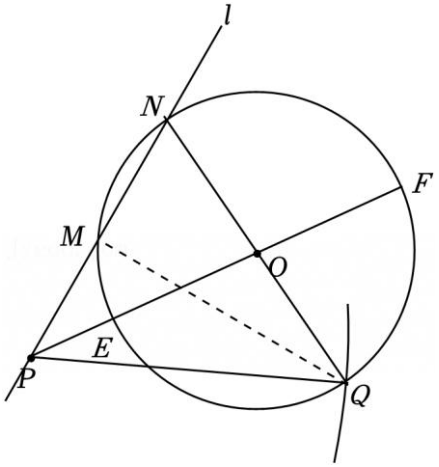
∵$OB=OD$，

∴$\angle B=\angle ODB$，

∴$\angle C=\angle ODB$，

∴$OD\parallel AC$；

（2）解：①作法一：如图，直线 l 即为所求，



作法提示：①连接 PO 并延长交⊙O 于点 E、F；

②以 P 为圆心，EF 长为半径画弧交⊙O 的 EF 下方于点 Q；

③连接 QO 并延长交⊙O 于点 N，过 P、N 作直线 l 交⊙O 于点 M，则直线 l 即为所求．

证明：连接 QM，

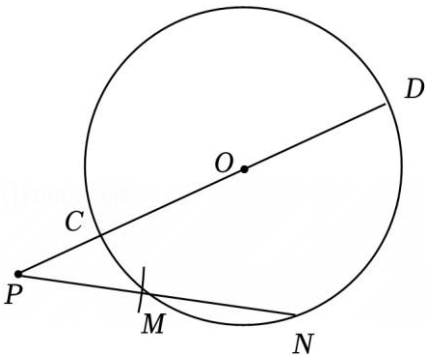
∵QN 是直径，

∴$\angle QMN=90°$，即 $QM\perp PN$，

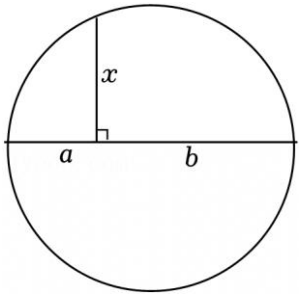
∵$PQ=EF=QN$，

∴$PM=MN$．

作法二：连接 PO 并延长，交⊙O 于 C、D 两点，



如图，设 $a=PC$，$b=\frac{PD}{2}$，$PM=x$，



由 $PM•PN=PC•PD$ 得，

$x•2x=a•2b$，

$\therefore x^2=ab$，

∴以点 P 为圆心，PM 长（即 x 长）为半径画弧，交⊙O 于点 M，连接 PM 并延长交⊙O 于点 N，则 PN 即为所求；

（3）根据①作法一可知，以 P 为圆心，$2r$ 为半径的⊙P 与⊙O 有交点即可，

$\therefore r<OP\leq 3r$.

【点评】本题主要考查了平行弦的判定、相似三角形的判定和性质、圆周角定理、尺规作图等内容，熟练掌握相关知识是解题的关键.