2024-2025学年江苏省南京市建邺区九年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分）

1.（2分）方程$x^2-2x=0$的根是（　　）

A．$x_1=x_2=0$　　B．$x_1=x_2=2$

C．$x_1=0$，$x_2=2$　　D．$x_1=0$，$x_2=-2$

2.（2分）把函数$y=x^2$的图象向右平移1个单位，所得函数表达式为（　　）

A．$y=x^2+1$　　B．$y=(x+1)^2$　　C．$y=x^2-1$　　D．$y=(x-1)^2$

3.（2分）下列说法中，正确的是（　　）

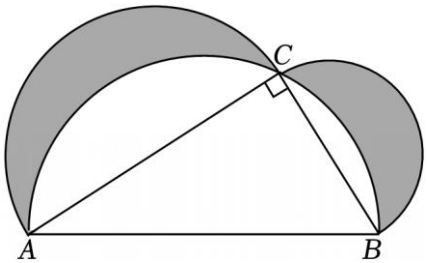
A．任意两个等边三角形都相似

B．任意两个直角三角形都相似

C．任意两个菱形都相似

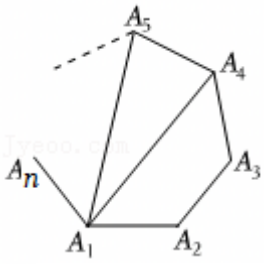
D．任意两个矩形都相似

4.（2分）如图，在Rt△ABC中，$\angle C=90°$，$AC=4$，$BC=3$，分别以各边为直径作半圆，则图中阴影部分的面积为（　　）



A．6　　B．$\frac{25}{4}$　　C．$4\pi-6$　　D．$\frac{25}{12}\pi$

5.（2分）如图，在正n边形$A_1A_2A_3\cdots A_n$中，$\angle A_1A_4A_5$的度数是（　　）



A．$\frac{n-3}{n}\cdot 180°$　　B．$\frac{n-3}{n}\cdot 360°$　　C．$\frac{n-4}{n}\cdot 180°$　　D．$\frac{n-4}{n}\cdot 360°$

6.（2分）已知函数$y=ax^2+bx+c$（a，b，c是常数，且$a\neq 0$）图象经过（0，2），（3，－1），（1，m）三点．下列结论：①$3a+b=-1$；②如果$0<x<3$，那么$-1<y<2$；③如果$a>0$，那么$m<1$．其中所有正确结

论的序号是（　　）

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

二、填空题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）

7．（2 分）若$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$，则$\frac{a+b}{2a}$的值为_____．

8．（2 分）若两个相似三角形的周长比为 2：3，则它们的面积比是 _____．

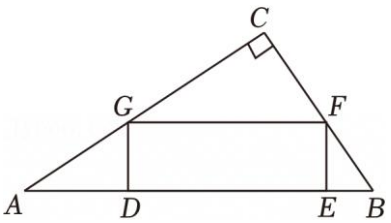
9．（2 分）已知圆锥的底面半径为 4cm，母线长 6cm，则它的侧面积为_____ cm^2．

10．（2 分）设 x_1，x_2 是方程 $x^2-2x+m=0$ 的两个实数根．若 $x_1=3$，则 $x_2=$ _____．

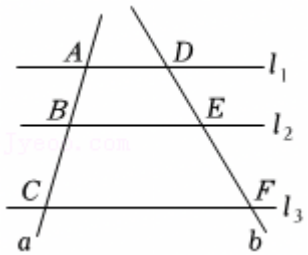
11．（2 分）一个不透明布袋里只装有 n 个红球和 3 个白球（除颜色外其余都相同），从中任意摸出一个球是红球的概率为$\frac{2}{3}$，则 n 的值为 _____．

12．（2 分）已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点，$AP>PB$，若 $AB=4$，则 AP 的值为 _____．

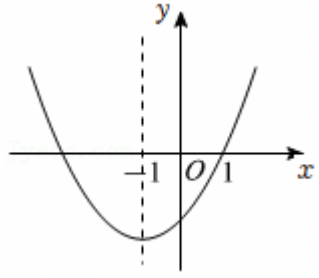
13．（2 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle C=90°$，矩形 $DEFG$ 的顶点 G，F 分别在 AC，BC 上，DE 在 AB 上．若 $AG=5$，$AD=4$，则 BE 的长为_____．



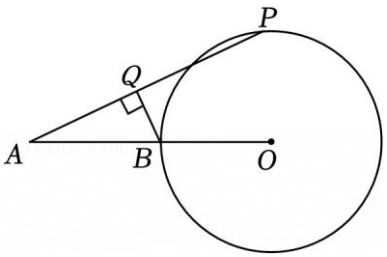
14．（2 分）如图，直线 a，b 与直线 l_1，l_2，l_3 分别相交于点 A，B，C 和点 D，E，F，$l_1\parallel l_2\parallel l_3$．若 $AB=4$，$BC=6$，$AD=3$，$BE=7$，则 $CF=$ _____．



15．（2 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且 $a\neq0$）的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $bx^2+ax+c<0$ 的解集是 _____．



16.（2 分）如图，⊙O 经过 AO 的中点 B，OB＝1，点 P 为⊙O 上动点，过点 B 作 AP 的垂线，垂足为 Q．当点 P 旋转一周时，点 Q 运动的路程为 _____ ．



三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分）

17.（8 分）解方程：

（1）$x^2+2x-4=0$；

（2）$(x-1)^2=1-x$．

18.（7 分）我国通过药品集中采购，大大减轻了百姓的医药负担．某种药品经过两次降价，药价从每盒 200 元下调至 72 元，平均每次降价的百分率是多少？

19.（8 分）深秋建邺，醉人心扉．南京眼，绿博园，银杏里等地，都呈现出浓浓的秋色．小宁，小邺两人分别从这 3 个景点中选择景点游玩．

（1）若每人选择 1 个景点，求两人所选景点相同的概率；

（2）若每人选择 2 个景点，则两人所选景点恰好相同的概率为_____ ．

20.（8 分）射击比赛中，甲，乙两人在相同的条件下各射击 10 次，成绩统计如下：

甲，乙射击成绩统计表

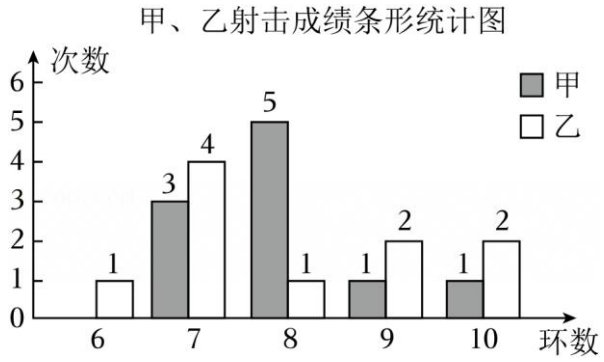
	平均数	中位数	方差
甲	a	8	c
乙	8	b	1.8

根据以上信息，回答下列问题：

（1）a＝ _____ ，b＝ _____ ，c＝ _____ ；

（2）你认为谁的射击成绩更好？为什么？

（3）如果乙再射击 1 次，命中 8 环，那么乙射击成绩的方差将 _____ （填“变大”，“变小”或“不变”）．



21.（8 分）已知二次函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：

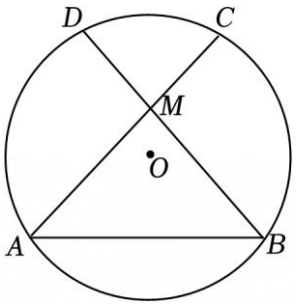
x	…	﹣4	﹣3	﹣2	﹣1	0	1	…
y	…	5	a	﹣3	﹣4	﹣3	0	…

（1）a＝ _____ ；

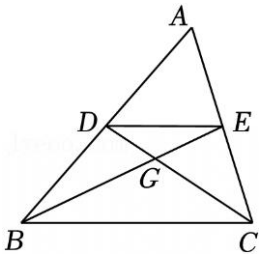
（2）求该二次函数的表达式；

（3）当﹣2＜x＜2 时，y 的取值范围是 _____ ．

22.（7 分）如图，在⊙O 中，弦 AC，BD 相交于点 M，且 AM＝BM．求证：CM＝DM．



23.（7 分）如图，在△ABC 中，点 D，E 分别为边 AB，AC 的中点，BE，CD 相交于点 G．求$\frac{DG}{GC}$的值．



24.（8 分）某宾馆有 50 个房间供游客居住．当每个房间每天的定价为 180 元时，房间会全部住满：当每个房间每天的定价每增加 10 元时，就会有 1 个房间空闲．如果游客居住房间，宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用．

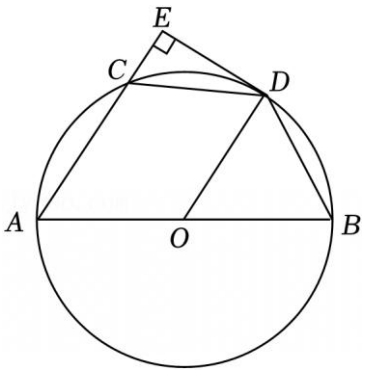
（1）房价定为 200 元时，则有_____ 个房间有游客居住；

（2）房价定为多少时，宾馆利润最大？

25.（8 分）如图，AB 为⊙O 的直径，点 C，D 在⊙O 上，且点 D 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，连接 BD．

（1）求证：DE 是⊙O 的切线；

（2）若 $AC=3$，$BD=\sqrt{5}$，求 DE 的长．



26.（9 分）已知二次函数 $y=ax^2-2ax+1$（a 为常数，且 $a\neq0$）．

（1）该函数的图象必经过两个定点_____，_____；

（2）若该函数图象与 x 轴只有一个交点，求函数图象的顶点坐标；

（3）若点 A（a，y_1），B（$a+1$，y_2），C（$a+2$，y_3）都在该函数图象上，且 $y_1<y_3<y_2$，直接写出 a 的取值范围．

27.（10 分）在数学中，常常通过构造基本图形帮助我们解决问题.

【基本图形】

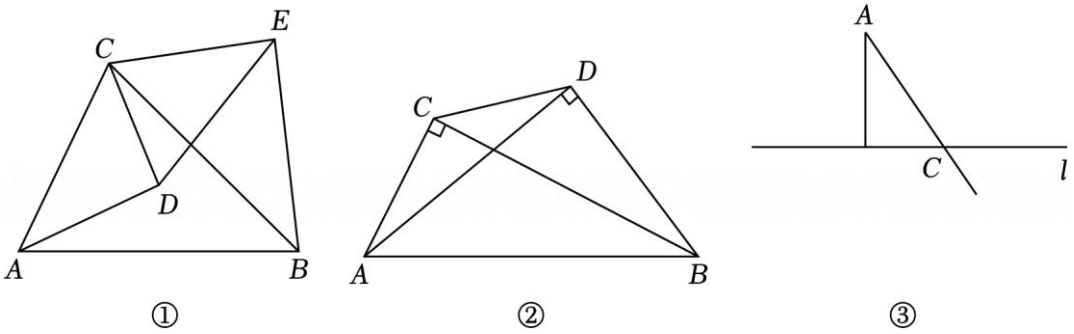
（1）如图①，已知△*ABC*∽△*DEC*，求证△*ACD*∽△*BCE*.

【灵活应用】

（2）如图②，△*ABC* 和△*ABD* 中，∠*ACB*＝∠*ADB*＝90°，$\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$，*BD*＝6，*CD*＝4，求 *AD*.

【深度思考】

（3）尺规作图：如图③，线段 *AB* 与直线 *l* 相交于点 *C*. 在直线 *l* 上作一点 *P*，使得$\frac{PA}{PB}$最小（保留作图痕迹，写出必要的文字说明）.



2024-2025学年江苏省南京市建邺区九年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一．选择题（共6小题）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	D	A	A	C	B

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分）

1．（2分）方程 $x^2-2x=0$ 的根是（　　）

A．$x_1=x_2=0$　　B．$x_1=x_2=2$

C．$x_1=0$，$x_2=2$　　D．$x_1=0$，$x_2=-2$

【解答】解：$x^2-2x=0$，

$x(x-2)=0$，

$x=0$ 或 $x-2=0$，

所以 $x_1=0$，$x_2=2$．

故选：*C*．

【点评】本题考查了解一元二次方程-因式分解法：因式分解法就是利用因式分解求出方程的解的方法，这种方法简便易用，是解一元二次方程最常用的方法．

2．（2分）把函数 $y=x^2$ 的图象向右平移1个单位，所得函数表达式为（　　）

A．$y=x^2+1$　　B．$y=(x+1)^2$　　C．$y=x^2-1$　　D．$y=(x-1)^2$

【解答】解：把函数 $y=x^2$ 的图象向右平移1个单位，所得函数表达式为 $y=(x-1)^2$，

故选：*D*．

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，函数图象向左平移加，向右平移减，向上平移加，向下平移减．

3．（2分）下列说法中，正确的是（　　）

A．任意两个等边三角形都相似

B．任意两个直角三角形都相似

C．任意两个菱形都相似

D．任意两个矩形都相似

【解答】解：*A*、任意两个等边三角形的内角等于 60°，所以任意两个等边三角形都相似都相似，故选

项符合题意；

B、任意两个直角三角形有一对直角相等，但直角的夹边不一定成比例，故都任意两个直角三角形不一定相似，故选项不符合题意；

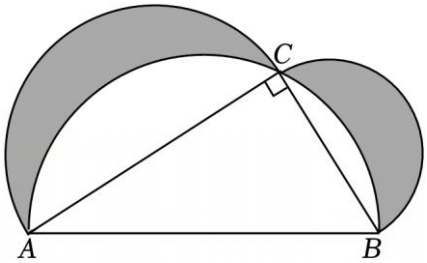
C、任意两个菱形对应角不一定相等，故任意两个菱形不一定相似，故选项不符合题意；

D、任意两个矩形对应边不一定成比例，故任意两个矩形不一定相似，故选项不符合题意．

故选：*A*．

【点评】本题考查了相似图形，解题的关键是掌握相似图形的定义．

4．（2 分）如图，在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，*AC*＝4，*BC*＝3，分别以各边为直径作半圆，则图中阴影部分的面积为（　　）



A．6　　B．$\frac{25}{4}$　　C．4π﹣6　　D．$\frac{25}{12}\pi$

【解答】解：由勾股定理得，$AB^2=AC^2+BC^2=25$，

则阴影部分的面积$=\frac{1}{2}\times AC\times BC+\frac{1}{2}\times\pi\times(\frac{AC}{2})^2+\frac{1}{2}\times\pi\times(\frac{BC}{2})^2-\frac{1}{2}\times\pi\times(\frac{AB}{2})^2$

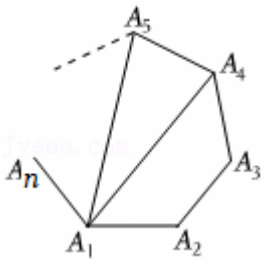
$=\frac{1}{2}\times3\times4+\frac{1}{2}\times\pi\times\frac{1}{4}\times(AC^2+BC^2-AB^2)$

$=6$，

故选：*A*．

【点评】本题考查的是勾股定理、扇形面积计算，掌握勾股定理和扇形面积公式是解题的关键．

5．（2 分）如图，在正 *n* 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 中，$\angle A_1A_4A_5$ 的度数是（　　）



A．$\frac{n-3}{n}\cdot180°$　　B．$\frac{n-3}{n}\cdot360°$　　C．$\frac{n-4}{n}\cdot180°$　　D．$\frac{n-4}{n}\cdot360°$

【解答】解：∵正 *n* 边形 $A_1A_2A_3\cdots A_n$ 的内角为$\frac{(n-2)\times180°}{n}$，

∴$\angle A_2=\angle A_3=\angle A_3A_4A_5=\frac{(n-2)\times180°}{n}$，

在四边形 $A_1A_2A_3A_4$ 中，$\angle A_1A_4A_3=\angle A_4A_1A_2=\frac{1}{2}[360°-2\times\frac{(n-2)\times180°}{n}]=180-\frac{(n-2)\times180°}{n}$，

∴$\angle A_1A_4A_5=\frac{(n-2)\times180°}{n}-[180-\frac{(n-2)\times180°}{n}]=\frac{n-4}{n}\cdot180$，

故选：*C*.

【点评】本题考查了正多边形与圆，熟练掌握正多边形的内角和公式是解题的关键.

6.（2 分）已知函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且 $a\neq0$）图象经过（0，2），（3，－1），（1，m）三点．下列结论：①$3a+b=-1$；②如果 $0<x<3$，那么 $-1<y<2$；③如果 $a>0$，那么 $m<1$．其中所有正确结论的序号是（　　）

A．①②　　B．①③　　C．②③　　D．①②③

【解答】解：∵函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且 $a\neq0$）图象经过（0，2），（3，－1），

∴$\begin{cases}c=2\\9a+3b+c=-1\end{cases}$，

解得 $3a+b=-1$，故①正确；

如果（1，m）为顶点时，抛物线开口向下，

那么 $0<x<3$ 时，$-1<y\leq m$，故②不正确；

∵$3a+b=-1$，

∴$b=-3a-1$，

∴$y=ax^2-(3a+1)x+2$，

∴$m=a-3a-1+2=-2a+1$，

∵$a>0$，

∴$m<1$，故③正确；

故选：*B*.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，二次函数图象上点的坐标特征，二次函数的性质，图象上点的坐标满足解析式是解题的关键.

二、填空题（本大题共 10 个小题，每小题 2 分，共 20 分）

7.（2 分）若$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$，则$\frac{a+b}{2a}$的值为__$\frac{3}{2}$__.

【解答】解：∵$\frac{a}{b}=\frac{1}{2}$，

∴$b=2a$，

$\therefore \frac{a+b}{2a}=\frac{a+2a}{2a}=\frac{3}{2}$.

故答案为：$\frac{3}{2}$.

【点评】此题考查了比例的性质，熟练掌握比例的性质是解题的关键.

8.（2 分）若两个相似三角形的周长比为 2：3，则它们的面积比是 4：9 .

【解答】解：∵两个相似三角形的周长比为 2：3，

∴这两个相似三角形的相似比为 2：3，

∴它们的面积比是 4：9.

故答案为：4：9.

【点评】本题考查了相似三角形的性质，是基础题，熟记性质是解题的关键.

9.（2 分）已知圆锥的底面半径为 4cm，母线长 6cm，则它的侧面积为 24π cm^2.

【解答】解：∵圆锥的底面半径为 4cm，母线长为 6cm，

∴圆锥的侧面积＝π×4×6＝24π（cm^2）.

故答案为：24π.

【点评】本题考查圆锥的计算，熟练掌握圆锥侧面积公式是解题的关键.

10.（2 分）设 x_1，x_2 是方程 $x^2-2x+m=0$ 的两个实数根．若 $x_1=3$，则 $x_2=$ ﹣1 .

【解答】解：∵$x^2-2x+m=0$，

∴$a=1$，$b=-2$，$c=m$.

∵x_1，x_2 是方程 $x^2-2x+m=0$ 的两个实数根，$x_1=3$，

∴$3+x_2=-\frac{b}{a}=2$，

∴$x_2=-1$.

故答案为：﹣1.

【点评】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，若 x_1，x_2 为方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的两个根，则 x_1，x_2 与系数的关系式：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1 \cdot x_2=\frac{c}{a}$.

11.（2 分）一个不透明布袋里只装有 n 个红球和 3 个白球（除颜色外其余都相同），从中任意摸出一个球是红球的概率为$\frac{2}{3}$，则 n 的值为 6 .

【解答】解：∵一个不透明布袋里只装有 n 个红球和 3 个白球（除颜色外其余都相同），

∴球的总数＝$n+3$，

∵从中任意摸出一个球是红球的概率为$\frac{2}{3}$，

$\therefore \frac{n}{n+3}=\frac{2}{3}$，

解得 $n=6$，

检验，当 $n=6$ 时，原分式方程有意义，

$\therefore n=6$，

故答案为：6．

【点评】本题考查了概率公式，掌握随机事件概率的计算公式是解题的关键．

12．（2 分）已知点 P 是线段 AB 的黄金分割点，$AP>PB$，若 $AB=4$，则 AP 的值为 $2\sqrt{5}-2$ ．

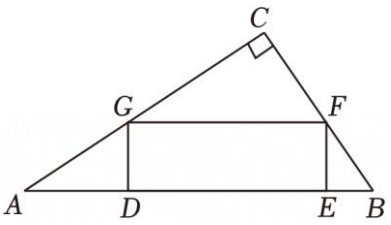
【解答】解：∵点 P 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AP>PB$，$AB=4$，

$\therefore AP=4\times\frac{\sqrt{5}-1}{2}=2\sqrt{5}-2$，

故答案为：$2\sqrt{5}-2$．

【点评】此题考查了黄金分割点的概念．识记黄金分割的公式是解题的关键．

13．（2 分）如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，矩形 $DEFG$ 的顶点 G，F 分别在 AC，BC 上，DE 在 AB 上．若 $AG=5$，$AD=4$，则 BE 的长为 $\frac{9}{4}$ ．



【解答】解：∵矩形 $DEFG$ 的顶点 G，F 分别在 AC，BC 上，DE 在 AB 上，

$\therefore \angle ADG=\angle EDG=90°$，$\angle FEB=\angle DEF=90°$，

$\therefore \angle ADG=\angle FEB$，

∵$\angle C=90°$，

$\therefore \angle A+\angle B=90°$，

∵$\angle BFE+\angle B=90°$，

$\therefore \angle A=\angle BFE$，

$\therefore \triangle ADG\backsim\triangle FEB$，

$\therefore \frac{AD}{FE}=\frac{GD}{BE}$，

∵$AG=5$，$AD=4$，

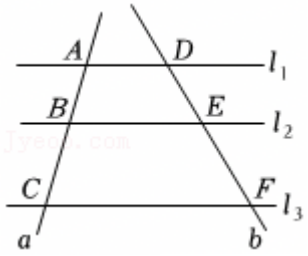
$\therefore FE=GD=\sqrt{AG^2-AD^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$，

∴$BE=\frac{FE\cdot GD}{AD}=\frac{3\times3}{4}=\frac{9}{4}$,

故答案为：$\frac{9}{4}$.

【点评】此题重点考查矩形的性质、相似三角形的判定与性质、勾股定理等知识，证明△ADG∽△FEB是解题的关键.

14.（2 分）如图，直线 a，b 与直线 l_1，l_2，l_3 分别相交于点 A，B，C 和点 D，E，F，$l_1\parallel l_2\parallel l_3$．若 $AB=4$，$BC=6$，$AD=3$，$BE=7$，则 $CF=$ 13 ．



【解答】解：过点 D 作 $DH\parallel AC$，与 l_2，l_3 分别相交于点 G，H，

∵$l_1\parallel l_2\parallel l_3$，

∴四边形 $ABGD$ 和四边形 $BCHG$ 是平行四边形，

∵$AD=3$，

∴$BG=CH=AD=3$，

∵$BE=7$，

∴$GE=4$，

∵$AB=4$，$BC=6$，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{DE}{DF}=\frac{4}{4+6}=\frac{2}{5}$，

∵$l_2\parallel l_3$，

∴△DGE∽△DHF，

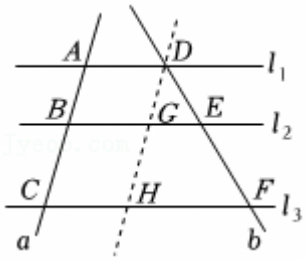
∴$\frac{GE}{HF}=\frac{DE}{DF}=\frac{2}{5}$，

∴$\frac{4}{HF}=\frac{2}{5}$，

∴$HF=10$，

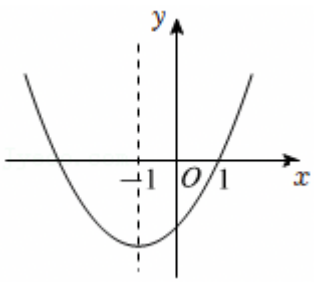
∴$CF=CH+HF=3+10=13$.

故答案为：13.



【点评】本题考查了平行线分线段成比例定理，相似三角形的判定和性质以及平行四边形的判定和性质，解题的关键是正确添加辅助线．

15．（2 分）二次函数 $y=ax^2+bx+c$（a，b，c 是常数，且 $a\neq0$）的图象如图所示，则关于 x 的不等式 $bx^2+ax+c<0$ 的解集是 $\underline{\quad -\frac{3}{2}<x<1\quad}$ ．



【解答】解：∵二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象的对称轴为直线 $x=-1$，与 x 轴的一个交点坐标为（1，0），

∴二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象与 x 轴的另一个交点坐标为（-3，0），

设此二次函数解析式为 $y=a(x+3)(x-1)$，

即 $y=ax^2+2ax-3a$，

∵二次函数 $y=bx^2+ax+c$ 可表示为 $y=2ax^2+ax-3a$，

当 $y=0$ 时，$2ax^2+ax-3a=0$，

解得 $x_1=-\frac{3}{2}$，$x_2=1$，

∴二次函数 $y=2ax^2+ax-3a$ 与 x 轴的交点坐标为（$-\frac{3}{2}$，0），（1，0），

∵$a>0$，

∴抛物线开口向上，

∵当 $-\frac{3}{2}<x<1$ 时，$y=2ax^2+ax-3a<0$，

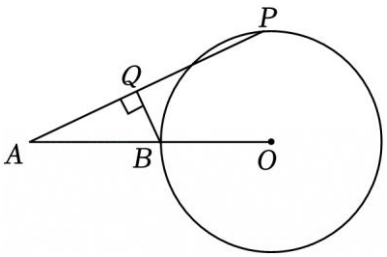
∴关于 x 的不等式 $bx^2+ax+c<0$ 的解集为 $-\frac{3}{2}<x<1$．

故答案为 $-\frac{3}{2}<x<1$．

【点评】本题考查了二次函数与不等式（组）：从函数图象的角度看，通过比较两函数图象的高低，即

比较两个函数值的大小得到对应的自变量的范围，从而确定不等式的解集

16.（2 分）如图，⊙O 经过 AO 的中点 B，OB＝1，点 P 为⊙O 上动点，过点 B 作 AP 的垂线，垂足为 Q．当点 P 旋转一周时，点 Q 运动的路程为 $\frac{2\pi}{3}$ ．



【解答】解：如图，当 AP 与⊙O 相切时，连接 OP、BP，则 OP＝OB＝1，

∵AP⊥OP，

∴∠OPA＝90°，

∵B 是 AO 的中点，

∴PB＝AB＝OB＝$\frac{1}{2}AO$＝1，

∴PB＝OP＝OB＝1，

∵△BOP 是等边三角形，

∴∠OBP＝60°，

延长 AO 交⊙O 于点 D，取 AB 的中点 C，连接 CQ，

∵BQ⊥AP 于点 Q，

∴∠AQB＝90°，

∴CQ＝CB＝CA＝$\frac{1}{2}AB$＝$\frac{1}{2}$，

∵PB＝AB，BQ⊥AP，

∴AQ＝PQ，

∵C、Q 分别为 AB、AP 的中点，

∴QC∥PB，

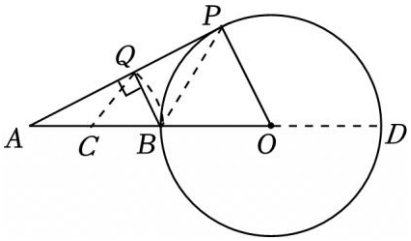
∴∠BCQ＝∠OBP＝60°，

∴当点 P 从点 D 运动到 AP 与⊙O 相切时，点 Q 的运动路径为以 C 为圆心、半径为$\frac{1}{2}$且圆心角等于 60°的圆弧，

∴当点 P 旋转一周时，点 Q 的运动路径为四段半径为$\frac{1}{2}$且圆心角等于 60°的圆弧，

∴点 Q 运动的路程为 $4\times\frac{60\pi\times\frac{1}{2}}{180}=\frac{2\pi}{3}$，

故答案为：$\frac{2\pi}{3}$.



【点评】此题重点考查切线的性质、直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半、等边三角形的判定与性质、三角形中位线定理、弧长公式等知识，正确地作出辅助线是解题的关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分）

17.（8 分）解方程：

（1）$x^2+2x-4=0$；

（2）$(x-1)^2=1-x$.

【解答】解：（1）$x^2+2x-4=0$，

$x^2+2x+1=4+1$，

$(x+1)^2=5$，

则 $x+1=\pm\sqrt{5}$，

所以$x_1=-1+\sqrt{5}$，$x_2=-1-\sqrt{5}$.

（2）$(x-1)^2=1-x$，

$(x-1)^2+x-1=0$，

$(x-1)(x-1+1)=0$，

$x(x-1)=0$，

则 $x=0$ 或 $x-1=0$，

所以 $x_1=0$，$x_2=1$.

【点评】本题主要考查了解一元二次方程 - 因式分解法及解一元二次方程 - 配方法，熟知因式分解法及配方法解一元二次方程的步骤是解题的关键.

18.（7 分）我国通过药品集中采购，大大减轻了百姓的医药负担．某种药品经过两次降价，药价从每盒 200 元下调至 72 元，平均每次降价的百分率是多少？

【解答】解：设平均每次降价的百分率是 x，

由题意得：$200(1-x)^2=72$，

解得：$x_1=0.4=40\%$，$x_2=1.6$（不合题意，舍去），

答：平均每次降价的百分率是 40%.

【点评】本题考查了分式方程的应用，找准等量关系，正确列出分式方程是解题的关键.

19.（8 分）深秋建邺，醉人心扉．南京眼，绿博园，银杏里等地，都呈现出浓浓的秋色．小宁，小邺两人分别从这 3 个景点中选择景点游玩.

（1）若每人选择 1 个景点，求两人所选景点相同的概率；

（2）若每人选择 2 个景点，则两人所选景点恰好相同的概率为__$\frac{1}{3}$__ .

【解答】解：（1）将这 3 个景点分别记为 A，B，C，

列表如下：

	A	B	C
A	（A，A）	（A，B）	（A，C）
B	（B，A）	（B，B）	（B，C）
C	（C，A）	（C，B）	（C，C）

共有 9 种等可能的结果，其中两人所选景点相同的结果有 3 种，

∴两人所选景点相同的概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

（2）列表如下：

	AB	AC	BC
AB	（AB，AB）	（AB，AC）	（AB，BC）
AC	（AC，AB）	（AC，AC）	（AC，BC）
BC	（BC，AB）	（BC，AC）	（BC，BC）

共有 9 种等可能的结果，其中两人所选景点恰好相同的结果有 3 种，

∴两人所选景点恰好相同的概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

20.（8 分）射击比赛中，甲，乙两人在相同的条件下各射击 10 次，成绩统计如下：

甲，乙射击成绩统计表

	平均数	中位数	方差

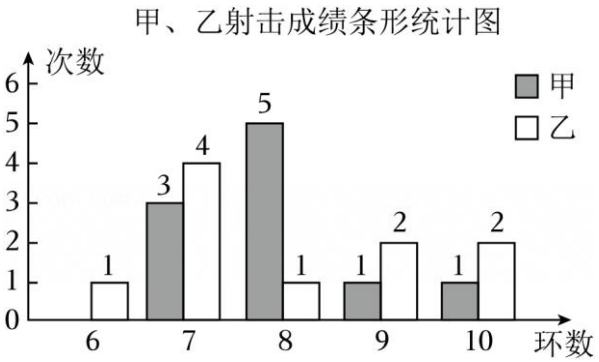
甲	a	8	c
乙	8	b	1.8

根据以上信息，回答下列问题：

（1）$a=$ 8 ，$b=$ 7.5 ，$c=$ 0.8 ；

（2）你认为谁的射击成绩更好？为什么？

（3）如果乙再射击 1 次，命中 8 环，那么乙射击成绩的方差将 变小 （填“变大”，“变小”或“不变”）.



【解答】解：（1）甲的平均数=$\frac{1}{10}$×（7×3+8×5+9+10）=8，

乙的中位数为$\frac{7+8}{2}$=7.5，

甲的方差=$\frac{1}{10}$×[3×（7﹣8）^{2}+5×（8﹣8）^{2}+（9﹣8）^{2}+（10﹣8）^{2}]=0.8，

故答案为：8，7.5，0.8；

（2）甲的射击成绩更好．理由如下：

因为甲、乙两人的平均数相等，而甲的中位数大于乙的中位数，甲的方差较小，发挥比较稳定，

所以甲的射击成绩更好；

（3）如果乙再射击 1 次，命中 8 环，那么乙的射击成绩的方差为$\frac{1}{11}$×[1.8×10+（8﹣8）^{2}]≈1.6，

∴乙射击成绩的方差变小．

故答案为：变小．

【点评】本题考查方差、中位数．熟练掌握平均数的计算，理解方差的概念，能够根据计算的数据进行综合分析是解本题的关键．

21.（8 分）已知二次函数 y 与自变量 x 的部分对应值如下表：

x	…	﹣4	﹣3	﹣2	﹣1	0	1	…
y	…	5	a	﹣3	﹣4	﹣3	0	…

（1）$a=$ 0 ；

（2）求该二次函数的表达式；

（3）当﹣2＜x＜2 时，y 的取值范围是 ﹣4≤y＜5 ．

【解答】解：（1）∵x＝﹣2 时，y＝﹣3；x＝0 时，y＝﹣3，

∴抛物线的对称轴为直线 x＝﹣1，

∴点（﹣3，a）和（1，0）关于直线 x＝﹣1 对称，

∴a＝0；

故答案为：0；

（2）设抛物线解析式为 y＝m（x+3）（x﹣1），

把（0，﹣3）代入得﹣3＝m×（0+3）×（0﹣1），

解得 m＝1，

∴抛物线解析式为 y＝（x+3）（x﹣1），

即 y＝x^2+2x﹣3；

（2）∵x＝﹣2 时，y＝﹣3；x＝2 时，y＝x^2+2x﹣3＝5，

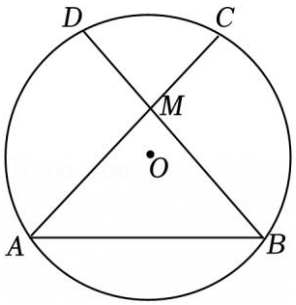
而 x＝﹣1 时，y 有最小值﹣4，

∴当﹣2＜x＜2 时，y 的取值范围为﹣4≤y＜5．

故答案为：﹣4≤y＜5．

【点评】本题考查了待定系数法求二次函数的解析式：在利用待定系数法求二次函数关系式时，要根据题目给定的条件，选择恰当的方法设出关系式，从而代入数值求解．也考查了二次函数的性质．

22．（7 分）如图，在⊙O 中，弦 AC，BD 相交于点 M，且 AM＝BM．求证：CM＝DM．



【解答】证明：如图，连接 CD，

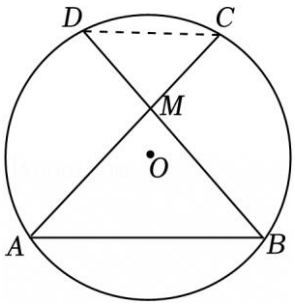
∵AM＝BM，

∴∠A＝∠B，

由圆周角定理得：∠D＝∠A，∠C＝∠B，

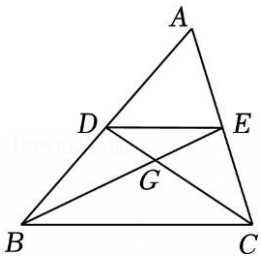
∴∠C＝∠D，

∴$CM=DM$.



【点评】本题考查的是圆周角定理，在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等，都等于这条弧所对的圆心角的一半.

23.（7 分）如图，在△ABC 中，点 D，E 分别为边 AB，AC 的中点，BE，CD 相交于点 G．求$\frac{DG}{GC}$的值.



【解答】解：∵点 D，E 分别为边 AB，AC 的中点，

∴DE 为△ABC 的中位线，

∴$DE\parallel BC$，$DE=\frac{1}{2}BC$，

∴△$DEG\backsim$△CBG，

∴$\frac{DG}{CG}=\frac{DE}{BC}=\frac{1}{2}$.

【点评】本题考查了三角形的重心：三角形的重心是三角形三边中线的交点．也考查了三角形中位线定理和相似三角形的判定与性质.

24.（8 分）某宾馆有 50 个房间供游客居住．当每个房间每天的定价为 180 元时，房间会全部住满：当每个房间每天的定价每增加 10 元时，就会有 1 个房间空闲．如果游客居住房间，宾馆需对每个房间每天支出 20 元的各种费用.

（1）房价定为 200 元时，则有__48__ 个房间有游客居住；

（2）房价定为多少时，宾馆利润最大？

【解答】解：（1）依题意得：$50-\frac{200-180}{10}=48$（个），

故答案为：48；

（2）设每个房间定价增加 x 元，

依题意得：所获利润＝（180+x - 20）（$50-\frac{x}{10}$）$=-\frac{1}{10}$（x - 170）^{2}+10890，

∴当 x＝170 元时，利润最大，

∴180+170＝350（元），

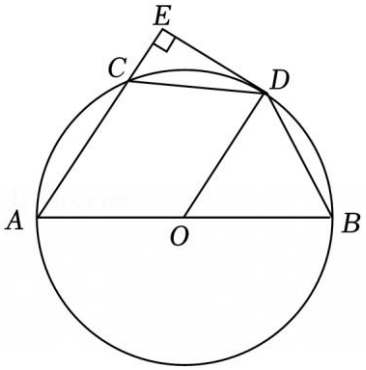
即房价定为 350 元时，宾馆利润取得最大值．

【点评】本题主要考查了二次函数的实际应用，正确列出二次函数解析式，掌握二次函数的性质是解题关键．

25．（8 分）如图，AB 为⊙O 的直径，点 C，D 在⊙O 上，且点 D 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，过点 D 作 $DE\perp AC$ 于点 E，连接 BD．

（1）求证：DE 是⊙O 的切线；

（2）若 AC＝3，$BD=\sqrt{5}$，求 DE 的长．



【解答】（1）证明：如图，连接 AD．

∵点 D 为$\overset{\frown}{BC}$的中点，

∴$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{BD}$，

∴∠CAD＝∠DAB，

∵OA＝OD，

∴∠DAB＝∠ODA．

∴∠CAD＝∠ODA，

∴AE∥OD．

∵$DE\perp AE$，

∴$DE\perp OD$，

∵OD 为⊙O 的半径，

∴ED 是⊙O 的切线；

（2）解：如图，连接 BC 交 OC 于 F，

$\because \overset{\frown}{CD} = \overset{\frown}{BD}$，

$\therefore CD=BD$，$OD\perp BC$，

$\therefore CF=BF$，

$\because AO=OB$．

$\therefore OF=\frac{1}{2}AC=\frac{3}{2}$，

设$\odot O$ 的半径为 r，

$\therefore DF=r-\frac{3}{2}$，

$\because OB^2-OF^2=BD^2-DF^2$，

$\therefore r^2-(\frac{3}{2})^2=(\sqrt{5})^2-(r-\frac{3}{2})^2$，

解得 $r=\frac{5}{2}$（负值舍去），

$\therefore OB=\frac{5}{2}$，

$\therefore BF=\sqrt{OB^2-OF^2}=2$，

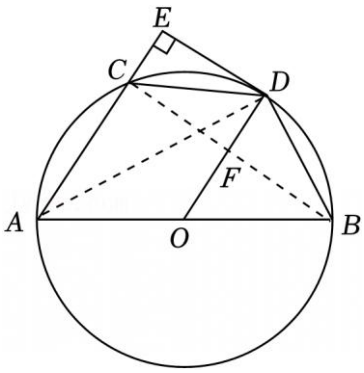
$\because AB$ 为$\odot O$ 的直径，

$\therefore \angle BCA=\angle BCE=90°$，

$\therefore \angle FCE=\angle E=\angle CFD=90°$，

$\therefore$四边形 $DECF$ 是矩形，

$\therefore DE=CF=BF=2$．



【点评】本题考查了切线的判定和性质，勾股定理，矩形的判定和性质，圆周角定理，熟练掌握切线的判定和性质定理是解题的关键．

26．（9 分）已知二次函数 $y=ax^2-2ax+1$（a 为常数，且 $a\neq0$）．

（1）该函数的图象必经过两个定点__（0，1）__，__（2，1）__；

（2）若该函数图象与 x 轴只有一个交点，求函数图象的顶点坐标；

（3）若点 A（a，y_1），B（$a+1$，y_2），C（$a+2$，y_3）都在该函数图象上，且 $y_1<y_3<y_2$，直接写出 a 的取值范围．

【解答】解：（1）∵二次函数 $y=ax^2-2ax+1$（a 为常数，且 $a\neq0$），

∴抛物线的对称轴为直线 $x=-\frac{-2a}{2a}=1$，与 y 轴的交点为（0，1），

∴（0，1）关于直线 $x=1$ 的对称点（2，1）也在抛物线上，

∴该函数的图象必经过两个定点（0，1），（2，1）．

故答案为：（0，1），（2，1）；

（2）∵该函数图象与 x 轴只有一个交点，对称轴为直线 $x=1$，

∴函数图象的顶点坐标为（1，0）；

（3）∵点 A（a，y_1），B（$a+1$，y_2），C（$a+2$，y_3）都在该函数图象上，且 $y_1<y_3<y_2$，

∴①当 $a<0$ 时，抛物线开口向下，点 A（a，y_1），B（$a+1$，y_2）在对称轴直线 $x=1$ 的左侧，C（$a+2$，y_3）在对称轴的右侧符合题意，

$$\therefore\begin{cases}1-(a+1)<a+2-1\\1-a>a+2-1\end{cases},$$

解得$-\frac{1}{2}<a<0$，

②当 $a>0$，抛物线开口向上，B（$a+1$，y_2），C（$a+2$，y_3）都在对称轴的右侧，$y_3>y_2$，不合题意；

∴点 A（a，y_1），B（$a+1$，y_2），C（$a+2$，y_3）都在该函数图象上，且 $y_1<y_3<y_2$，a 的取值范围是$-\frac{1}{2}<a<0$．

【点评】本题考查二次函数的图象上点的坐标特征，二次函数的图象和性质，熟练掌握二次函数的性质是解题的关键．

27．（10 分）在数学中，常常通过构造基本图形帮助我们解决问题．

【基本图形】

（1）如图①，已知△ABC∽△DEC，求证△ACD∽△BCE．

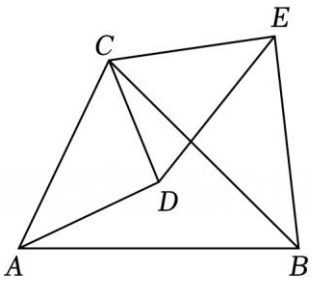
【灵活应用】

（2）如图②，△ABC 和△ABD 中，∠ACB=∠ADB=90°，$\frac{AC}{BC}=\frac{1}{2}$，$BD$=6，$CD$=4，求 AD．

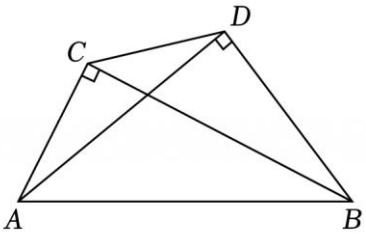
【深度思考】

（3）尺规作图：如图③，线段 AB 与直线 l 相交于点 C．在直线 l 上作一点 P，使得$\frac{PA}{PB}$最小（保留作图

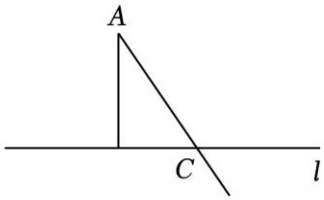
痕迹，写出必要的文字说明）.



①



②



③

【解答】（1）证明：∵△*ABC*∽△*DEC*，

∴∠*ACB*＝∠*DCE*，$\frac{AC}{DC}=\frac{BC}{EC}$，

∴∠*ACB*﹣∠*DCB*＝∠*DCE*﹣∠*DCB*，

∴∠*ACB*＝∠*DCE*，

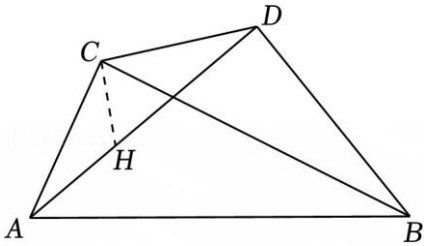
∵$\frac{AC}{DC}=\frac{BC}{EC}$，

∴$\frac{AC}{BC}=\frac{DC}{EC}$，

∵∠*ACB*＝∠*DCE*，$\frac{AC}{BC}=\frac{DC}{EC}$，

∴△*ACD*∽△*BCE*；

（2）解：作 *CH*⊥*CD*，交 *AD* 于点 *H*.



∵*CH*⊥*CD*，

∴∠*HCD*＝∠*ACB*＝90°，

∴∠*HCD*﹣∠*HCB*＝∠*ACB*﹣∠*HCB*，

∴∠*ACH*＝∠*BCD*，

∵∠*ACB*＝∠*ADB*，∠*DOA*＝∠*DOB*，

∴∠*CAD*＝∠*CBD*.

∵∠*ACH*＝∠*BCD*，∠*CAD*＝∠*CBD*，

∴△*ACH*∽△*BCD*，

∴$\frac{AC}{BC}=\frac{AH}{BD}=\frac{CH}{CD}=\frac{1}{2}$，

∴AH＝3，CH＝2，

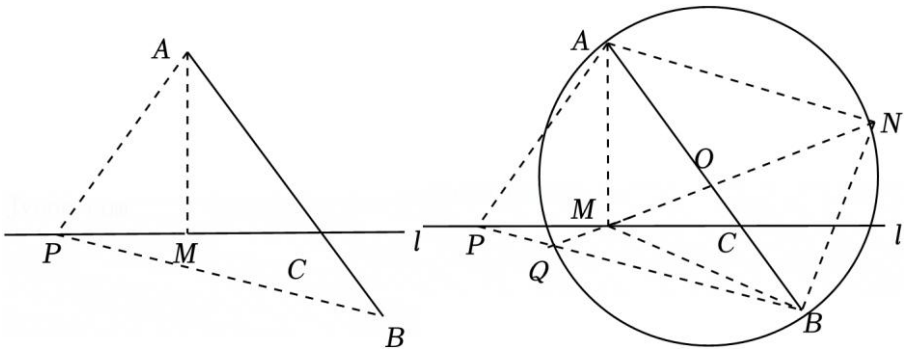
在 Rt△HDC 中，DH^2＝CD^2 - CH^2＝4^2+2^2＝20，

即 DH＝$2\sqrt{5}$，

∴$AD = 3 + 2\sqrt{5}$；

（3）理论依据：

过点 A 作 $AM\perp l$，当点 P 在点 M 左侧时，如图，连接 PA、PB，



PA、PB 组成△PAB，

∵AM 是定值，且有特殊值，

∴构造△AMN∽△APB，连接 BM，如图，

∴$\frac{PA}{PB} = \frac{MA}{MN}$，△$AMP$∽△$ANB$，

∴∠AMP＝∠ANB＝90°，

要求$\frac{PA}{PB}$最小值，即求$\frac{MA}{MN}$最小值，

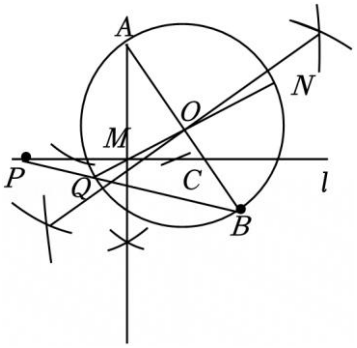
∵MA 为定值，

∴求出 MN 最大值即可，取 AB 中点 O，当 M、O、N 共线时，MN 最大，则此时$\frac{PA}{PB}$最小，

如图，延长 NM 交圆于点 Q，连接 BQ 并延长交 l 于点 P 即为所求，

尺规作图：

如图，点 P 即为所求，



作法提示：①作 $AM\perp l$ 交 l 于点 M；

②以 AB 为直径作圆，圆心为 O，连接 OM 并延长交$\odot O$ 于点 Q；

③连接 BQ 并延长交直线 l 于点 P，点 P 即为所求．

【点评】本题主要考查了相似三角形的判定和性质、复杂的尺规作图等内容，熟练掌握相关知识是解题的关键．