# 2024-2025学年江苏省南京市联合体九年级（上）期末数学试卷

**一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）**

1.（2分）下列函数中，是二次函数的是（　　）

A．$y=2x+1$　　B．$y=x^2-1$　　C．$y=\frac{2}{x}$　　D．$y=x^3+x^2-1$

2.（2分）天气预报显示“上海明天下雨的概率为85%”．下列说法中，正确的是（　　）

A．上海明天将有85%的时间下雨

B．上海明天将有85%的地区下雨

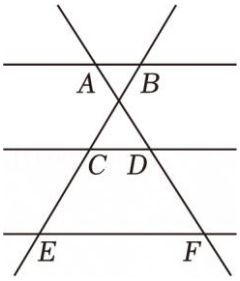
C．上海明天下雨的可能性很大

D．上海明天下雨的可能性很小

3.（2分）某学校九年级1班九名同学参加定点投篮测试，每人投篮六次，投中的次数统计如下：4，3，5，5，2，5，3，4，1，这组数据的中位数、众数分别为（　　）

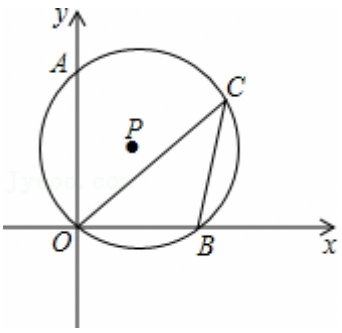
A．4，5　　B．5，4　　C．4，4　　D．5，5

4.（2分）如图，若$AB\parallel CD\parallel EF$，则下列结论正确的是（　　）




A．$\frac{AB}{EF}=\frac{BC}{BE}$　　B．$\frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}$　　C．$\frac{CD}{EF}=\frac{BC}{BE}$　　D．$\frac{CD}{EF}=\frac{AD}{AF}$

5.（2分）如图⊙$P$经过点$A$（0，$\sqrt{3}$）、$O$（0，0）、$B$（1，0），点$C$在第一象限的$\overset{\frown}{AB}$上，则$\angle BCO$的度数为（　　）




A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

6．（2 分）已知二次函数 $y_1=a(x-m)(x-n)$ 与一次函数 $y_2=kx-km$．若函数 $y=y_1+y_2$ 的图象与 $x$ 轴只有一个公共点，则（　　）

A．$a(m-n)=k$　　B．$a(n-m)=k$　　C．$k(m-n)=a$　　D．$k(n-m)=a$

**二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案填写答题卡相应位置上）**

7．（2 分）若 $x$：$y=2$：3，则 $\frac{x}{x+y}=$_____．

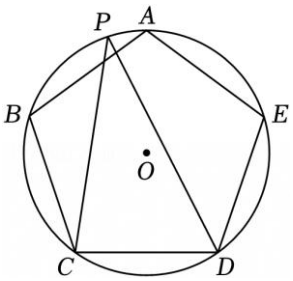
8．（2 分）二次函数 $y=x^2-2$ 的图象的顶点坐标是 _____．

9．（2 分）若点 $P$ 是线段 $AB$ 的黄金分割点，且 $AP>BP$，$AB=2$，则 $AP=$_____．（保留根号）

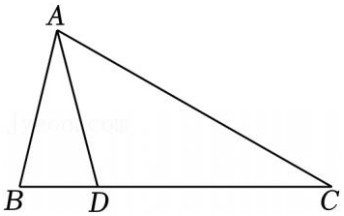
10．（2 分）一元二次方程 $x^2+mx+2m=0$ 的两个实根分别为 $x_1$，$x_2$，若 $x_1+x_2=1$，则 $x_1x_2=$_____．

11．（2 分）用半径为 30$cm$，圆心角为 120°的扇形纸片围成一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆半径为 $cm$．

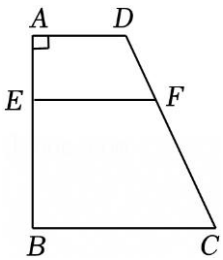
12．（2 分）如图，$\odot O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆，$P$ 是 $\overset{\frown}{AB}$ 上一点，则 $\angle CPD=$ _____ °．




13．（2 分）如图，在 $\triangle ABC$ 中，$AC=BC=2AB$，$D$ 是 $BC$ 上一点，且 $AB=AD$．若 $BD=1$，则 $AB$ 的长为 _____．

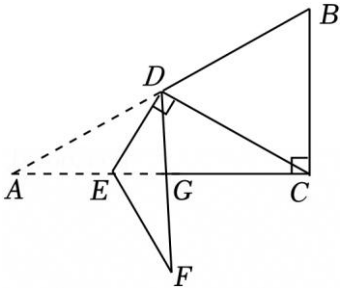



14．（2 分）在四边形 $ABCD$ 中，$AD\parallel EF\parallel BC$，$\angle A=90°$，$\frac{AE}{EB}=\frac{1}{2}$．若 $AD=3$，$BC=6$，则 $\frac{S_{四边形AEFD}}{S_{四边形EBCF}}=$_____．



15．（2 分）已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 $x$ 轴的交点坐标分别为（1，0），（$m$，0）．若 $-4<b<1$，则 $m$ 的取值范围是 _____ ．

16．（2 分）如图，在 Rt△$ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$BC=2$，$AC=4$，$D$ 是 $AB$ 的中点，连接 $CD$，过点 $D$ 作 $DE\perp CD$，交 $AC$ 于点 $E$．将△$ADE$ 沿直线 $DE$ 翻折，点 $A$ 落在 $F$ 处，$DF$ 交 $AC$ 于点 $G$，则 $CG$ 的长为 _____ ．




**三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）**

17．（8 分）解方程：

（1）$x^2+4x-5=0$；

（2）$3x(x-2)=x-2$．

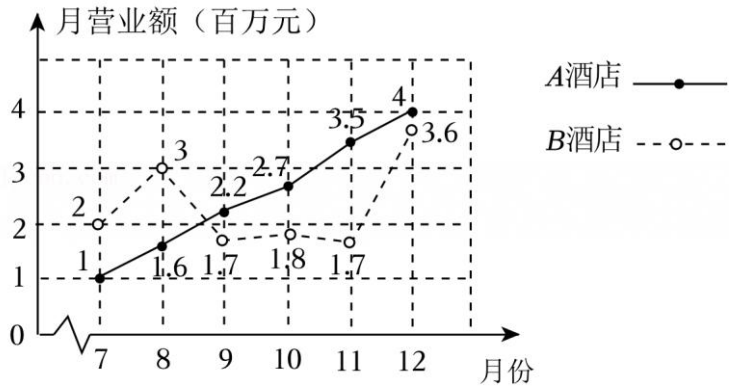
18．（8 分）甲、乙两人分别从 $A$，$B$，$C$ 三个检票通道中随机选择一个通道进入游乐园．

（1）甲选择 $A$ 检票通道的概率是 _____ ．

（2）求甲、乙选择同一个检票通道的概率．

19．（8 分）$A$，$B$ 两家酒店规模相当，去年下半年的月盈利折线统计图如图所示．

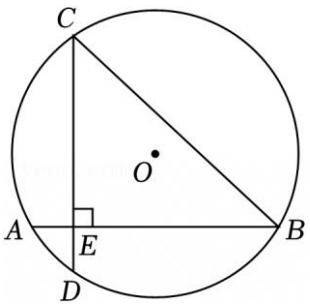
$A$、$B$ 两家酒店 7～12月的月盈利折线统计图




（1）分别求这两家酒店 7～12 月的月盈利的平均数；

（2）已知 $A$，$B$ 两家酒店 7～12 月的月盈利的方差分别为 1.073 万元 $^2$，0.54 万元 $^2$，结合折线统计图，分析这两家酒店的经营状况．

20．（7 分）如图，在⊙$O$ 中，弦 $AB\perp CD$，垂足为 $E$，连接 $BC$，$\angle B=45°$．求证 $AB=CD$．




21．（7 分）已知关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2+x-a-1=0$．

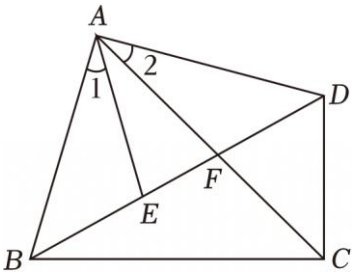
（1）求证：方程总有实数根；

（2）设方程的两个根分别为 $x_1$，$x_2$，求（$x_1-1$）（$x_2-1$）的值．

22．（8 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AC$，$BD$ 相交于点 $F$，点 $E$ 在 $BD$ 上，且$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$．

求证：（1）$\angle 1=\angle 2$；

（2）$\triangle ABE\backsim\triangle ACD$．




23．（8 分）某商店经销的某种商品，每件成本为 30 元．经市场调研，售价为 40 元时，可销售 600 件；售价每提高 1 元，销售量将减少 10 件．销售价格是多少时，才能获得最大利润？最大利润是多少？

24．（7 分）对于三个不相等的实数 $a$，$b$，$c$，我们规定符号 $max\{a，b，c\}$表示 $a$，$b$，$c$ 中的最大值，如：$max\{-1，0，2\}=2$．

（1）若 $max\{1，2x，x^2+3\}=7$，求 $x$ 的值；

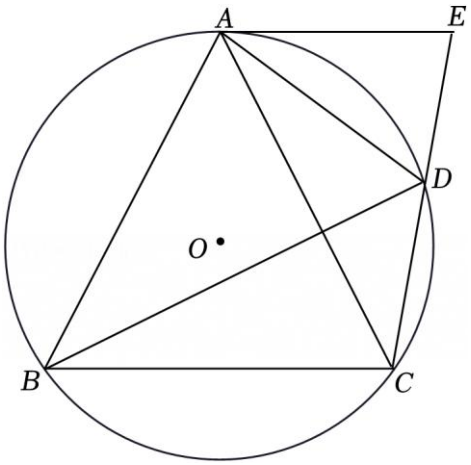
（2）当 $0<x<1$ 时，$max\{x，kx+1，x^2\}=kx+1$，直接写出 $k$ 的取值范围．

25.（8 分）如图，四边形 $ABCD$ 是⊙$O$ 的内接四边形，过点 $A$ 作⊙$O$ 的切线交 $CD$ 的延长线于点 $E$，$BC \parallel AE$.

（1）求证 $AB=AC$；

（2）求证△$ADE$∽△$BDA$；

（3）若 $AC \perp BD$，$BC=4$，$CD=\sqrt{5}$，则 $AE$ 的长为 _____ .




26.（9 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过（2，1），（－1，－2）两点，对称轴为直线 $x=m$.

（1）该函数的图象与 $x$ 轴的公共点的个数是 _____ .

*A*.0

*B*.1

*C*.2

（2）当 $a>0$ 时，试说明 $m<\frac{1}{2}$.

（3）若点 $A$（－2，$y_1$），$B$（0，$y_2$）都在该函数的图象上．当 $y_1<y_2$ 时，结合函数的图象，直接写出 $m$ 的取值范围.

27.（10 分）借助运动的视角看图形变化是非常重要的数学眼光……

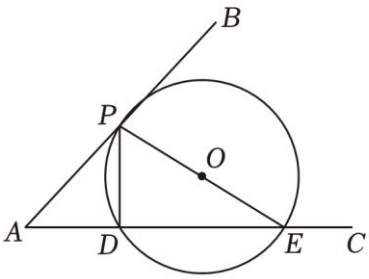
已知∠$A$=45°，点 $D$，$E$ 在 $AC$ 上，$DE$=10，点 $P$ 在 $AB$ 上，连接 $PD$，$PE$，作△$PDE$ 的外接圆⊙$O$.

（1）当 $AD$=6 时，

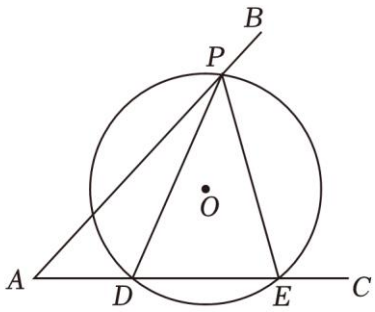
（I）如图①，若 $PE$ 是⊙$O$ 的直径，则⊙$O$ 的半径为 _____ ；

（II）如图②，若$AP = 12\sqrt{2}$，求⊙$O$ 的半径.

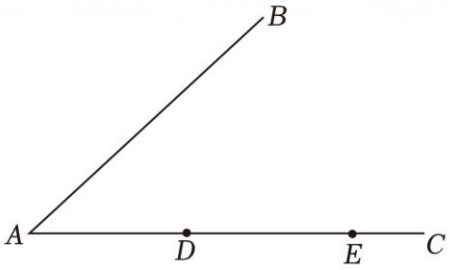
（2）当 $AD$=10 时，如图③，若⊙$O$ 与 $AB$ 相切于点 $P$，用直尺和圆规作出点 $P$ 的位置.（要求：不写作法，保留作图痕迹，写出必要的文字说明）




①




②




③

（3）设 $AD$=$m$，对于每一个 $m$ 的值，⊙$O$ 的半径随着点 $P$ 的位置的变化而变化，直接写出⊙$O$ 的半径的最小值及对应的 $m$ 的取值范围（可用含 $m$ 的式子表示）.

# 2024-2025学年江苏省南京市联合体九年级（上）期末数学试卷

**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共6小题）**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | C | A | B | B | B |

**一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）**

1.（2分）下列函数中，是二次函数的是（　　）

A．$y=2x+1$　　B．$y=x^2-1$　　C．$y=\frac{2}{x}$　　D．$y=x^3+x^2-1$

【解答】解：$y=2x+1$，$y=\frac{2}{x}$，$y=x^3+x^2-1$不符合二次函数的定义，它们不是二次函数；

$y=x^2-1$符合二次函数的定义，它是二次函数；

故选：*B*.

【点评】本题考查二次函数的定义，熟练掌握其定义是解题的关键.

2.（2分）天气预报显示“上海明天下雨的概率为85%”．下列说法中，正确的是（　　）

A．上海明天将有85%的时间下雨

B．上海明天将有85%的地区下雨

C．上海明天下雨的可能性很大

D．上海明天下雨的可能性很小

【解答】解：上海明天下雨的概率为85%，表示上海明天下雨的可能性很大，但是不是将有85%的地区下雨，不是85%的时间下雨，也不是明天肯定下雨.

故选：*C*.

【点评】此题考查了概率的意义，解题的关键是掌握概率反映的只是这一事件发生的可能性的大小，概率大也不一定发生.

3.（2分）某学校九年级1班九名同学参加定点投篮测试，每人投篮六次，投中的次数统计如下：4，3，5，5，2，5，3，4，1，这组数据的中位数、众数分别为（　　）

A．4，5　　B．5，4　　C．4，4　　D．5，5

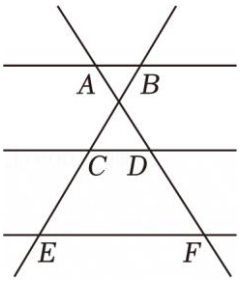
【解答】解：将数据从小到大排列为：1，2，3，3，4，4，5，5，5，

这组数据的中位数为 4；众数为 5．

故选：$A$．

【点评】本题考查了众数、中位数的知识，解答本题的关键是掌握众数及中位数的定义．

4．（2 分）如图，若 $AB\parallel CD\parallel EF$，则下列结论正确的是（　　）




A．$\frac{AB}{EF}=\frac{BC}{BE}$　　B．$\frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}$　　C．$\frac{CD}{EF}=\frac{BC}{BE}$　　D．$\frac{CD}{EF}=\frac{AD}{AF}$

【解答】解：$\because AB\parallel CD\parallel EF$，

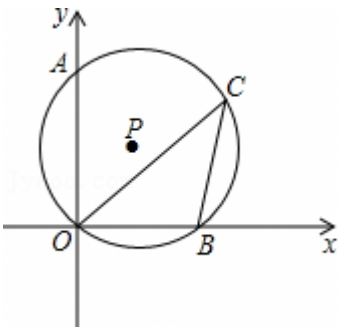
$\therefore \frac{AD}{DF}=\frac{BC}{CE}$，

故选项 $A$，$C$，$D$ 错误，

故选：$B$．

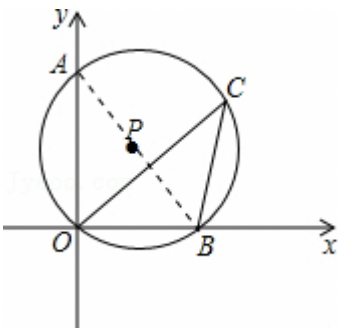
【点评】本题考查了平行线分线段成比例，掌握平行线分线段成比例是解题解题的关键．

5．（2 分）如图⊙$P$ 经过点 $A$（0，$\sqrt{3}$）、$O$（0，0）、$B$（1，0），点 $C$ 在第一象限的$\overset{\frown}{AB}$上，则$\angle BCO$ 的度数为（　　）




A．15°　　B．30°　　C．45°　　D．60°

【解答】解：连接 $AB$，



∵tan∠$OAB$= $\frac{OB}{OA}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,

∴∠$OAB$＝30°,

∴∠$OCB$＝∠$OAB$＝30°（圆周角定理）.

故选：$B$.

【点评】本题考查了圆周角定理及特殊角的三角函数值，注意熟练掌握：在同圆或等圆中，同弧或等弧所对的圆周角相等.

6.（2 分）已知二次函数 $y_1=a(x-m)(x-n)$ 与一次函数 $y_2=kx-km$．若函数 $y=y_1+y_2$ 的图象与 $x$ 轴只有一个公共点，则（　　）

A．$a(m-n)=k$　　B．$a(n-m)=k$　　C．$k(m-n)=a$　　D．$k(n-m)=a$

【解答】解：∵二次函数 $y_1=a(x-m)(x-n)$,

∴二次函数与 $x$ 轴的交点坐标为（$m$，0），（$n$，0），

∵一次函数 $y_2=kx-km=k(x-m)$，当 $x=m$ 时，$y_2=0$，

∴一次函数 $y_2=kx-km$ 与 $x$ 轴的交点坐标为（$m$，0），

∴$y=y_1+y_2=a(x-m)(x-n)+k(x-m)$,

$=ax^2-amx-anx+amn+kx-km$

$=ax^2+(k-am-an)+amn-km$

∵当 $x=m$ 时，$y_1=0$，$y_2=0$，

∴当 $x=m$ 时，$y=y_1+y_2=0$，

∵函数 $y=y_1+y_2$ 的图象与 $x$ 轴只有一个公共点，

∴$y=y_1+y_2$ 的图象与 $x$ 轴的交点为（$m$，0），

∴$-\frac{k-am-an}{2a}=m$,

化简得：$a(n-m)=k$.

故选：$B$.

【点评】本题考查了二次函数的性质，一次函数的性质，抛物线与 $x$ 轴的交点，熟练掌握二次函数的图象与性质是解题的关键.

**二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案填写答题卡相应位置上）**

7.（2 分）若 $x$：$y$=2：3，则$\frac{x}{x+y}=$ $\frac{2}{5}$ .

【解答】解：∵$x$：$y$=2：3，

$\therefore y=\frac{3}{2}x$，

$\therefore \frac{x}{x+\frac{3}{2}x}=\frac{2}{5}$.

故答案为：$\frac{2}{5}$.

【点评】此题考查了比例的性质，掌握比例的基本性质是解题的关键，较简单.

8.（2 分）二次函数 $y=x^2-2$ 的图象的顶点坐标是 （0，－2） .

【解答】解：二次函数 $y=x^2-2$ 的图象的顶点坐标是（0，－2）.

故答案为：（0，－2）.

【点评】本题考查了抛物线顶点式及顶点坐标，掌握顶点式是解题关键.

9.（2 分）若点 $P$ 是线段 $AB$ 的黄金分割点，且 $AP>BP$，$AB=2$，则 $AP=$ $\sqrt{5}-1$ .（保留根号）

【解答】解：由于 $P$ 为线段 $AB=2$ 的黄金分割点，

且 $AP>BP$；

则 $AP=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times 2=\sqrt{5}-1$.

故答案为：$\sqrt{5}-1$.

【点评】本题考查了黄金分割的概念．应该识记黄金分割的公式：较短的线段＝原线段的$\frac{3-\sqrt{5}}{2}$，较长的线段＝原线段的$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

10.（2 分）一元二次方程 $x^2+mx+2m=0$ 的两个实根分别为 $x_1$，$x_2$，若 $x_1+x_2=1$，则 $x_1x_2=$ －2 .

【解答】解：根据题意得 $x_1+x_2=-m=1$，$x_1x_2=2m$，

所以 $m=-1$，

所以 $x_1x_2=-2$.

故答案为－2.

【点评】本题考查了根与系数的关系：若 $x_1$，$x_2$ 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a\neq 0)$ 的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$.

11.（2 分）用半径为 30$cm$，圆心角为 120°的扇形纸片围成一个圆锥的侧面，则这个圆锥的底面圆半径为 10 $cm$.

【解答】解：设这个圆锥的底面圆半径为 $r$ $cm$，依题意，得

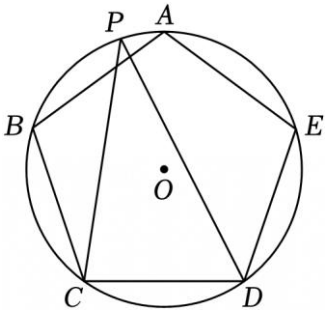
$2\pi r=\frac{120\pi\times 30}{180}$，

解得 $r=10$.

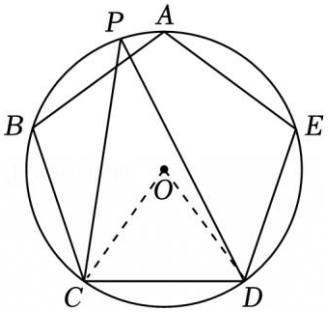
故答案为：10．

【点评】本题考查了圆锥的计算．圆锥的侧面展开图为扇形，计算要体现两个转化：1、圆锥的母线长为扇形的半径，2、圆锥的底面圆周长为扇形的弧长．

12．（2 分）如图，⊙$O$ 是正五边形 $ABCDE$ 的外接圆，$P$ 是$\overset{\frown}{AB}$上一点，则∠$CPD$＝ 36 °．




【解答】解：如图，连接 $OC$，$OD$．




∵$ABCDE$ 是正五边形，

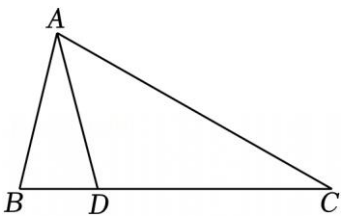
∴$\angle COD=\frac{360°}{5}=72°$，

∴$\angle CPD=\frac{1}{2}\angle COD=36°$，

故答案为：36．

【点评】本题考查正多边形和圆、圆周角定理等知识，解题的关键是熟练掌握圆周角定理，属于中考常考题型．

13．（2 分）如图，在△$ABC$ 中，$AC=BC=2AB$，$D$ 是 $BC$ 上一点，且 $AB=AD$．若 $BD=1$，则 $AB$ 的长为 2 ．




【解答】解：由题知，

∵$AC=BC$，

∴∠$B$=∠$CAB$.

∵$AB$=$AD$，

∴∠$B$=∠$ADB$，

则∠$B$=∠$B$，∠$CAB$=∠$ADB$，

∴△$ABD$∽△$CBA$，

∴$\frac{AB}{BD}=\frac{CB}{BA}$，

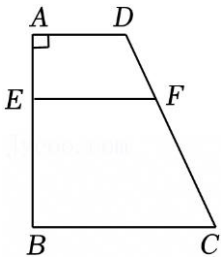
又∵$BC$=2$AB$，$BD$=1，

∴$AB$=2.

故答案为：2.

【点评】本题主要考查了相似三角形的判定与性质，熟知相似三角形的判定与性质是解题的关键.

14.（2 分）在四边形 $ABCD$ 中，$AD$∥$EF$∥$BC$，∠$A$=90°，$\frac{AE}{EB}=\frac{1}{2}$. 若 $AD$=3，$BC$=6，则$\frac{S_{四边形AEFD}}{S_{四边形EBCF}}=$ $\frac{7}{20}$ .




【解答】解：如图，连接 $AC$ 交 $EF$ 于 $G$，

∵$AD$∥$EF$∥$BC$，∠$A$=90°，

∴∠$AEG$=∠$ABC$=90°，$\frac{DF}{FC}=\frac{AE}{EB}=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{AE}{AB}=\frac{1}{3}$，$\frac{CF}{CD}=\frac{2}{3}$，

∵$EG$∥$BC$，

∴△$AEG$∽△$ABC$，

∴$\frac{EG}{BC}=\frac{AE}{AB}$，即$\frac{EG}{6}=\frac{1}{3}$，

解得：$EG$=2，

∵$FG$∥$AD$，

∴△$CFG$∽△$CDA$，

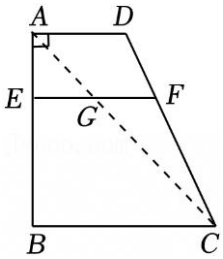
$\therefore \frac{FG}{AD}=\frac{CF}{CD}$，即$\frac{FG}{3}=\frac{2}{3}$，

解得：$FG=2$，

$\therefore EF=2+2=4$，

$\therefore \frac{S_{四边形AEFD}}{S_{四边形EBCF}}=\frac{\frac{1}{2}\times(3+4)\cdot AE}{\frac{1}{2}\times(4+6)\cdot EB}=\frac{7}{20}$，

故答案为：$\frac{7}{20}$.




【点评】本题考查的是相似三角形的判定和性质、平行线分线段成比例定理，灵活运用该定理、找准对应关系是解题的关键.

15.（2 分）已知抛物线 $y=x^2+bx+c$ 与 $x$ 轴的交点坐标分别为（1，0），（$m$，0）．若 $-4<b<1$，则 $m$ 的取值范围是 ＿$-2<m<3$＿ ．

【解答】解：由题意得：$y=（x-1）（x-m）=x^2-（m+1）x+m$，

即 $b=-（m+1）$，

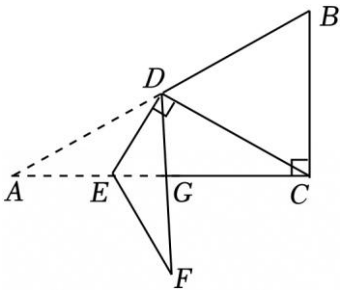
则 $-4<-（m+1）<1$，

解得：$-2<m<3$，

故答案为：$-2<m<3$.

【点评】本题考查的是抛物线与 $x$ 轴的交点，利用二次函数的交点式：$y=a（x-x_1）（x-x_2）$，求函数的表达式是解题的关键.

16.（2 分）如图，在 Rt△$ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，$BC=2$，$AC=4$，$D$ 是 $AB$ 的中点，连接 $CD$，过点 $D$ 作 $DE\perp CD$，交 $AC$ 于点 $E$．将△$ADE$ 沿直线 $DE$ 翻折，点 $A$ 落在 $F$ 处，$DF$ 交 $AC$ 于点 $G$，则 $CG$ 的长为 ＿$\frac{20}{11}$＿ ．




【解答】解：∵∠$ACB$=90°，$BC$=2，$AC$=4，

∴$AB$=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=2$\sqrt{5}$，

∵$D$ 是 $AB$ 的中点，

∴$CD$=$AD$=$BD$=$\frac{1}{2}AB$=$\sqrt{5}$，

∴∠$BAC$=∠$DCE$，

∵∠$ACB$=∠$EDC$=90°，

∴△$ABC$∽△$CED$，

∴$\frac{AB}{CE}=\frac{AC}{CD}$，即$\frac{2\sqrt{5}}{CE}=\frac{4}{\sqrt{5}}$，

∴$CE$=$\frac{5}{2}$，

∴$AE$=$AC$﹣$CE$=4−$\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$，

∵将△$ADE$ 沿直线 $DE$ 翻折，点 $A$ 落在 $F$ 处，

∴$DF$=$DA$=$\sqrt{5}$，$AE$=$EF$=$\frac{3}{2}$，∠$F$=∠$BAC$，

∴∠$F$=∠$DCG$，

∵∠$EGF$=∠$DGC$，

∴△$EGF$∽△$DGC$，

∴$\frac{EG}{DG}=\frac{GF}{CG}=\frac{EF}{CD}=\frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{5}}=\frac{3}{2\sqrt{5}}$，

设 $EG$=3$m$，$GF$=3$n$，则 $DG$=2$\sqrt{5}m$，$CG$=2$\sqrt{5}n$，

∵$EG$+$CG$=$CE$=$\frac{5}{2}$，$DG$+$GF$=$DF$=$\sqrt{5}$，

∴$\begin{cases}3m+2\sqrt{5}n=\frac{5}{2}\\2\sqrt{5}m+3n=\sqrt{5}\end{cases}$，

解得$\begin{cases}m=\frac{5}{22}\\n=\frac{2\sqrt{5}}{11}\end{cases}$，

∴$CG=2\sqrt{5}n=2\sqrt{5}\times\frac{2\sqrt{5}}{11}=\frac{20}{11}$;

故答案为：$\frac{20}{11}$.

【点评】本题考查直角三角形中的翻折问题，涉及相似三角形的判定与性质，勾股定理，直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半等，解题的关键是掌握相似三角形的判定定理.

**三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）**

17.（8 分）解方程：

（1）$x^2+4x-5=0$；

（2）$3x(x-2)=x-2$.

【解答】解：（1）$x^2+4x-5=0$，

$(x-1)(x+5)=0$，

则 $x-1=0$ 或 $x+5=0$，

所以 $x_1=1$，$x_2=-5$.

（2）$3x(x-2)=x-2$，

$3x(x-2)-(x-2)=0$，

$(x-2)(3x-1)=0$，

则 $x-2=0$ 或 $3x-1=0$，

所以$x_1=2$，$x_2=\frac{1}{3}$.

【点评】本题主要考查了解一元二次方程 - 因式分解法，熟知因式分解法解一元二次方程的步骤是解题的关键.

18.（8 分）甲、乙两人分别从 $A$，$B$，$C$ 三个检票通道中随机选择一个通道进入游乐园.

（1）甲选择 $A$ 检票通道的概率是 $\frac{1}{3}$ .

（2）求甲、乙选择同一个检票通道的概率.

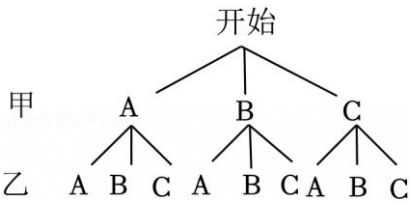
【解答】解：（1）∵景区检票口有 $A$，$B$，$C$ 共 3 个检票通道，

∴甲随机选择一个检票共有三种等可能的情况.

∴$P_{(选择A)}=\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$;

（2）由题意列树状图得，




由图可以看出，

甲乙两人分别从 3 个检票通道中随机选择一个检票共有 9 种等可能的情况，

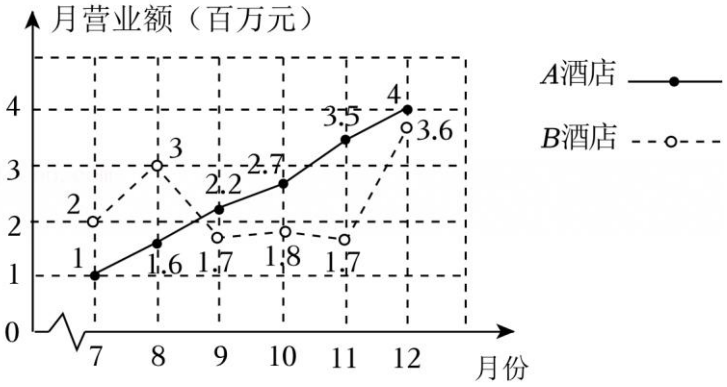
其中甲，乙两人选择的检票通道恰好相同的情况共有 3 种，

$\therefore P_{（甲乙两人选择的通道相同）}=\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查了列表法与树状图法求事件发生的概率，熟练掌握列表法与树状图法及概率公式是解题的关键.

19.（8 分）$A$，$B$ 两家酒店规模相当，去年下半年的月盈利折线统计图如图所示.

$A$、$B$ 两家酒店 7～12月的月盈利折线统计图




（1）分别求这两家酒店 7～12 月的月盈利的平均数；

（2）已知 $A$，$B$ 两家酒店 7～12 月的月盈利的方差分别为 1.073 万元 $^2$，0.54 万元 $^2$，结合折线统计图，分析这两家酒店的经营状况.

【解答】解：（1）$A$ 家酒店月盈利的平均值：$\frac{1+1.6+2.2+2.7+3.5+4}{6}=2.5$（万元），

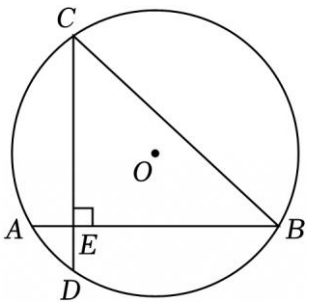
$B$ 家酒店月盈利的平均值：$\frac{2+3+1.7+1.8+1.7+3.6}{6}=2.3$（万元）；

（2）$A$ 酒店经营状况较好，

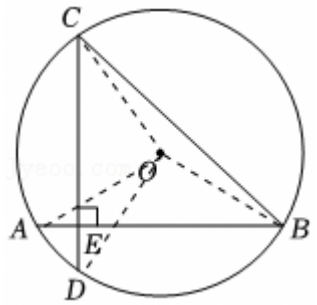
$A$ 酒店营业额的平均值大于 $B$ 酒店，且由折线统计图可知 $A$ 酒店的营业额持续稳定增长，潜力大.

【点评】此题考查了折线统计图的知识. 此题难度适中，注意掌握折线统计图表达的实际意义是解此题的关键.

20.（7 分）如图，在⊙$O$ 中，弦 $AB\perp CD$，垂足为 $E$，连接 $BC$，$\angle B=45°$. 求证 $AB=CD$.




【解答】证明：如图，连接 $OA$，$OB$，$OC$，$OD$，




∵弦 $AB\perp CD$，

∴$\angle BEC=90°$，

∵$\angle ABC=45°$，

∴$\angle BCE=\angle ABC=45°$，

∴$\angle BOD=\angle AOC$，

∴$\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{AC}$，

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{AD}$，

∴$AB=CD$.

【点评】本题考查了圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系，熟练掌握圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系是关键.

21.（7 分）已知关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2+x-a-1=0$.

（1）求证：方程总有实数根；

（2）设方程的两个根分别为 $x_1$，$x_2$，求（$x_1-1$）（$x_2-1$）的值.

【解答】（1）证明：∵$\Delta=1^2-4\times a\times(-a-1)=1+4a^2+4a=(2a+1)^2\geq 0$，

∴方程总有实数根.

（2）解：∵方程的两个根分别为 $x_1$，$x_2$，

∴$x_1+x_2=-\frac{1}{a}$，$x_1x_2=\frac{-a-1}{a}$，

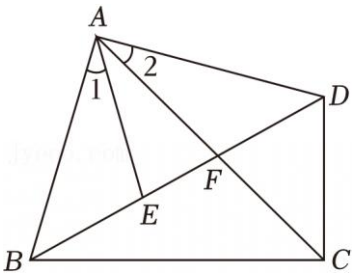
∴（$x_1$﹣1）（$x_2$﹣1）＝$x_1x_2$﹣（$x_1$+$x_2$）+1＝$\frac{-a-1}{a}-(-\frac{1}{a})+1=0$.

【点评】本题主要考查了根与系数的关系及根的判别式，熟知一元二次方程根与系数的关系及根的判别式是解题的关键.

22.（8 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AC$，$BD$ 相交于点 $F$，点 $E$ 在 $BD$ 上，且$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$.

求证：（1）∠1＝∠2；

（2）△$ABE$∽△$ACD$.




【解答】证明：（1）∵$\frac{AB}{AE}=\frac{BC}{ED}=\frac{AC}{AD}$，

∴△$ABC$∽△$AED$，

∴∠$CAB$＝∠$DAE$，

∴∠$CAB$﹣∠$EAF$＝∠$DAE$﹣∠$EAF$，

∴∠1＝∠2；

（2）∵$\frac{AB}{AE}=\frac{AC}{AD}$，

∴$\frac{AB}{AC}=\frac{AE}{AD}$，

又由（1）知，∠1＝∠2，

∴△$ABE$∽△$ACD$.

【点评】本题考查相似三角形的判定，解答本题的关键是明确题意，利用数形结合的思想解答.

23.（8 分）某商店经销的某种商品，每件成本为 30 元．经市场调研，售价为 40 元时，可销售 600 件；售价每提高 1 元，销售量将减少 10 件．销售价格是多少时，才能获得最大利润？最大利润是多少？

【解答】解：设销售价格是 $x$ 元时，才能获得最大利润，最大利润是 $w$ 元，

由题意得：$w$＝（$x$﹣30）[600﹣10（$x$﹣40）]＝﹣10（$x$﹣65）2+12250≤12250，

即销售价格是 65 元时，才能获得最大利润，最大利润是 12250 元.

【点评】本题考查的是二次函数在实际生活中的应用．此题难度不大，解题的关键是理解题意，找到等量关系，求得二次函数解析式.

24.（7 分）对于三个不相等的实数 $a$，$b$，$c$，我们规定符号 $max\{a，b，c\}$表示 $a$，$b$，$c$ 中的最大值，如：$max\{-1，0，2\}=2$.

（1）若 $max\{1，2x，x^2+3\}=7$，求 $x$ 的值；

（2）当 $0<x<1$ 时，$max\{x，kx+1，x^2\}=kx+1$，直接写出 $k$ 的取值范围.

【解答】解：（1）∵$max\{1，2x，x^2+3\}=7$，

∴$2x=7$ 或 $x^2+3=7$，

当 $2x=7$ 时，$x=\frac{7}{2}$，

则 $x^2+3=\frac{49}{4}+3=\frac{61}{4}>7$，不合题意，

当 $x^2+3=7$ 时，$x=2$ 或 $-2$，

则 $x=2$ 时，$2x=4<7$，$x=-2$ 时，$2x=-4<7$，符合题意；

∴若 $max\{1，2x，x^2+3\}=7$，$x$ 的值为 2 或 $-2$；

（2）∵$0<x<1$，

∴$x-x^2=x(1-x)>0$，

∴$x>x^2$，

∵$max\{x，kx+1，x^2\}=kx+1$，

∴$kx+1\geq x$，

对于 $y=x$，当 $x=1$ 时，$y=1$，

由题意可知直线 $y=x$ 与直线 $y=kx+1$ 的交点坐标为（1，1），

所以 $k$ 的取值范围是：$k\geq 0$.

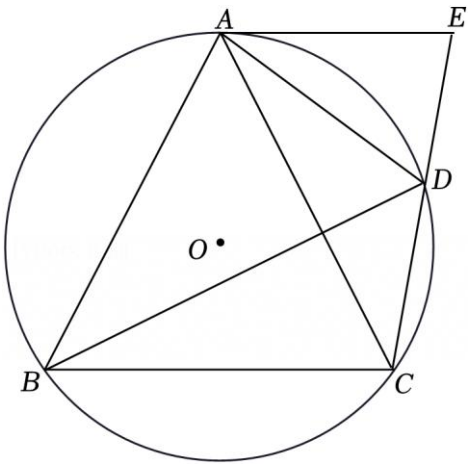
【点评】本题考查的是与二次函数和一次函数的性质，能够理解新定义是解题的关键.

25.（8 分）如图，四边形 $ABCD$ 是⊙$O$ 的内接四边形，过点 $A$ 作⊙$O$ 的切线交 $CD$ 的延长线于点 $E$，$BC\parallel AE$.

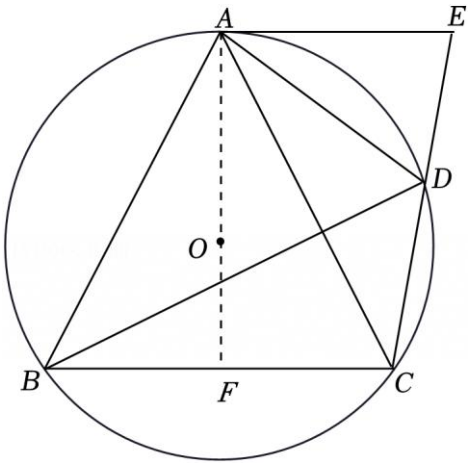
（1）求证 $AB=AC$；

（2）求证△$ADE\backsim$△$BDA$；

（3）若 $AC\perp BD$，$BC=4$，$CD=\sqrt{5}$，则 $AE$ 的长为 $\frac{30}{11}$ .




【解答】（1）证明：连接 $AO$，并延长交 $BC$ 于点 $F$，




∵$AE$ 是⊙$O$ 的切线，

∴$AF\perp AE$，

即$\angle EAF=90°$，

∵$BC\parallel AE$，

∴$\angle AFC=90°$，

即 $AF\perp BC$，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{AB}$，

∴$AB=AC$，

（2）证明：∵四边形 $ABCD$ 是⊙$O$ 的内接四边形，

∴$\angle ABC+\angle ADC=180°$，$\angle BAD+\angle BCD=180°$.

∵$\angle ADE+\angle ADC=180°$，

∴$\angle ABC=\angle ADE$，

∵$AB=AC$，

∴∠*ABC*＝∠*ACB*.

∵∠*BDA*＝∠*ACB*，

∴∠*ADE*＝∠*BDA*，

∵*BC*∥*AE*，

∴∠*E*+∠*BCD*＝180°，

∴∠*E*＝∠*BAD*，

在△*ADE* 和△*CAE* 中，∠*ADE*＝∠*BDA*，∠*E*＝∠*BAD*，

∴△*ADE*∽△*BDA*.

（3）解：由题意得∠*BAN*＝∠*CAN*＝∠*CBN*.

∵*AC*⊥*BD*，

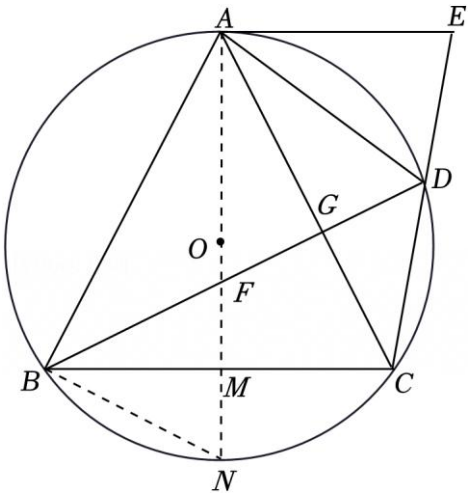
∴∠*AGF*＝90°＝∠*AMB*，

∴∠*FBM*＝∠*CAN*，

∴∠*FBM*＝∠*CAN*＝∠*CBN*＝∠*BAN*＝∠*CAD*，

∴△*ABF*≌△*ACD*（*ASA*），△*MBF*≌△*MBN*（*ASA*），

∴*BF*＝*CD*＝*BN*＝ $\sqrt{5}$，




∵*BC*＝4，

∴*BM*＝*CM*＝2，

∴*FM*＝*MN*＝1，

∵∠*BAM*＝∠*NBM*，∠*AMB*＝∠*BMN*，

∴△*ABM*∽△*BNM*，

∴$\frac{AM}{BM}=\frac{BM}{NM}=2$，

∴$AM=4$.

∴$AB=AC=2\sqrt{5}$，$AF=AD=3$.

∵$BC\cdot AM=AC\cdot BG$，

∴$BG=\frac{8\sqrt{5}}{5}$，

∴$CG=\frac{4\sqrt{5}}{5}$，$DG=\frac{3\sqrt{5}}{5}$，

∴$BD=\frac{11\sqrt{5}}{5}$.

∵$\triangle ADE\backsim\triangle BDA$，

∴$\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{BA}$，

即$\frac{3}{\frac{11\sqrt{5}}{5}}=\frac{AE}{2\sqrt{5}}$，

∴$AE=\frac{30}{11}$，

故答案为：$\frac{30}{11}$.

【点评】本题考查圆的综合应用，主要考查圆内接四边形的性质，圆周角定理，相似三角形的判定与性质，全等三角形的判定与性质，掌握圆内接四边形的性质，相似三角形的判定与性质是解题的关键.

26.（9 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过（2，1），（﹣1，﹣2）两点，对称轴为直线 $x=m$.

（1）该函数的图象与 $x$ 轴的公共点的个数是 C .

A.0

B.1

C.2

（2）当 $a>0$ 时，试说明$m<\frac{1}{2}$.

（3）若点 $A$（﹣2，$y_1$），$B$（0，$y_2$）都在该函数的图象上．当 $y_1<y_2$ 时，结合函数的图象，直接写出 $m$ 的取值范围.

【解答】（1）解：由题意得：$\begin{cases}4a+2b+c=1\\a-b+c=-2\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=1-a\\c=-2a-1\end{cases}$，

则 $\Delta=b^2-4ac=(1-a)^2-4a(-2a-1)=9(a+\frac{1}{9})^2+\frac{8}{9}>0$，

故函数的图象与 $x$ 轴的公共点的个数为 2，

故选：$C$；

（2）证明：∵$a>0$，

则 $x=m=-\frac{b}{2a}=\frac{a-1}{2a}=\frac{1}{2}-\frac{1}{a}<\frac{1}{2}$；

（3）解：当 $a>0$ 时，$m>\frac{1}{2}$，

当 $y_1<y_2$ 时，$|m|>|m+2|$，

解得 $m>-1$，

∴$m>\frac{1}{2}$；

当 $a<0$ 时，$|m|<|m+2|$，

解得 $m<-1$，

综上所述：$m>\frac{1}{2}$或 $m<-1$．

【点评】本题考查的是二次函数综合运用，涉及到解不等式、二次函数的图象和性质，分类求解是解题的关键．

27．（10 分）借助运动的视角看图形变化是非常重要的数学眼光……

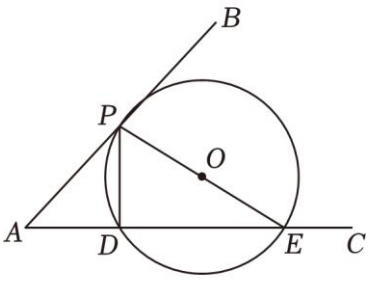
已知$\angle A=45°$，点 $D$，$E$ 在 $AC$ 上，$DE=10$，点 $P$ 在 $AB$ 上，连接 $PD$，$PE$，作$\triangle PDE$ 的外接圆$\odot O$．

（1）当 $AD=6$ 时，

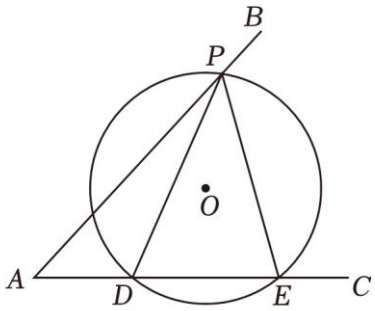
（I）如图①，若 $PE$ 是$\odot O$ 的直径，则$\odot O$ 的半径为 $\underline{\quad\sqrt{34}\quad}$；

（II）如图②，若$AP=12\sqrt{2}$，求$\odot O$ 的半径．

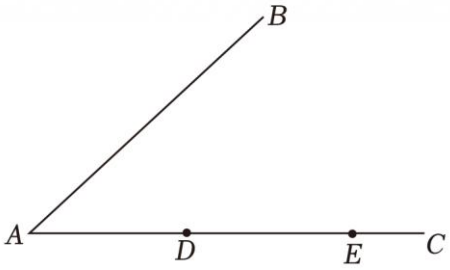
（2）当 $AD=10$ 时，如图③，若$\odot O$ 与 $AB$ 相切于点 $P$，用直尺和圆规作出点 $P$ 的位置．（要求：不写作法，保留作图痕迹，写出必要的文字说明）




①




②




③

（3）设 $AD=m$，对于每一个 $m$ 的值，⊙$O$ 的半径随着点 $P$ 的位置的变化而变化，直接写出⊙$O$ 的半径的最小值及对应的 $m$ 的取值范围（可用含 $m$ 的式子表示）.

【解答】解：（1）（I）∵作△$PDE$ 的外接圆⊙$O$，

∴$PD\perp AE$，即$\angle ADP=90°$，

∵$\angle A=45°$，

∴$AD=PD=6$，

∵$DE=10$，

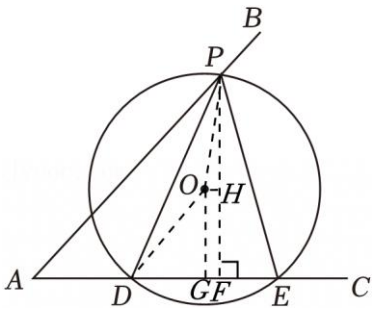
由勾股定理得 $PE=\sqrt{PD^2+DE^2}=\sqrt{36+100}=2\sqrt{34}$，

∵$PE$ 是⊙$O$ 的直径，

∴⊙$O$ 的半径$=\sqrt{34}$，

故答案为：$\sqrt{34}$.

（II）如图，过点 $O$、$P$ 作 $AC$ 的垂线，垂足分别为 $G$、$F$，过点 $O$ 作 $OH\perp PF$，垂足为 $H$，连接 $OP$、$OD$，




∵$PF \perp AF$，$AP = 12\sqrt{2}$，$\angle BAC = 45°$，

∴$PF = AF = 12$，

∴$DF = AF - AD = 6$，$EF = AE - AF = 4$，

∵在⊙$O$ 中，$OG \perp DE$，

∴$DG = EG = 5$，

∵$\angle OGF = \angle GFH = \angle OHF = 90°$，

∴四边形 $OGFH$ 为矩形，

∴$OH = GH = DF - DG = 1$，$HF = OG$.

设 $HF = OG = x$，则 $PH = 12 - x$，

在 Rt△$ODG$ 和 Rt△$OHP$ 中，由勾股定理得 $OD^2 = OG^2 + DG^2$，$OP^2 = OH^2 + PH^2$，

∴$OG^2 + DG^2 = OH^2 + PH^2$，

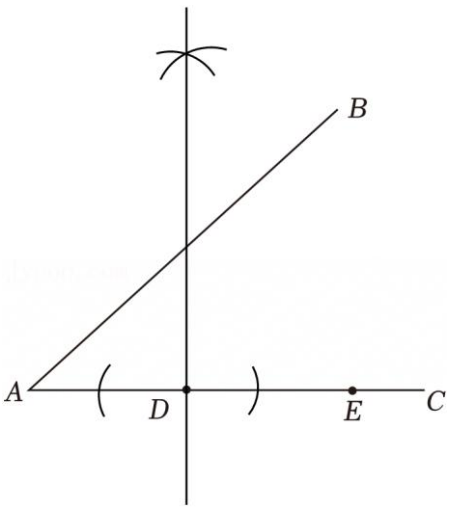
即 $x^2 + 5^2 = 1^2 + (12 - x)^2$，

解得 $x = 5$，

∴$OD = \sqrt{OG^2 + DG^2} = 5\sqrt{2}$，

即 $r = 5\sqrt{2}$.

（2）如图，作 $AE$ 的垂直平分线交 $AB$ 于点 $P$，则点 $P$ 即为所求；



（3）以 $DE$ 为直径的圆与 $AB$ 相切时，$m=5\sqrt{2}-5$，

1°当$0<m\leq 5\sqrt{2}-5$时，$r=5$；

2°当$m>5\sqrt{2}-5$时，

设 $OP=OD=r$，则$OF=\sqrt{2}r$，$OG=m+5-\sqrt{2}r$，

在 Rt△$OGD$ 中，由勾股定理得 $OD^2=OG^2+DG^2$，

即$r^2=5^2+(m+5-\sqrt{2}r)^2$，

解得$r=\sqrt{2}(m+5)-\sqrt{m(m+10)}$.

综上，当$0<m\leq 5\sqrt{2}-5$时，$r=5$；当$m>5\sqrt{2}-5$时，$r=\sqrt{2}(m+5)-\sqrt{m(m+10)}$.

【点评】本题考查圆的综合应用，主要考查勾股定理，切线的性质，外接圆的性质，掌握勾股定理是解题的关键.