# 2024-2025学年江苏省南京市秦淮区九年级（上）期末数学试卷

**一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）**

1.（2分）下列函数中，$y$是$x$的二次函数的是（　　）

A．$y=2x$　　B．$y=x^2$　　C．$y=\frac{1}{x^2}$　　D．$y=x+2$

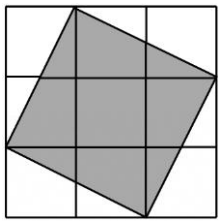
2.（2分）下列一元二次方程中，两根之和是6的是（　　）

A．$x^2+6x-1=0$　　B．$x^2-6x-1=0$　　C．$x^2-x+6=0$　　D．$x^2-x-6=0$

3.（2分）已知圆弧的半径为12，所对的圆心角为75°，则该圆弧的长是（　　）

A．5π　　B．10π　　C．15π　　D．30π

4.（2分）如图，飞镖游戏板中的每一块小正方形都完全一样．假设飞镖击中任何一个位置都是等可能的，任意投掷飞镖1次（击中阴影区域的边界或者没有击中游戏板，则重投1次），则飞镖击中阴影区域的概率是（　　）



A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{5}{9}$　　D．$\frac{2}{3}$

5.（2分）气象部门统计了某市2014年到2023年每年12月的最低气温如下（单位：℃）：

| 12月的最低气温 | ﹣4 | ﹣6 | ﹣7 | ﹣8 | ﹣9 | ﹣12 | ﹣13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 次数 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |

在这十年中，12月最低气温的众数和中位数分别是（　　）

A．3℃，2℃　　B．3℃，1℃　　C．﹣6℃，﹣7℃　　D．﹣6℃，﹣8℃

6.（2分）对一个二次函数有如下描述：

①当自变量$x=4$时，函数有最大值；

②函数图象与$x$轴一个交点的横坐标为﹣1；

③函数图象与$x$轴另一个交点的横坐标为9；

④函数图象与$y$轴的交点坐标为（0，3）．

从中选取3个，还无法求出该二次函数表达式的是（　　）

A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．②③④

**二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案直接填写在答题卷相应位置上）**

7．（2 分）方程（$x-1$）$^2=1$ 的解为_____．

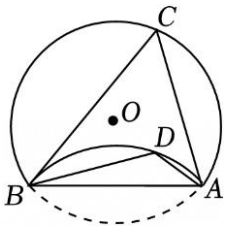
8．（2 分）抛掷质地均匀的骰子（骰子的 6 个面分别标有 1～6 这 6 个整数）一次，向上一面的数字是 2 的倍数的可能性 _____ 向上一面的数字是 3 的倍数的可能性（填“＞”“＜”或“＝”）.

9．（2 分）若（$m-1$）$x^2-3x=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，则 $m$ 的取值范围是_____．

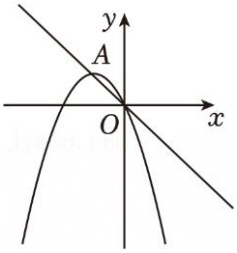
10．（2 分）学校开展了纪念“一二•九”运动的合唱比赛，其中评分项目为歌曲内容、精神面貌和艺术效果，并依次按照 2：3：5 计算综合成绩．某班这三项分别得了 90 分、90 分和 88 分，则该班的综合成绩是 分．

11．（2 分）一个圆锥的侧面积是 $6\pi$，其侧面展开图的扇形的圆心角是 60°，则这个圆锥底面圆的半径是_____．

12．（2 分）如图，将⊙$O$ 沿着弦 $AB$ 折叠，点 $C$，$D$ 分别在优弧 $AB$ 和劣弧 $AB$ 上，若∠$C$＝65°，则∠$D$＝_____°.

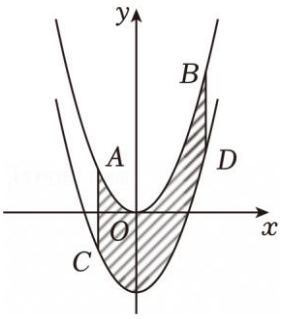



13．（2 分）如图，二次函数 $y=ax^2+bx$ 与一次函数 $y=-x$ 的图象交于点 $A$（$-1$，1）和原点 $O$，则关于 $x$ 的不等式 $ax^2+bx>-x$ 的解集是 _____．

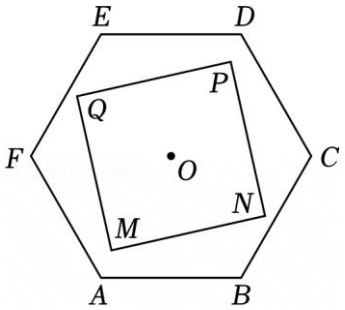



14．（2 分）若在平面直角坐标系中的点 $A$（1，1），$B$（$-1$，$-1$），$C$（$m$，3）不能确定一个圆，则 $m$ 的值是_____．

15．（2 分）如图，点 $A$，$B$ 和点 $C$，$D$ 分别在$y=\frac{1}{2}x^2$和$y=\frac{1}{2}x^2-4$的图象上．若点 $A$，$C$ 的横坐标均为 $-2$，点 $B$，$D$ 的横坐标均为 4，则线段 $AC$，$BD$ 与两条抛物线围成的阴影部分的面积是_____．




16.（2 分）如图，点 $O$ 是边长为 6 的正六边形 $ABCDEF$ 和边长为 $a$ 的正方形 $MNPQ$ 的中心，将正方形 $MNPQ$ 绕点 $O$ 旋转一周．若在旋转过程中，正方形 $MNPQ$ 始终在正六边形 $ABCDEF$ 的内部（即正方形边上的所有点都在正六边形内），则 $a$ 的取值范围是 _____ ．

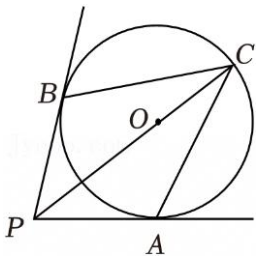



**三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卷指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）**

17.（6 分）解方程：$x^2 - 4x - 3 = 0$.

18.（6 分）解方程：$x(x - 1) = x$.

19.（8 分）如图，射线 $PA$，$PB$ 与⊙$O$ 相切，切点分别为 $A$，$B$，连接 $PO$ 并延长，交⊙$O$ 于点 $C$，连接 $AC$，$BC$．求证 $AC = BC$.




20.（8 分）在某校运动会入场式的彩排中，国旗护卫队的 20 名学生排成了 4 行 5 列的矩形方阵，为了表演的需要，又增加了 22 名学生，与之前的学生一起排成一个新的矩形方阵．与原方阵相比，新方阵增加的行数和增加的列数相同．求新方阵增加了多少列？

21.（8 分）周末假期中，圆圆和甜甜分别从玄武湖公园，老门东和明城墙遗址公园 3 个景点中任意选择 1 个游玩.

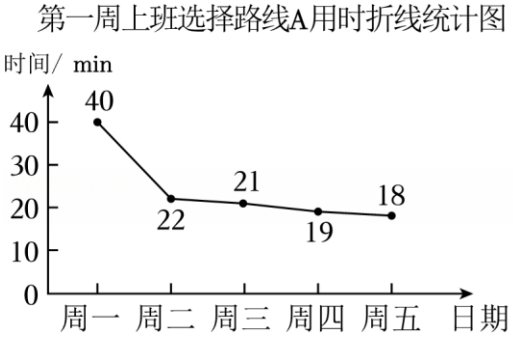
（1）圆圆选择明城墙遗址公园的概率是_____；

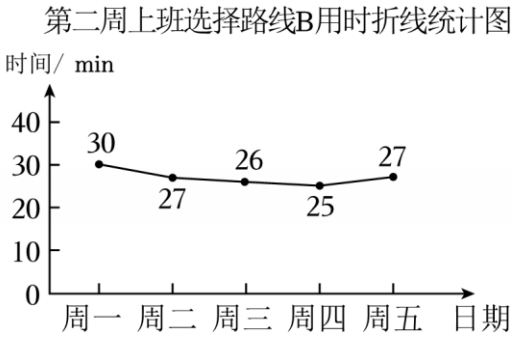
（2）求两人选择的游玩地点相同的概率.

22.（8 分）周老师平时上班有 $A$，$B$ 两条路线可以选择，她记录了两周共十天的上班路上所用的时间并绘制了如下统计图：（1）这十天中周老师上班路上所用时间最多相差 _____ $min$.

（2）哪一条上班路线用时更稳定？请通过计算说明.

（3）你建议周老师应如何选择上班路线？




23.（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$，$c\neq0$）.

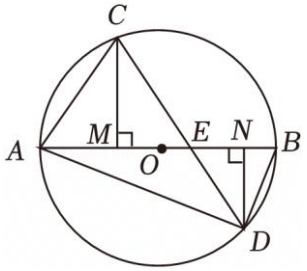
（1）当这个函数的二次项系数和常数项的符号不同时，证明：该函数图象一定与 $x$ 轴有两个公共点；

（2）若这个函数图象与 $x$ 轴有两个公共点，那么该函数二次项系数和常数项的符号是否一定不同？若是，请证明；若不是，请举出一个反例.

24.（8 分）如图，$C$ 是⊙$O$ 上一点，在直径 $AB$ 上取点 $E$，使 $CE=CA$，延长 $CE$ 交⊙$O$ 于点 $D$，分别作 $CM$，$DN$ 垂直于 $AB$，垂足分别为 $M$，$N$．已知⊙$O$ 的半径是 2.

（1）求证：$DC$ 是∠$ADN$ 的平分线；

（2）若 $BD=AC$，则 $AC$ 的长是 _____ .



25．（10 分）已知二次函数 $y=2ax^2+4ax-3$（$a\neq0$）

（1）该函数图象的对称轴是_____；

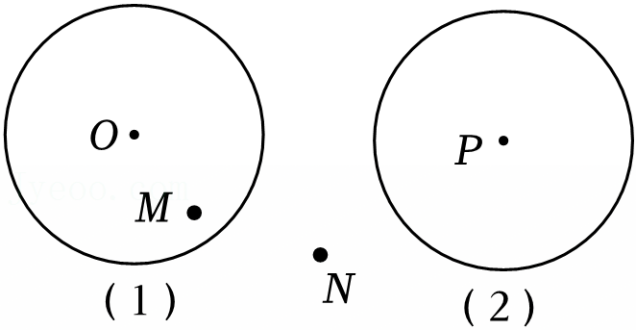
（2）无论 $a$ 取何值，该函数的图象都经过两个定点，直接写出这两个定点的坐标；

（3）若点 $M$（－3，$m$），$N$（2，$n$）在该函数图象上，比较 $m$，$n$ 的大小并说明理由．

26．（8 分）用直尺和圆规完成下列作图．（要求：保留作图痕迹，写出必要的文字说明）

（1）如图（1），过⊙$O$ 内一点 $M$ 作直线交⊙$O$ 于点 $A$，$B$，使 $AM=BM$；

（2）如图（2），过⊙$P$ 外一点 $N$ 作直线交⊙$P$ 于点 $C$，$D$，使 $CN=CD$．



27.（10 分）某设备制造厂共有 70 名工人，生产 $A$，$B$，$C$ 三种设备.

生产部门提供的日生产能力如下：

| 设备型号 | 每名工人日生产数量 |
|---|---|
| $A$ | 4 台 |
| $B$ | 2 台 |
| $C$ | 1 台 |
| 每名工人每日只能生产 $A$，$B$，$C$ 三种设备中的一种，并且 $C$ 设备每日至少生产 10 台，$A$ 设备和 $B$ 设备每日生产数量相等. | |

销售部门提供的预估利润如下：

| 设备型号 | 利润 |
|---|---|
| $A$ | 60 元/台 |
| $B$ | 96 元/台 |
| $C$ | 日生产数量为 10 台时，每台获利 200 元；在此基础上，日生产数量每多 1 台，每台获利减少 4 元. |

设生产 $A$ 设备的工人有 $x$ 名，该设备制造厂每日的预估总利润为 $w$ 元.

（1）生产 $C$ 设备的工人人数是 _____ 名；（用含 $x$ 的代数式表示）

（2）求销售 $C$ 设备的预估利润 $y$（元）与 $x$ 之间的函数表达式；

（3）尝试制定使 $w$ 最大的生产方案.

# 2024-2025学年江苏省南京市秦淮区九年级（上）期末数学试卷

**参考答案与试题解析**

**一．选择题（共6小题）**

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | B | B | A | C | C | A |

**一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）**

1．（2分）下列函数中，$y$是$x$的二次函数的是（　　）

A．$y=2x$　　B．$y=x^2$　　C．$y=\frac{1}{x^2}$　　D．$y=x+2$

【解答】解：$A$、$y=2x$，$y$是$x$的正比例函数，故此选项不符合题意；

$B$、$y=x^2$，$y$是$x$的二次函数，故此选项符合题意；

$C$、$y=\frac{1}{x^2}$，$y$不是$x$的二次函数，故此选项不符合题意；

$D$、$y=x+2$，$y$是$x$的一次函数，故此选项不符合题意；

故选：$B$.

【点评】本题主要考查了二次函数的定义，熟练掌握二次函数的定义是解题的关键.

2．（2分）下列一元二次方程中，两根之和是6的是（　　）

A．$x^2+6x-1=0$　　B．$x^2-6x-1=0$　　C．$x^2-x+6=0$　　D．$x^2-x-6=0$

【解答】解：$A$、方程$x^2+6x-1=0$的两根之和为$-6$，所以$A$选项错误；

$B$、方程$x^2-6x-1=0$的两根之和为6，所以$B$选项正确；

$C$、$\Delta=(-1)^2-4\times6<0$，方程没有实数解，所以$C$选项错误；

$D$、方程$x^2-x-6=0$的两根之和为1，所以$D$选项错误.

故选：$B$.

【点评】本题考查了根与系数的关系：若$x_1$，$x_2$是一元二次方程$ax^2+bx+c=0(a\neq0)$的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$．也考查了判别式的意义.

3．（2分）已知圆弧的半径为12，所对的圆心角为75°，则该圆弧的长是（　　）

A．$5\pi$　　B．$10\pi$　　C．$15\pi$　　D．$30\pi$

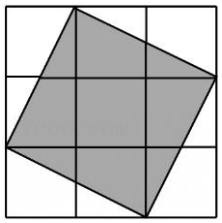
【解答】解：由弧长公式可知，

$\frac{75\cdot\pi\cdot12}{180}=5\pi$.

故选：*A*.

【点评】本题主要考查了弧长的计算，熟知弧长公式是解题的关键.

4.（2 分）如图，飞镖游戏板中的每一块小正方形都完全一样．假设飞镖击中任何一个位置都是等可能的，任意投掷飞镖 1 次（击中阴影区域的边界或者没有击中游戏板，则重投 1 次），则飞镖击中阴影区域的概率是（　　）



A．$\frac{1}{3}$　　B．$\frac{4}{9}$　　C．$\frac{5}{9}$　　D．$\frac{2}{3}$

【解答】解：∵阴影部分为正方形，正方形的边长为$\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$，

∴阴影部分的面积=$\frac{(\sqrt{5})^2}{3\times3}=\frac{5}{9}$.

故选：*C*.

【点评】本题考查了几何概率，某事件的概率＝这个事件所占有的面积与总面积之比.

5.（2 分）气象部门统计了某市 2014 年到 2023 年每年 12 月的最低气温如下（单位：℃）：

| 12 月的最低气温 | ﹣4 | ﹣6 | ﹣7 | ﹣8 | ﹣9 | ﹣12 | ﹣13 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 次数 | 1 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 |

在这十年中，12 月最低气温的众数和中位数分别是（　　）

A．3℃，2℃　　B．3℃，1℃　　C．﹣6℃，﹣7℃　　D．﹣6℃，﹣8℃

【解答】解：将 2014 年到 2023 年每年 12 月的最低气温按从小到大的顺序排列，第五个，第六个数为﹣7，﹣7，

中位数为第五个，第六个数的平均数，即$\frac{-7-7}{2}=-7$；

﹣6 出现了 3 次，次数最多，故众数为﹣6.

故选：*C*.

【点评】本题考查了众数和中位数的概念：一组数据中出现次数最多的数据叫做众数；将一组数据按照从小到大（或从大到小）的顺序排列，如果数据的个数是奇数，则处于中间位置的数就是这组数据的中位数；如果这组数据的个数是偶数，则中间两个数据的平均数就是这组数据的中位数.

6．（2 分）对一个二次函数有如下描述：

①当自变量 $x=4$ 时，函数有最大值；

②函数图象与 $x$ 轴一个交点的横坐标为 $-1$；

③函数图象与 $x$ 轴另一个交点的横坐标为 9；

④函数图象与 $y$ 轴的交点坐标为（0，3）．

从中选取 3 个，还无法求出该二次函数表达式的是（　　）

A．①②③　　B．①②④　　C．①③④　　D．②③④

【解答】解：若选取①②③，

设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-9)$，

只已知顶点的横坐标，无法求出 $a$，所以 $A$ 选项符合题意；

若选取①②④，

∵当自变量 $x=4$ 时，函数有最大值，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=4$，

∵函数图象与 $x$ 轴一个交点的坐标为（$-1$，0）

∴函数图象与 $x$ 轴另一个交点的横坐标为（9，0），

∴设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-9)$，

把（0，3）代入得 $3=a\times1\times(-9)$，

解得 $a=-\frac{1}{3}$，

∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-9)$，所以 $B$ 选项符合题意；

若选取①③④，

∵当自变量 $x=4$ 时，函数有最大值，

∴抛物线的对称轴为直线 $x=4$，

∵函数图象与 $x$ 轴一个交点的坐标为（9，0）

∴函数图象与 $x$ 轴另一个交点的横坐标为（$-1$，0），

∴设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-9)$，

把（0，3）代入得 $3=a\times1\times(-9)$，

解得 $a=-\frac{1}{3}$，

∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-9)$，所以 $C$ 选项符合题意；

若选取②③④，

设抛物线解析式为 $y=a(x+1)(x-9)$，

把（0，3）代入得 $3=a\times1\times(-9)$，

解得 $a=-\frac{1}{3}$，

∴抛物线解析式为 $y=-\frac{1}{3}(x+1)(x-9)$，所以 $D$ 选项符合题意；

故选：$A$.

【点评】本题考查了抛物线与 $x$ 轴的交点：把求二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a$，$b$，$c$ 是常数，$a\neq0$）与一次函数图象的交点坐标问题转化为解关于 $x$ 的一元二次方程. 也考查了二次函数的性质和待定系数法求二次函数解析式.

**二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案直接填写在答题卷相应位置上）**

7.（2 分）方程 $(x-1)^2=1$ 的解为 $x_1=2$，$x_2=0$ .

【解答】解：$x-1=\pm1$，

所以 $x_1=2$，$x_2=0$.

故答案为 $x_1=2$，$x_2=0$.

【点评】本题考查了解一元二次方程：直接开平方法：形如 $x^2=p$ 或 $(nx+m)^2=p$（$p\geq0$）的一元二次方程可采用直接开平方的方法解一元二次方程.

8.（2 分）抛掷质地均匀的骰子（骰子的 6 个面分别标有 1～6 这 6 个整数）一次，向上一面的数字是 2 的倍数的可能性 ＞ 向上一面的数字是 3 的倍数的可能性（填“＞”“＜”或“＝”）.

【解答】解：向上一面的数字是 2 的倍数可能性为：$\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$，向上一面的数字是 3 的倍数可能性为：$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$，

∵$\frac{1}{2}>\frac{1}{3}$，

∴向上一面的数字是 2 的倍数的可能性＞向上一面的数字是 3 的倍数的可能性.

故答案为：＞.

【点评】本题考查了可能性的大小的知识，解题的关键是能够求得发生的可能性，难度不大.

9.（2 分）若 $(m-1)x^2-3x=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，则 $m$ 的取值范围是 $m\neq1$ .

【解答】解：若 $(m-1)x^2-3x=0$ 是关于 $x$ 的一元二次方程，

则 $m-1\neq0$，

所以 $m\neq1$，

故答案为：$m\neq1$.

【点评】本题考查了一元二次方程的定义，熟练掌握其定义是解题的关键.

10.（2 分）学校开展了纪念“一二•九”运动的合唱比赛，其中评分项目为歌曲内容、精神面貌和艺术效果，并依次按照 2：3：5 计算综合成绩．某班这三项分别得了 90 分、90 分和 88 分，则该班的综合成绩是 89 分.

【解答】解：该班的综合成绩是$\frac{90\times2+90\times3+88\times5}{2+3+5}$=89（分）.

故答案为：89.

【点评】本题主要考查加权平均数，解题的关键是熟练掌握加权平均数的定义和计算公式.

11.（2 分）一个圆锥的侧面积是 6π，其侧面展开图的扇形的圆心角是 60°，则这个圆锥底面圆的半径是 1 .

【解答】解：设圆锥的母线长为 $R$，底面圆的半径是 $r$，

则$\frac{60\pi\times R^2}{360}$=6π，

解得：$R$=6（负值舍去），

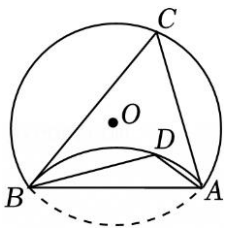
则$\frac{1}{2}$×2π$r$×6=6π，

解得：$r$=1，

故答案为：1.

【点评】本题考查的是圆锥的计算，正确理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键.

12.（2 分）如图，将⊙$O$ 沿着弦 $AB$ 折叠，点 $C$，$D$ 分别在优弧 $AB$ 和劣弧 $AB$ 上，若∠$C$=65°，则∠$D$= 115 °.




【解答】解：由题意∠$C$+∠$D$=180°，

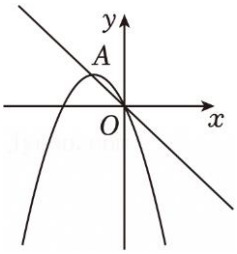
∵∠$C$=65°，

∴∠$D$=115°，

故答案为：115.

【点评】本题考查圆周角定理，翻折变换等知识，解题的关键是灵活运用所学知识解决问题，属于中考常考题型.

13.（2 分）如图，二次函数 $y=ax^2+bx$ 与一次函数 $y=-x$ 的图象交于点 $A$（-1，1）和原点 $O$，则关于 $x$ 的不等式 $ax^2+bx>-x$ 的解集是 $-1<x<0$ .




【解答】解：由图象得：不等式 $ax^2+bx>-x$ 的解集是：$-1<x<0$，

故答案为：$-1<x<0$.

【点评】本题考查了二次函数与不等式的关系，掌握数形结合思想是解题的关键.

14.（2 分）若在平面直角坐标系中的点 $A$（1，1），$B$（$-1$，$-1$），$C$（$m$，3）不能确定一个圆，则 $m$ 的值是 3 .

【解答】解：设直线 $AB$ 的解析式为：$y=kx+b$，

则$\begin{cases}k+b=1\\-k+b=-1\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1\\b=1\end{cases}$，

∴直线 $AB$ 的解析式为 $y=x$，

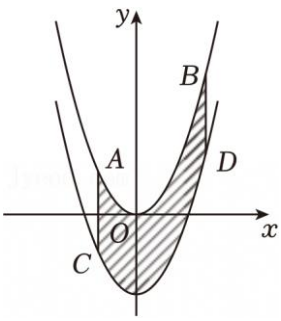
当点 $C$（$m$，3）在直线 $AB$ 上时，$m=3$，

则当 $m=3$ 时，点 $A$，$B$，$C$ 不能确定一个圆，

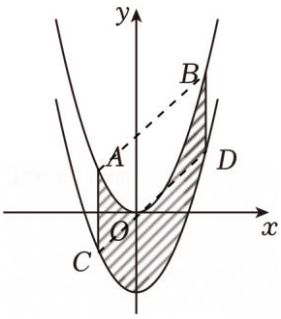
故答案为：3.

【点评】本题考查的是确定圆的条件，熟记不在同一直线上的三点确定一个圆是解题的关键.

15.（2 分）如图，点 $A$，$B$ 和点 $C$，$D$ 分别在$y=\frac{1}{2}x^2$和$y=\frac{1}{2}x^2-4$的图象上．若点 $A$，$C$ 的横坐标均为 $-2$，点 $B$，$D$ 的横坐标均为 4，则线段 $AC$，$BD$ 与两条抛物线围成的阴影部分的面积是 24 .




【解答】解：如图，分别连接 $AB$、$CD$.




∵若点 $A$，$C$ 的横坐标均为 $-2$，点 $B$，$D$ 的横坐标均为 4，

∴$AC \parallel y$ 轴 $\parallel BD$.

又∵上面的抛物线为 $y=\frac{1}{2}x^2$ 向下平移可得 4 个单位可得下面的抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-4$，

∴$AC=BD=4$.

∴四边形 $ACDB$ 为平行四边形.

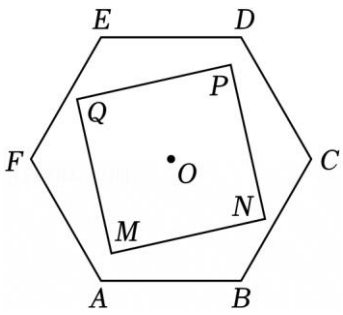
又由平移可得，

∴阴影部分的面积为平行四边形 $ACDB$ 的面积$=AC\cdot|x_B-x_A|=4\times(4+2)=24$.

故答案为：24.

【点评】本题主要考查了二次函数图象上点的坐标特征，解题时要熟练掌握并能灵活运用平移的思想解题是关键.

16.（2 分）如图，点 $O$ 是边长为 6 的正六边形 $ABCDEF$ 和边长为 $a$ 的正方形 $MNPQ$ 的中心，将正方形 $MNPQ$ 绕点 $O$ 旋转一周．若在旋转过程中，正方形 $MNPQ$ 始终在正六边形 $ABCDEF$ 的内部（即正方形边上的所有点都在正六边形内），则 $a$ 的取值范围是 $0<a<3\sqrt{6}$ .




【解答】解：如图，当正方形 $MNPQ$ 的一个顶点 $Q$ 在 $EF$ 的中点时，正方形 $MNPQ$ 的边长最大，连接 $OE$，$OF$，$OQ$，$OP$，则 $OQ\perp EF$，

∵六边形 $ABCDEF$ 是正六边形，中心为 $O$，

∴$\angle EOF=\frac{360^\circ}{6}=60^\circ$，$OE=OF$，

∴$\triangle EOF$ 是正三角形，

∴$OE=OF=EF=6$，$QE=QF=3$，

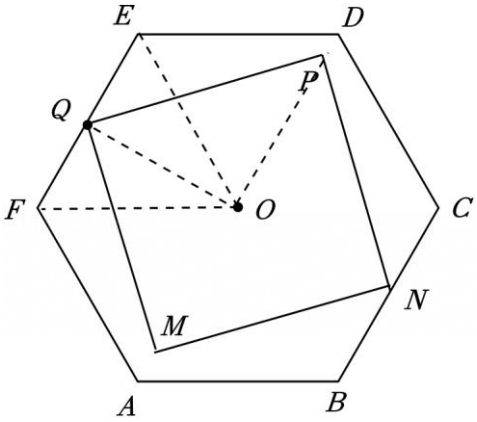
在 $RtEOG$ 中，$EQ=3$，$OE=6$，

∴$OQ=\sqrt{OE^2-EQ^2}=3\sqrt{3}$，

在 Rt△$POQ$ 中，$PQ=\sqrt{2}OQ=3\sqrt{6}$，

即正方形 $MNPQ$ 的边长最大为 $3\sqrt{6}$，

∴$a$ 的取值范围是 $0<a<3\sqrt{6}$.




【点评】本题考查正多边形和圆，掌握正六边形、正方形的性质以及勾股定理是正确解答的关键.

**三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卷指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）**

17.（6 分）解方程：$x^2-4x-3=0$.

【解答】解：移项得 $x^2-4x=3$，

配方得 $x^2-4x+4=3+4$，

即 $(x-2)^2=7$，

开方得 $x-2=\pm\sqrt{7}$，

∴$x_1=2+\sqrt{7}$，$x_2=2-\sqrt{7}$.

【点评】此题考查了配方法解一元二次方程，用配方法解一元二次方程的步骤：

（1）形如 $x^2+px+q=0$ 型：第一步移项，把常数项移到右边；第二步配方，左右两边加上一次项系数一半的平方；第三步左边写成完全平方式；第四步，直接开方即可.

（2）形如 $ax^2+bx+c=0$ 型，方程两边同时除以二次项系数，即化成 $x^2+px+q=0$，然后配方.

18.（6 分）解方程：$x(x-1)=x$.

【解答】解：$x(x-1)-x=0$，

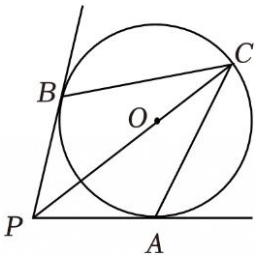
$x(x-2)=0$，

∴$x=0$ 或 $x-2=0$，

即 $x_1=0$，$x_2=2$．

【点评】本题考查了一元二次方程的解法，是基础知识要熟练掌握．

19．（8 分）如图，射线 $PA$，$PB$ 与⊙$O$ 相切，切点分别为 $A$，$B$，连接 $PO$ 并延长，交⊙$O$ 于点 $C$，连接 $AC$，$BC$．求证 $AC=BC$．




【解答】证明：连接 $AB$，

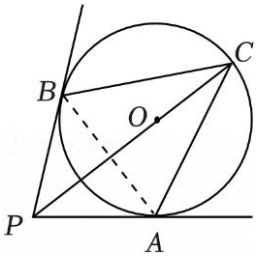
∵射线 $PA$，$PB$ 与⊙$O$ 相切，切点分别为 $A$，$B$，

∴$PA=PB$，$PO$ 平分∠$APB$，

∴$PO$ 垂直平分 $AB$，

∵$PO$ 的延长线交⊙$O$ 于点 $C$，

∴$AC=BC$．




【点评】此题重点考查切线长定理、等腰三角形的性质、线段的垂直平分线的性质等知识，正确地作出辅助线是解题的关键．

20．（8 分）在某校运动会入场式的彩排中，国旗护卫队的 20 名学生排成了 4 行 5 列的矩形方阵，为了表演的需要，又增加了 22 名学生，与之前的学生一起排成一个新的矩形方阵．与原方阵相比，新方阵增加的行数和增加的列数相同．求新方阵增加了多少列？

【解答】解：设新方阵增加了 $x$ 列，则新方阵增加了 $x$ 行，

由题意得：$(4+x)(5+x)=20+22$，

整理得：$x^2+9x-22=0$，

解得：$x_1=2$，$x_2=-11$（不符合题意，舍去）．

答：新方阵增加了 2 列．

【点评】本题考查了一元二次方程的应用，找准等量关系，正确列出一元二次方程是解题的关键．

21．（8 分）周末假期中，圆圆和甜甜分别从玄武湖公园，老门东和明城墙遗址公园 3 个景点中任意选择 1 个游玩．

（1）圆圆选择明城墙遗址公园的概率是 $\frac{1}{3}$ ；

（2）求两人选择的游玩地点相同的概率．

【解答】解：（1）由题意知，共有 3 种等可能的结果，其中圆圆选择明城墙遗址公园的结果有 1 种，

∴圆圆选择明城墙遗址公园的概率是$\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

（2）将玄武湖公园、老门东和明城墙遗址公园 3 个景点分别记为 $A$，$B$，$C$，

列表如下：

| | $A$ | $B$ | $C$ |
|---|---|---|---|
| $A$ | （$A$，$A$） | （$A$，$B$） | （$A$，$C$） |
| $B$ | （$B$，$A$） | （$B$，$B$） | （$B$，$C$） |
| $C$ | （$C$，$A$） | （$C$，$B$） | （$C$，$C$） |

共有 9 种等可能的结果，其中两人选择的游玩地点相同的结果有 3 种，

∴两人选择的游玩地点相同的概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

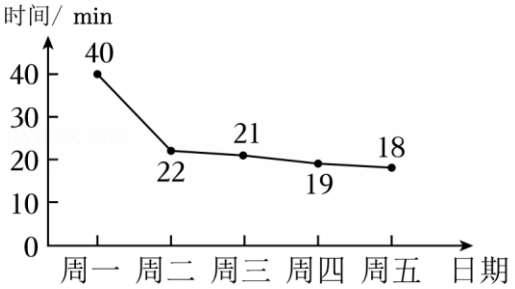
【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键．

22．（8 分）周老师平时上班有 $A$，$B$ 两条路线可以选择，她记录了两周共十天的上班路上所用的时间并绘制了如下统计图：（1）这十天中周老师上班路上所用时间最多相差 22 $min$．

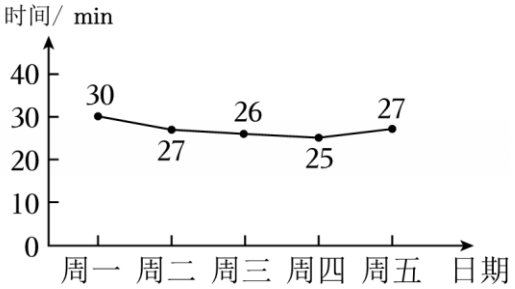
（2）哪一条上班路线用时更稳定？请通过计算说明．

（3）你建议周老师应如何选择上班路线？

第一周上班选择路线A用时折线统计图




第二周上班选择路线B用时折线统计图



【解答】解：（1）这十天中周老师上班路上所用时间最多相差 40﹣18＝22（*min*），

故答案为：22．

（2）路线 *A* 所用时间的平均数为$\frac{40+22+21+19+18}{5}$＝24（*min*），方差为$\frac{1}{5}$×[（40﹣24）$^2$+（22﹣24）$^2$+（21﹣24）$^2$+（19﹣24）$^2$+（18﹣24）$^2$]＝66，

路线 *B* 所用时间的平均数为$\frac{30+27+26+25+27}{5}$＝27（*min*），方差为$\frac{1}{5}$×[（30﹣27）$^2$+（27﹣27）$^2$+（26﹣27）$^2$+（25﹣27）$^2$+（27﹣27）$^2$]＝2.8，

∵66＞2.8，

∴*B* 上班路线用时更稳定；

（3）由用时的平均数知，*A* 路线平均用时更少，所以建议选择 *A* 路线（答案不唯一，合理即可）．

【点评】本题主要考查方差，解题的关键是掌握方差的定义和意义．

23．（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$，$c\neq0$）．

（1）当这个函数的二次项系数和常数项的符号不同时，证明：该函数图象一定与 *x* 轴有两个公共点；

（2）若这个函数图象与 *x* 轴有两个公共点，那么该函数二次项系数和常数项的符号是否一定不同？若是，请证明；若不是，请举出一个反例．

【解答】（1）证明：由题意得 $ac<0$，

∴$b^2-4ac>0$，

∴方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个不相等的实数根，

∴该函数图象一定与 *x* 轴有两个公共点；

（2）解：不是，反例 $y=x^2+4x+2$（答案不唯一），理由如下：

∵$b^2-4ac=4^2-4\times1\times2=8>0$，

∴方程 $x^2+4x+2=0$ 有两个不相等的实数根，

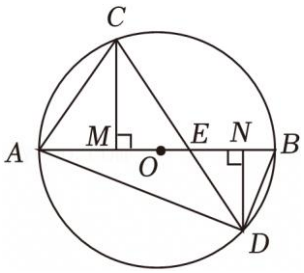
∴函数 $y=x^2+4x+2$ 图象与 *x* 轴有两个公共点，但该函数二次项系数和常数项的符号相同．

【点评】本题考查命题与定理，二次函数的性质，抛物线与 *x* 轴的交点，关键是掌握二次函数 $y=ax^2+bx+c$（*a*，*b*，*c* 是常数，$a\neq0$）与 *x* 轴的交点与一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 根之间的关系，$\triangle=b^2-4ac>0$ 时，抛物线与 *x* 轴有 2 个交点．

24．（8 分）如图，*C* 是⊙*O* 上一点，在直径 *AB* 上取点 *E*，使 *CE*＝*CA*，延长 *CE* 交⊙*O* 于点 *D*，分别作 *CM*，*DN* 垂直于 *AB*，垂足分别为 *M*，*N*．已知⊙*O* 的半径是 2．

（1）求证：*DC* 是∠*ADN* 的平分线；

（2）若 *BD*＝*AC*，则 *AC* 的长是 __2__ ．




【解答】（1）证明：连接 $BC$，

∵$AB$ 是圆的直径，

∴$\angle ACB=90°$，

∵$CM\perp AB$，

∴$\angle ACM+\angle BCM=\angle ABC+\angle NCM=90°$，

∴$\angle ACM=\angle ABC$，

∵$\angle ADC=\angle ABC$，

∴$\angle ADC=\angle ACM$，

∵$AC=CE$，$CM\perp AB$，

∴$\angle MCE=\angle ACM$，

∵$CM\perp AB$，$DN\perp AB$，

∴$CM\parallel DN$，

∴$\angle EDN=\angle MCE$，

∴$\angle EDN=\angle ADC$，

∴$DC$ 是$\angle ADN$ 的平分线；

（2）解：∵$BD=AC$，

∴$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$，

∵$AB$ 是圆的直径，

∴$\overset{\frown}{ACB}=\overset{\frown}{ADB}$，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{AD}$，

∴$\angle CAE=\angle EBD$，

∵$\angle AEC=\angle BED$，$BD=AC$，

∴$\triangle ACE\cong\triangle BDE$（$AAS$），

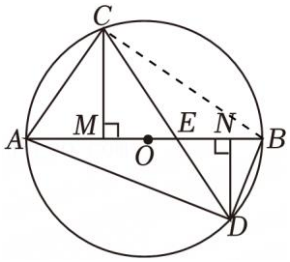
∴$AE=BE$，

∴$E$ 与 $O$ 重合，

∴$CE=CO=2$，

∴$AC=CE=2$.

故答案为：2.




【点评】本题考查全等三角形的判定和性质，圆周角定理，圆心角、弧、弦的关系，平行线的判定和性质，关键是判定△$ACE$≌△$BDE$（$AAS$），推出 $AE=BE$.

25.（10 分）已知二次函数 $y=2ax^2+4ax-3$（$a\neq0$）

（1）该函数图象的对称轴是 直线 $x=-1$ ；

（2）无论 $a$ 取何值，该函数的图象都经过两个定点，直接写出这两个定点的坐标；

（3）若点 $M$（$-3$，$m$），$N$（2，$n$）在该函数图象上，比较 $m$，$n$ 的大小并说明理由.

【解答】解：（1）由题意，∵二次函数 $y=2ax^2+4ax-3$，

∴对称轴是直线 $x=-\frac{4a}{2\times2a}=1$.

故答案为：直线 $x=-1$.

（2）由题意得，二次函数 $y=2ax^2+4ax-3=2a(x^2+2x)-3$.

∵无论 $a$ 取何值，该函数的图象都经过两个定点，

∴令 $x^2+2x=0$，则 $y=-3$.

∴当 $x=0$ 或 $x=-2$ 时，$y=-3$.

∴无论 $a$ 取何值，该函数的图象都经过两个定点（0，$-3$），（$-2$，$-3$）.

（3）由题意，∵点 $M$（$-3$，$m$），$N$（2，$n$）在该函数图象上，

∴$m=18a-12a-3=6a-3$，$n=8a+8a-3=16a-3$.

∴$m-n=6a-3-(16a-3)=-10a$.

∴①当 $a>0$ 时，则 $-10a<0$，故 $m-n<0$，即 $m<n$；

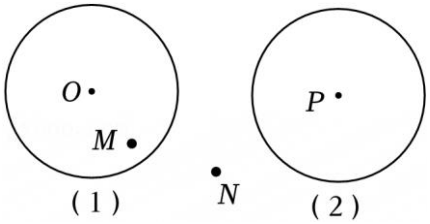
②当 $a<0$ 时，则 $-10a>0$，故 $m-n>0$，即 $m>n$.

【点评】本题主要考查了二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，解题时要熟练掌握并能灵活运用二次函数的性质是关键.

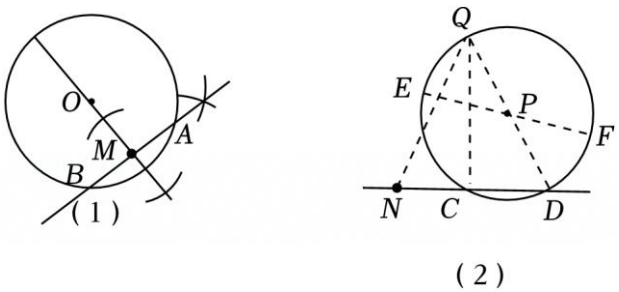
26.（8 分）用直尺和圆规完成下列作图.（要求：保留作图痕迹，写出必要的文字说明）

（1）如图（1），过⊙$O$ 内一点 $M$ 作直线交⊙$O$ 于点 $A$，$B$，使 $AM=BM$；

（2）如图（2），过⊙$P$ 外一点 $N$ 作直线交⊙$P$ 于点 $C$，$D$，使 $CN=CD$.




【解答】解：（1）如图，直线 $AB$ 即为所求；




（2）如图，直线 $NC$ 即为所求.

【点评】本题考查作图 - 垂径定理，圆周角定理，等腰三角形的性质，解题的关键是理解题意，正确作出图形.

27.（10 分）某设备制造厂共有 70 名工人，生产 $A$，$B$，$C$ 三种设备.

生产部门提供的日生产能力如下：

| 设备型号 | 每名工人日生产数量 |
|---|---|
| $A$ | 4 台 |
| $B$ | 2 台 |
| $C$ | 1 台 |
| 每名工人每日只能生产 $A$，$B$，$C$ 三种设备中的一种，并且 $C$ 设备每日至少生产 10 台，$A$ 设备和 $B$ 设备每日生产数量相等. | |

销售部门提供的预估利润如下：

| 设备型号 | 利润 |
|---|---|
| $A$ | 60 元/台 |
| $B$ | 96 元/台 |
| $C$ | 日生产数量为 10 台时，每台获利 200 元；在此基础上，日生产数量每多 1 台，每台 |

| | |
|---|---|
| | 获利减少 4 元. |

设生产 $A$ 设备的工人有 $x$ 名，该设备制造厂每日的预估总利润为 $w$ 元.

（1）生产 $C$ 设备的工人人数是 ＿（70﹣3$x$）＿ 名；（用含 $x$ 的代数式表示）

（2）求销售 $C$ 设备的预估利润 $y$（元）与 $x$ 之间的函数表达式；

（3）尝试制定使 $w$ 最大的生产方案.

【解答】解：（1）根据题意，生产 $B$ 设备的工人人数是$\frac{4x}{2}$=2$x$（名），

∴生产 $C$ 设备的工人人数是 70﹣$x$﹣2$x$=（70﹣3$x$）（名）.

故答案为：（70﹣3$x$）.

（2）根据题意，$y$=（70﹣3$x$）[200﹣4（70﹣3$x$﹣10）]=﹣36$x^2$+960$x$﹣2800，

∴$y$ 与 $x$ 之间的函数表达式为 $y$=﹣36$x^2$+960$x$﹣2800.

（3）70﹣3$x$≥10，

解得 $x$≤20.

$w$=60×4$x$+96×4$x$﹣36$x^2$+960$x$﹣2800=﹣36$x^2$+1584$x$﹣2800=﹣36（$x$﹣22）$^2$+14624，

∵﹣36＜0，对称轴为 $x$=22，

∴当 $x$≤22 时，$w$ 随 $x$ 的增大而增大，

∵$x$≤20，

∴当 $x$=20 时 $w$ 值最大，

2×20=40（名），70﹣3×20=10（名）.

答：安排 20 名工人生产 $A$ 设备、40 名工人生产 $B$ 设备、10 名工人生产 $C$ 设备可使 $w$ 最大.

【点评】本题考查二次函数的应用，掌握二次函数的增减性是解题的关键.