2024-2025学年江苏省南京市玄武外国语学校、科利华中学九年级（上）期末数学试卷

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1．（2分）一元二次方程$x^2=2x$的解为（　　）

A．$x_1=x_2=0$　　B．$x_1=x_2=2$

C．$x_1=0$，$x_2=2$　　D．$x_1=0$，$x_2=-2$

2．（2分）已知二次函数$y=-2(x+1)^2-3$，下列说法正确的是（　　）

A．图象经过原点

B．图象的顶点坐标为（－1，3）

C．图象与x轴无公共点

D．图象与y轴的交点坐标为（0，－3）

3．（2分）某校航模兴趣小组共有40位同学，他们的年龄分布如表：

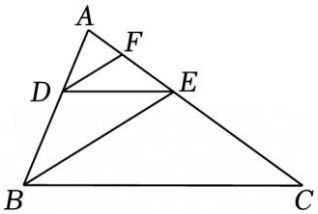
年龄/岁	13	14	15	16
人数	5	18	■	■

由于表格污损，15岁、16岁的人数不清楚，则下列关于年龄的统计量可以确定的是（　　）

A．平均数、众数　　B．众数、中位数

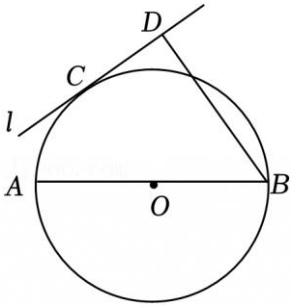
C．平均数、方差　　D．中位数、方差

4．（2分）如图，在△ABC中，点D在AB上，点E，F在AC上，且$DE\parallel BC$，$DF\parallel BE$，则下列结论中，错误的是（　　）



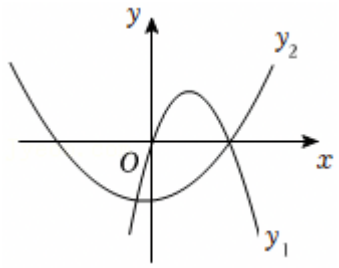
A．$\frac{AF}{AE}=\frac{AE}{AC}$　　B．$\frac{DE}{BC}=\frac{DF}{BE}$　　C．$\frac{AD}{AB}=\frac{FE}{EC}$　　D．$\frac{AF}{AD}=\frac{DE}{BE}$

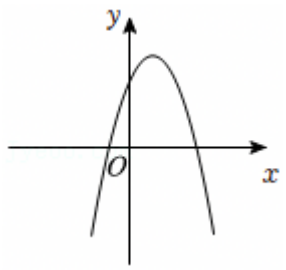
5．（2分）如图，在⊙O中，AB是直径，直线l与⊙O相切于点C，$BD\perp l$，垂足为D．若$AB=15$，$BD=12$，则CD的长为（　　）

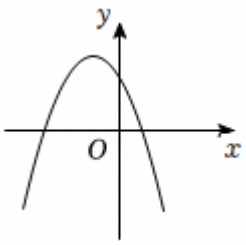


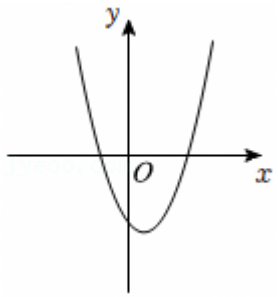
A．4.8　　B．5　　C．5.4　　D．6

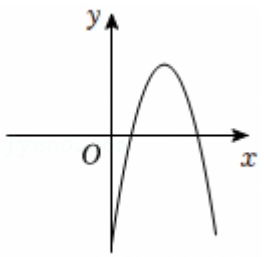
6.（2 分）在平面直角坐标系中，二次函数 y_1，y_2 的图象如图所示，则函数 $y=y_1-y_2$ 的图象可能是（　　）



A.


B.


C.


D.


二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分．请把答案填写在答题卡相应位置上）

7.（2 分）如果$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，那么$\frac{2y}{x+y}=$_____．

8.（2 分）已知 $AB=2$，C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AC>BC$，则 AC 的长为_____．

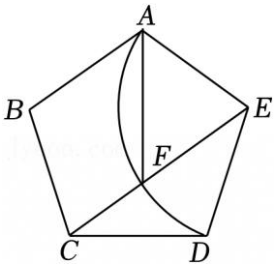
9.（2 分）已知 m，n 是方程 $x^2+3x-1=0$ 的两根，则 $m(2n+1)+n$ 的值为_____．

10.（2 分）在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=-2x^2$ 先向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到新的抛物线的表达式是_____．

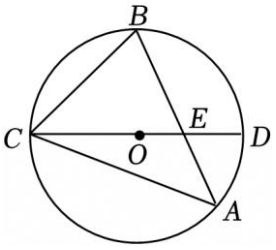
11.（2 分）已知圆锥的底面半径为 $2cm$，侧面积为 $10\pi\ cm^2$，则该圆锥的母线长为_____ cm．

12．（2 分）若点 A（﹣1，a），B（2，b）在二次函数 $y=mx^2-2mx+3$（m 为常数，且 $m>0$）的图象上，则 a _____ b．（填“>”、“<”或“=”）

13．（2 分）如图，在正五边形 $ABCDE$ 中，连接 CE，以 E 为圆心，EA 长为半径画弧，与 CE 交于点 F，连接 AF，则$\angle AFE$ 的度数是 _____ °．



14．（2 分）如图，$\triangle ABC$ 是$\odot O$ 的内接三角形，$AB=AC$，直径 CD 与 AB 边交于点 E，B 是$\overset{\frown}{CD}$的中点．若 $CE=2$，则$\odot O$ 的半径为 _____ ．

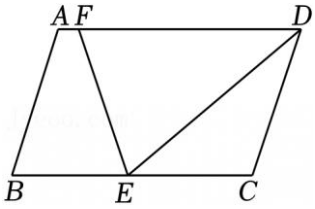


15．（2 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

x	…	0	m	4	…
y	…	﹣1	2	﹣1	…

若 $1<m<3$，则 a 的取值范围为 _____ ．

16．（2 分）如图，在$\square ABCD$ 中，$AB=13$，$AD=20$，BC 边上的高为 12，且$\angle B$ 是锐角．E 是 BC 边上的动点，连接 DE，作$\angle DEF=\angle B$，EF 与 AD 边交于点 F，则经过点 D，E，F 的$\odot O$ 的半径最小值为 _____ ．



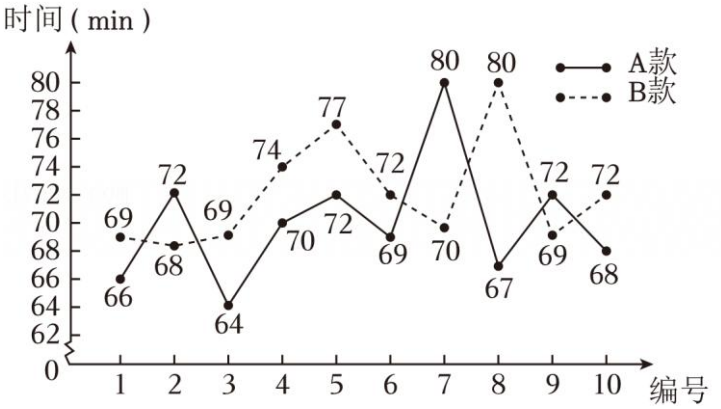
三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17．（8 分）解方程：

（1）$2x^2+4x-3=0$；

（2）$(x-1)^2=2x-2$．

18．（8 分）为了解 A，B 两款品质相近的无人机在一次充满电后运行的最长时间，分别随机调查了 A，B 两款无人机各 10 架，记录它们运行的最长时间（单位：min），并对数据进行整理．



（1）填空：

	平均数/min	中位数/min	众数/min	方差/min^2
A	70	69.5	①_____	②_____
B	72	③_____	69	14

（2）根据以上信息，你认为哪款无人机运行时间更有优势？请说明理由．

19．（7 分）九华山公园有 A、B、C 三个入口，甲、乙两人各自随机选择一个入口进入公园游玩．

（1）甲选择 A 入口的概率为 _____；

（2）求甲、乙选择相同入口的概率．

20．（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

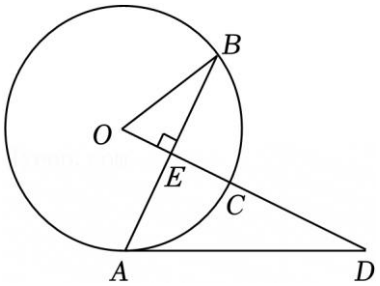
x	…	﹣1	0	1	…
y	…	0	3	4	…

（1）求该二次函数的表达式；

（2）当 ﹣1＜x＜4 时，y 的取值范围为 _____ ；

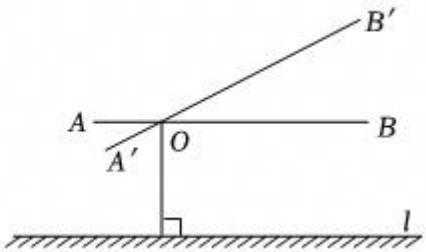
（3）将该函数图象沿 x 轴翻折，所得新图象的函数表达式为 _____ ．

21．（7 分）如图，在⊙O 中，AB 是弦，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，OC 与 AB 交于点 E，过点 A 作⊙O 的切线，与 OC 的延长线交于点 D，连接 OB．求证：∠B＝∠D．



22．（7 分）如图，古城墙进出口的道闸杆 AB 水平放置时，与地面 l 平行．支撑点 O 与端点 A 之间的距离 OA＝1.2m，与另一端点 B 之间的距离 OB＝18m．道闸杆 AB 绕着支撑点 O 旋转，当点 A 旋转到点 A' 时，测得点 A'到 AB 的距离为 0.8m，此时，点 B'到 AB 的距离是多少？





23．（8 分）已知二次函数 $y=x^2-2mx+4m-5$（m 为常数）．

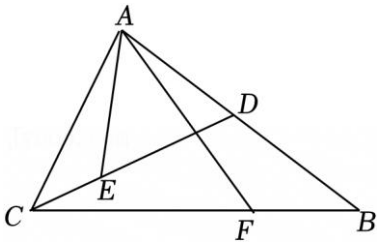
（1）求证：无论 m 取何值，函数的图象与 x 轴总有两个公共点；

（2）若点 $A(2m,y_1)$，$B(m+2,y_2)$在二次函数的图象上，且 $y_1>y_2$，则 m 的取值范围是 _____ ．

24．（7 分）如图，在△ABC 中，点 D 在 AB 上，$\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$，点 E，F 分别在 CD，BC 上，$\angle BAF=\angle CAE$．

（1）求证△ABF∽△ACE；

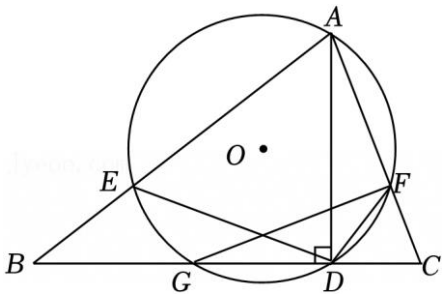
（2）若 $AB=5$，$AC=4$，$BC=6$，$\frac{BF}{CF}=\frac{1}{2}$，则 $DE=$ _____ ．



25．（8 分）如图，在△ABC 中，AD 是 BC 边上的高，经过点 A，D 的⊙O 与边 AB，AC，BC 分别交于点 E，F，G，连接 DE，DF，且$\widehat{DF}=\widehat{EG}$．

（1）求证△ADE∽△DCF；

（2）若⊙O 的半径为 5，$DE=4\sqrt{5}$，$CF=2\sqrt{5}$，求 GD 的长．



26.（9 分）如图，南京长江四桥是中国首座三跨吊悬索桥，该索桥的主体部分由两座高度相同的索塔 AO，BC，三条缆索 L_1，L_2，L_3，以及连接缆索与桥面的吊杆组成．缆索 L_1，L_2，L_3 的形状均近似是抛物线，索塔、吊杆均与桥面垂直．以 O 为原点，桥面 OC 所在直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系．测得索塔 $AO=BC=200m$，桥面 $OC=1200m$，锚碇 D 到索塔 OA 的距离 $OD=400m$，缆索 L_1 的最低点 P 到桥面 OC 的距离为 $20m$．

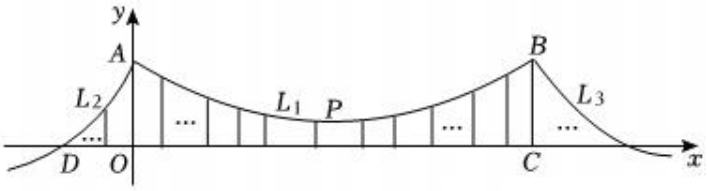
（1）求缆索 L_1 所在抛物线的表达式；

（2）同一直角坐标系中，缆索 L_2 所在抛物线的表达式为 $y_2=\frac{1}{1600}x^2+bx+c$．

①求 b，c 的值；

②为了加固桥梁，计划在索塔 OA 左、右两侧各安装一根吊杆，且两根吊杆之间的距离为 $150m$．要使两根吊杆的长度之和最小，如何确定两根吊杆的安装位置？请直接写出在索塔 OA 左侧需安装的吊杆与 OA 之间的距离．





27.（11 分）平行线是研究三角形相似的基本工具.

【初步尝试】

（1）如图①，在△*ABC* 中，点 *D* 在 *BC* 边上，$\frac{BD}{DC}=\frac{1}{2}$，在 *AB* 边上求作点 *E*，使$\frac{DE}{AC}=\frac{1}{3}$.（要求：尺规作图，保留作图痕迹，写出必要文字说明.）

【深入研究】

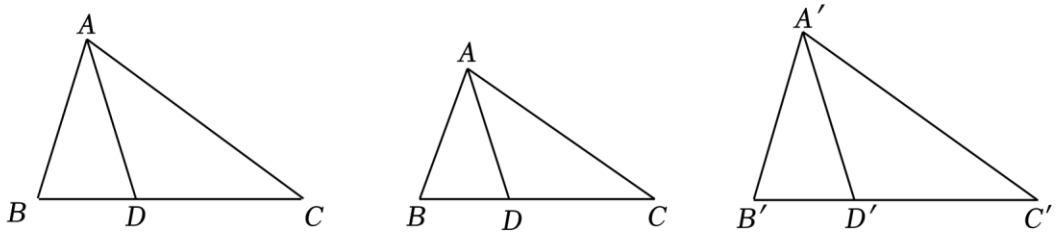
（2）如图②，在△*ABC* 和△*A′B′C′*中，*D*，*D′*分别边 *BC*，*B′C′*上一点，∠*BAD*＝∠*B′A′D′*，∠*CAD*＝∠*C′A′D′*，$\frac{BD}{CD}=\frac{B'D'}{C'D'}$，求证△*ABC*∽△*A′B′C′*.

【应用拓展】

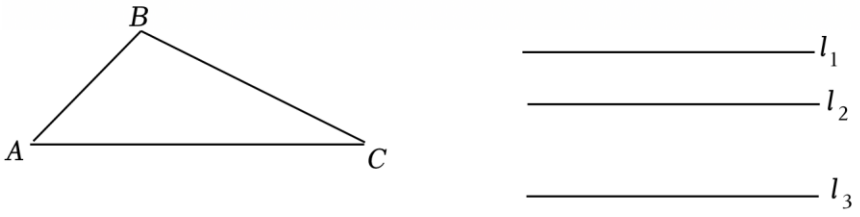
（3）如图③，已知△*ABC*，直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$.

①在图③中，求作△*A′B′C′*，使点 *A′*，*B′*，*C′*分别在 l_1，l_2，l_3 上，且△*A′B′C′*∽△*ABC*.（要求：尺规作图，保留作图痕迹，写出必要文字说明.）

②设在①中所作的△*A′B′C′*的边 *A′C′*与 l_2 交于点 *D′*，发现随着△*ABC* 形状的变化，*B′D′*的长度也随之变化．若∠*ABC*＝120°，l_1，l_2 之间的距离为 2，l_2，l_3 之间的距离为 4，则 *B′D′*的最小值是 _____ .



①　　②



③

2024-2025学年江苏省南京市玄武外国语学校、科利华中学九年级（上）期末数学试卷

参考答案与试题解析

一．选择题（共6小题）

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	C	B	D	D	A

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1．（2分）一元二次方程 $x^2=2x$ 的解为（　　）

A．$x_1=x_2=0$　　B．$x_1=x_2=2$

C．$x_1=0$，$x_2=2$　　D．$x_1=0$，$x_2=-2$

【解答】解：∵$x^2=2x$，

∴$x^2-2x=0$，

∴$x(x-2)=0$，

∴$x=0$ 或 $x-2=0$，

解得 $x_1=0$，$x_2=2$，

故选：*C*.

【点评】本题主要考查解一元二次方程，解一元二次方程常用的方法有：直接开平方法、因式分解法、公式法及配方法，解题的关键是根据方程的特点选择简便的方法.

2．（2分）已知二次函数 $y=-2(x+1)^2-3$，下列说法正确的是（　　）

A．图象经过原点

B．图象的顶点坐标为（-1，3）

C．图象与 x 轴无公共点

D．图象与 y 轴的交点坐标为（0，-3）

【解答】解：∵二次函数 $y=-2(x+1)^2-3$，

∴该函数图象过（0，-5），故选项 *A* 错误，不符合题意；

该函数图象的顶点坐标为（-1，-3），故选项 *B* 错误，不符合题意；

当 $y=0$ 时，$0=-2(x+1)^2-3$，该方程无解，即该函数图象与 x 轴无公共点，故选项 *C* 正确，符合题

意；

当 $x=0$ 时，$y=-5$，即该函数图象与 y 轴的交点坐标为（0，－5），故选项 D 错误，不符合题意；

故选：C.

【点评】本题考查抛物线与 x 轴的交点、二次函数的性质、二次函数图象上点的坐标特征，解答本题的关键是明确题意，利用二次函数的性质解答.

3．（2 分）某校航模兴趣小组共有 40 位同学，他们的年龄分布如表：

年龄/岁	13	14	15	16
人数	5	18	■	■

由于表格污损，15 岁、16 岁的人数不清楚，则下列关于年龄的统计量可以确定的是（　　）

A．平均数、众数　　B．众数、中位数

C．平均数、方差　　D．中位数、方差

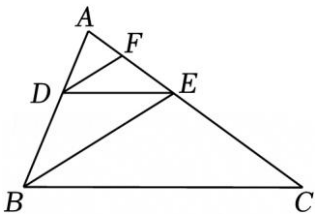
【解答】解：一共有 40 人，中位数是从小到大排列后处在第 20、21 位两个数的平均数，而 13 岁的有 5 人，14 岁的有 18 人，因此从小到大排列后，处在第 20、21 位两个数都是 14 岁，因此中位数是 14 岁，不会受 15 岁，16 岁人数的影响；

因为 14 岁有 18 人，而 13 岁的有 5 人，15 岁、16 岁共有 17 人，因此众数是 14 岁；

故选：B.

【点评】本题考查中位数、众数，理解中位数、众数的定义，掌握中位数、众数的计算方法是正确解答的前提.

4．（2 分）如图，在△ABC 中，点 D 在 AB 上，点 E，F 在 AC 上，且 $DE\parallel BC$，$DF\parallel BE$，则下列结论中，错误的是（　　）



A．$\frac{AF}{AE}=\frac{AE}{AC}$　　B．$\frac{DE}{BC}=\frac{DF}{BE}$　　C．$\frac{AD}{AB}=\frac{FE}{EC}$　　D．$\frac{AF}{AD}=\frac{DE}{BE}$

【解答】解：∵$DE\parallel BC$，$DF\parallel BE$，

∴$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}$，$\frac{DF}{BE}=\frac{DA}{AB}=\frac{AF}{AE}$，∠$AED$=∠$C$，∠$BEC$=∠$DFE$，

∴$\frac{AF}{AE}=\frac{AE}{AC}$，$\frac{DE}{BC}=\frac{DF}{BE}$，△$DFE$∽△$BEC$，

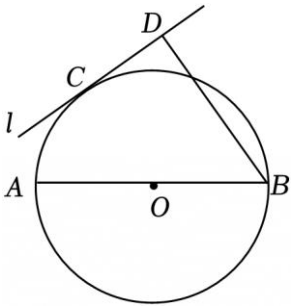
$\therefore \frac{EF}{EC}=\frac{DE}{BC}$,

$\therefore \frac{AD}{AB}=\frac{EF}{EC}$,

故选：D.

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，平行线分线段成比例，证明三角形相似是解题的关键.

5.（2 分）如图，在⊙O 中，AB 是直径，直线 l 与⊙O 相切于点 C，$BD\perp l$，垂足为 D．若 $AB=15$，$BD=12$，则 CD 的长为（　　）



A．4.8　　B．5　　C．5.4　　D．6

【解答】解：连接 OC，作 $OF\perp BD$ 于点 F，则$\angle OFD=\angle OFB=90°$，

∵直线 l 与⊙O 相切于点 C，$BD\perp l$ 于点 D，

$\therefore l\perp OC$，

$\therefore \angle OFD=\angle OCD=\angle CDF=90°$，

∴四边形 $OCDF$ 是矩形，

∵$AB=15$，$BD=12$，

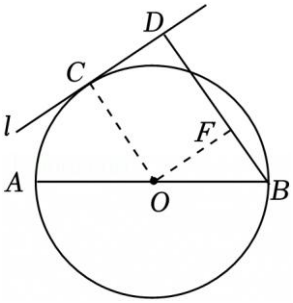
$\therefore FD=OC=OB=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}\times 15=\frac{15}{2}$，

$\therefore BF=BD-FD=12-\frac{15}{2}=\frac{9}{2}$，

$\therefore CD=OF=\sqrt{OB^2-BF^2}=\sqrt{(\frac{15}{2})^2-(\frac{9}{2})^2}=6$，

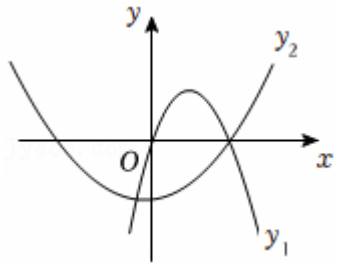
∴CD 的长为 6，

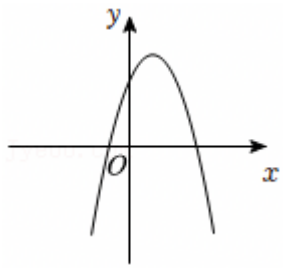
故选：D.

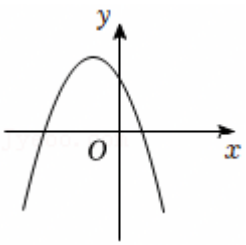


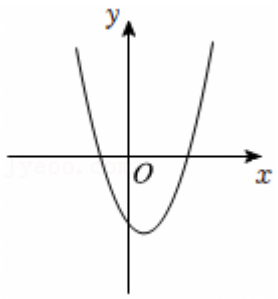
【点评】此题重点考查切线的性质、矩形的判定与性质、勾股定理等知识，正确地作出辅助线是解题的关键．

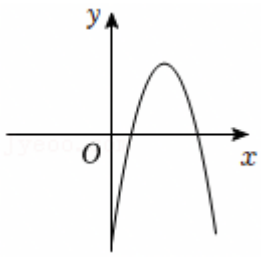
6.（2 分）在平面直角坐标系中，二次函数 y_1，y_2 的图象如图所示，则函数 $y=y_1-y_2$ 的图象可能是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【解答】解：设 $y_1=a_1x^2+b_1x$，$y_2=a_2x^2+b_2x+c_2$，

由图象知，$a_1<0$，$b_1>0$，$a_2>0$，$c_2<0$，

$\therefore a_1-a_2<0$，

$\because y=y_1-y_2=(a_1-a_2)x^2+b_1x-c_2$，

∴函数 $y=y_1-y_2$ 的图象开口向下，对称轴在 y 轴的右侧，与 y 轴的交点在 y 轴的正半轴上，

∴只有选项 A 符合题意，

故选：A．

【点评】本题主要考查了二次函数的图象与性质，熟练掌握二次函数的性质是解答本题的关键.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分．请把答案填写在答题卡相应位置上）

7.（2 分）如果$\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，那么$\frac{2y}{x+y}=$ ＿＿$\frac{6}{5}$＿＿ ．

【解答】解：$\because\frac{x}{y}=\frac{2}{3}$，

∴设 $x=2k$，$y=3k$（$k\neq0$），

则$\frac{2y}{x+y}=\frac{6k}{2k+3k}=\frac{6}{5}$.

故答案为：$\frac{6}{5}$.

【点评】本题考查了比例的性质，解决本题的关键是熟记比例的性质，利用设 k 法进行解答.

8.（2 分）已知 $AB=2$，C 是线段 AB 的黄金分割点，且 $AC>BC$，则 AC 的长为 ＿＿$\sqrt{5}-1$＿＿ ．

【解答】解：根据题意得：$AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}AB$，

$\because AB=2$，

$\therefore AC=\frac{\sqrt{5}-1}{2}\times2=\sqrt{5}-1$，

故答案为：$\sqrt{5}-1$.

【点评】本题考查了黄金分割，解答本题的关键是熟练掌握黄金分割的定义：线段上一点把线段分为较长线段和较短线段，若较长线段是较短线段和整个线段的比例中项，即较长线段是整个线段的$\frac{\sqrt{5}-1}{2}$倍，则这个点叫这条线段的黄金分割点.

9.（2 分）已知 m，n 是方程 $x^2+3x-1=0$ 的两根，则 $m(2n+1)+n$ 的值为 ＿＿－5＿＿ ．

【解答】解：$\because m$，n 是方程 $x^2+3x-1=0$ 的两根，

$\therefore m+n=-3$，$mn=-1$，

$\therefore m(2n+1)+n=2mn+m+n=-2-3=-5$.

故答案为：－5.

【点评】本题考查根与系数关系，解题的关键是掌握：x_1，x_2 是一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的两根时，$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$.

10.（2 分）在平面直角坐标系中，将抛物线 $y=-2x^2$ 先向左平移 3 个单位长度，再向下平移 2 个单位长度，得到新的抛物线的表达式是 ＿＿$y=-2(x+3)^2-2$＿＿ ．

【解答】解：将抛物线 $y=-2x^2$ 先向左平移 3 个单位长度可得：$y=-2(x+3)^2$，再向下平移 2 个单位长度得到 $y=-2(x+3)^2-2$.

故答案为：$y=-2(x+3)^2-2$．

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，熟练掌握平移法则是关键．

11．（2 分）已知圆锥的底面半径为 2cm，侧面积为 10π cm^2，则该圆锥的母线长为 __5__ cm．

【解答】解：设圆锥的母线长为 Rcm，

圆锥的底面周长$=2\pi\times2=4\pi$（cm），

则$\frac{1}{2}\times4\pi\times R=10\pi$，

解得，$R=5$，

故答案为：5．

【点评】本题考查的是圆锥的计算，理解圆锥的侧面展开图与原来的扇形之间的关系是解决本题的关键，理解圆锥的母线长是扇形的半径，圆锥的底面圆周长是扇形的弧长．

12．（2 分）若点 A（-1，a），B（2，b）在二次函数 $y=mx^2-2mx+3$（m 为常数，且 $m>0$）的图象上，则 a __>__ b．（填“>”、“<”或“=”）

【解答】解：∵$y=mx^2-2mx+3$（m 为常数，且 $m>0$）

∴开口向上，对称轴为直线 $x=-\frac{-2m}{2m}=1$，

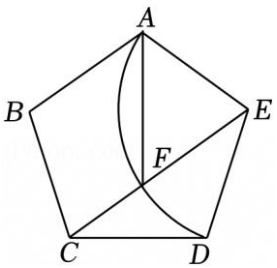
∵点 A（-1，a），B（2，b）在二次函数 $y=mx^2-2mx+3$（m 为常数，且 $m>0$）的图象上，且 $1-(-1)>2-1$，

∴$a>b$，

故答案为：>．

【点评】本题考查了二次函数图象上点的坐标特征，掌握二次函数的性质是解题的关键．

13．（2 分）如图，在正五边形 $ABCDE$ 中，连接 CE，以 E 为圆心，EA 长为半径画弧，与 CE 交于点 F，连接 AF，则∠AFE 的度数是 __54__ °．



【解答】解：在正五边形 $ABCDE$ 中，∵$\angle AED=\angle CDE=\frac{(5-2)\times180°}{5}=108°$，

∵$DE=CD$，

∴$\angle DCE=\angle CED=\frac{1}{2}\times(180°-108°)=36°$，

∴∠AEF＝108°﹣36°＝72°，

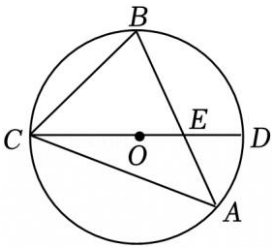
∵AE＝EF，

∴∠EAF＝∠AFE＝$\frac{1}{2}$×（180°﹣72°）＝54°，

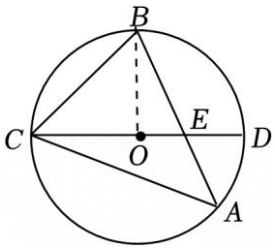
故答案为：54．

【点评】本题考查了正多边形与圆，等腰三角形的性质，熟练掌握正五边形的性质是解题的关键．

14．（2 分）如图，△ABC 是⊙O 的内接三角形，AB＝AC，直径 CD 与 AB 边交于点 E，B 是$\overset{\frown}{CD}$的中点．若 CE＝2，则⊙O 的半径为 __$\sqrt{2}$__ ．



【解答】解：连接 OB，设⊙O 的半径是 R，如图所示：



∵点 B 是弧 CD 的中点，CD 是⊙O 的直径，

∴$\overset{\frown}{BC}=\overset{\frown}{BD}$，

∴OB⊥CD，

∵OC＝OB＝OD＝R，

∴△BOC 是等腰直角三角形，

∴∠OCB＝∠OBC＝45°，∠BOC＝90°，

∴∠A＝$\frac{1}{2}$∠BOC＝45°，

∵AB＝AC，

∴∠ABC＝∠ACB＝$\frac{1}{2}$（180°﹣∠A）＝$\frac{1}{2}$×（180°﹣45°）＝67.5°，

在△BCE 中，∠CEB＝180°﹣（∠OCB+∠ABC）＝180°﹣（45°+67.5°）＝67.5°，

∴∠CEB＝∠ABC＝67.5°，

∴CB＝CE＝2，

在 Rt△BOC 中，OC＝OB＝R，

由勾股定理得：$BC=\sqrt{OC^2+OB^2}=\sqrt{2}R$，

$\therefore 2=\sqrt{2}R$，

$\therefore R=\sqrt{2}$.

即⊙O 的半径为$\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

【点评】此题主要考查了三角形的外接圆与外心，圆心角、弧、弦的关系，理解三角形的外接圆与外心，熟练掌握圆心角、弧、弦的关系是解决问题的关键.

15.（2 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

x	…	0	m	4	…
y	…	﹣1	2	﹣1	…

若 $1<m<3$，则 a 的取值范围为 ＿＿$-1<a\leq -\frac{3}{4}$＿＿ .

【解答】解：由题意可知$-\frac{b}{2a}=\frac{0+4}{2}=2$，$c=-1$，

$\therefore b=-4a$，

$\therefore y=ax^2-4ax-1$，

当 $x=1$，$y=2$ 时，$2=a-4a-1$，解得 $a=-1$，

当 $x=3$，$y=2$ 时，$2=9a-12a-1$，解得 $a=-1$，

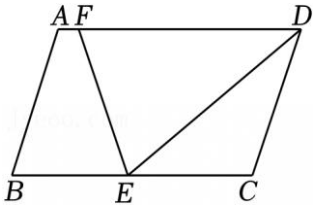
当 $x=2$，$y=2$ 时，$2=4a-8a-1$，解得 $a=-\frac{3}{4}$，

$\therefore$若 $1<m<3$，则 a 的取值范围为 $-1<a\leq -\frac{3}{4}$.

故答案为：$-1<a\leq -\frac{3}{4}$.

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，二次函数图象上点的坐标特征，掌握二次函数的增减性是解题的关键.

16.（2 分）如图，在▱$ABCD$ 中，$AB=13$，$AD=20$，BC 边上的高为 12，且∠B 是锐角．E 是 BC 边上的动点，连接 DE，作∠DEF=∠B，EF 与 AD 边交于点 F，则经过点 D，E，F 的⊙O 的半径最小值为 ＿＿$\frac{26}{3}$＿＿ .



【解答】解：如图，作△DEF 的外接圆⊙O，连接 OE、OF、OD，过 O 作 $OH\perp AD$ 于点 H，

设∠*DEF*＝∠*B*＝α，

∴∠*FOD*＝2∠*DEF*＝2α，

∴∠*FOH*＝α＝∠*B*，

过 *A* 作 *AG*⊥*BC* 于点 *G*，过 *E* 作 *EI*⊥*AD* 于点 *I*，则 *AG*＝*EI*＝12，

∵*AB*＝13，

∴*BG*＝$\sqrt{AB^2-AG^2}$＝5，

∵∠*AGB*＝∠*OHF*＝90°，∠*FOH*＝∠*B*，

∴△*ABG*∽△*FOH*，

∴$\frac{AB}{OF}=\frac{BG}{OH}$，即$\frac{13}{r}=\frac{5}{OH}$，

∴*OH*＝$\frac{5}{13}r$，

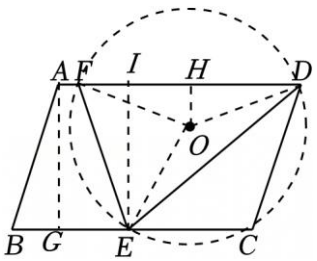
∵*OH*+*OE*≥*EI*，

即$\frac{5}{13}r+r\geq 12$，

解得 $r\geq\frac{26}{3}$，

∴⊙*O* 的半径最小值为$\frac{26}{3}$.

故答案为：$\frac{26}{3}$.



【点评】本题主要考查了圆周角定理、三角形的外接圆、平行四边形的性质、相似三角形的判定和性质等内容，熟练掌握相关知识是解题的关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17.（8 分）解方程：

（1）$2x^2+4x-3=0$；

（2）$(x-1)^2=2x-2$.

【解答】解：（1）$2x^2+4x-3=0$；

$x^2+2x=\frac{3}{2}$，

$x^2+2x+1=\frac{3}{2}+1$，即$(x+1)^2=\frac{5}{2}$，

$\therefore x+1=\pm\frac{\sqrt{10}}{2}$，

$\therefore x_1=-1+\frac{\sqrt{10}}{2}$，$x_2=-1-\frac{\sqrt{10}}{2}$；

（2）$(x-1)^2=2x-2$，

$(x-1)^2-2(x-1)=0$，

$(x-1)(x-1-2)=0$，

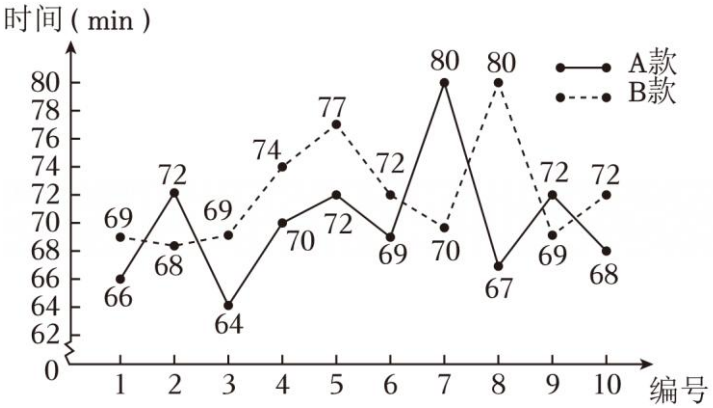
$\therefore x-1=0$ 或 $x-3=0$，

$\therefore x_1=1$，$x_2=3$．

【点评】本题考查了解一元二次方程－配方法，因式分解法，熟练掌握解一元二次方程的方法是解题的关键．

18．（8 分）为了解 A，B 两款品质相近的无人机在一次充满电后运行的最长时间，分别随机调查了 A，B 两款无人机各 10 架，记录它们运行的最长时间（单位：min），并对数据进行整理．

A、B两款无人机充满电后运行最长时间折线统计图



（1）填空：

	平均数/min	中位数/min	众数/min	方差/min^2
A	70	69.5	① 72	② 17.8
B	72	③ 71	69	14

（2）根据以上信息，你认为哪款无人机运行时间更有优势？请说明理由．

【解答】解：（1）A 组数据为 64、66、67、68、69、70、72、72、72、80，

则其众数为 72，方差为$\frac{1}{10}\times[(64-70)^2+(66-70)^2+(67-70)^2+(68-70)^2+(69-70)^2+(70$

－70）^{2}+3×（72－70）^{2}+（80－70）^{2}]＝17.8，

B 组数据为 68、69、69、69、70、72、72、74、77、80，

所以其中位数为$\frac{70+72}{2}$=71，

故答案为：72、17.8、71；

（2）B 款无人机运行时间更有优势，

∵B 款无人机运行时间的平均时间大于 A 款无人机，

∴B 款无人机运行时间更有优势（答案不唯一，合理均可）.

【点评】本题主要考查方差，解题的关键是掌握平均数、中位数、众数、方差的定义.

19.（7 分）九华山公园有 A、B、C 三个入口，甲、乙两人各自随机选择一个入口进入公园游玩.

（1）甲选择 A 入口的概率为 $\frac{1}{3}$；

（2）求甲、乙选择相同入口的概率.

【解答】解：（1）由题意知，共有 3 种等可能的结果，其中甲选择 A 入口的结果有 1 种，

∴甲选择 A 入口的概率为$\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

（2）列表如下：

	A	B	C
A	（A，A）	（A，B）	（A，C）
B	（B，A）	（B，B）	（B，C）
C	（C，A）	（C，B）	（C，C）

共有 9 种等可能的结果，其中甲、乙选择相同入口的结果有 3 种，

∴甲、乙选择相同入口的概率为$\frac{3}{9}=\frac{1}{3}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

20.（8 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$，函数 y 与自变量 x 的部分对应值如表：

x	…	－1	0	1	…
y	…	0	3	4	…

（1）求该二次函数的表达式；

（2）当﹣1＜x＜4 时，y 的取值范围为 ﹣5＜y≤4 ；

（3）将该函数图象沿 x 轴翻折，所得新图象的函数表达式为 $y=x^2-2x-3$ ．

【解答】解：（1）将表格中三组数据代入解析式得$\begin{cases}a-b+c=0\\c=3\\a+b+c=4\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=-1\\b=2\\c=3\end{cases}$，

∴二次函数的表达式为 $y=-x^2+2x+3$，

（2）由二次函数的表达式为 $y=-x^2+2x+3$，可知抛物线的对称轴为直线 $x=1$，开口向下，在对称轴右侧，y 随 x 的增大而减小，$x=1$ 时，$y_{最大}=4$，

当 $x=-1$ 时，$y=0$；当 $x=4$ 时，$y=-5$，

∴当﹣1＜x＜4 时，y 的取值范围为﹣5＜y≤4．

故答案为：﹣5＜y≤4．

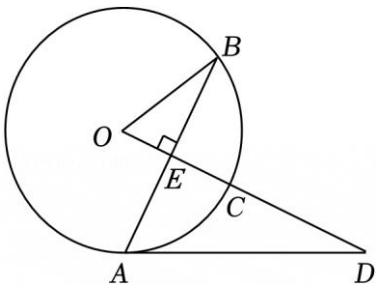
（3）$y=-x^2+2x+3=-(x-2x+1-1)+3=-(x-1)^2+4$，

将该函数图象沿 x 轴翻折，所得新图象的函数表达式为 $y=(x-1)^2-4$，即 $y=x^2-2x-3$．

故答案为：$y=x^2-2x-3$．

【点评】本题考查了二次函数图象与几何变换，熟练掌握二次函数性质是关键．

21．（7 分）如图，在⊙O 中，AB 是弦，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，OC 与 AB 交于点 E，过点 A 作⊙O 的切线，与 OC 的延长线交于点 D，连接 OB．求证：∠B＝∠D．



【解答】证明：∵AB 是弦，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，

∴$OC\perp AB$，$AE=BE$，

∵$OA=OB$，

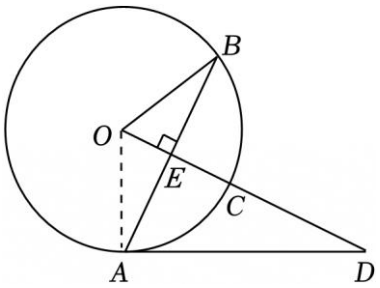
∴∠AOE＝∠BOE，

∵AD 是⊙O 的切线，

∴∠OAD＝90°，

∵∠B+∠BOE＝90°＝∠D+∠AOB，

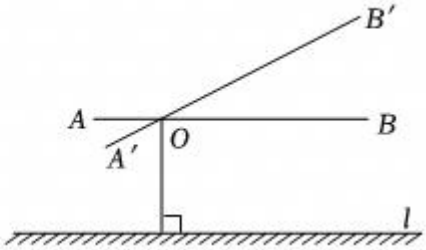
∴∠B=∠D.



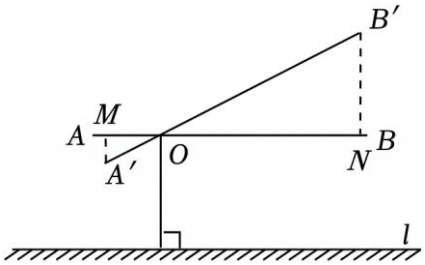
【点评】本题考查切线的性质，垂径定理，等腰三角形的性质以及圆周角定理，掌握切线的性质，垂径定理，等腰三角形的性质以及圆周角定理是正确解答的关键.

22.（7 分）如图，古城墙进出口的道闸杆 AB 水平放置时，与地面 l 平行．支撑点 O 与端点 A 之间的距离 OA=1.2m，与另一端点 B 之间的距离 OB=18m．道闸杆 AB 绕着支撑点 O 旋转，当点 A 旋转到点 A' 时，测得点 A'到 AB 的距离为 0.8m，此时，点 B'到 AB 的距离是多少？





【解答】解：如图，$A'M$⊥AB 于点 M，$B'N$⊥AB 于点 N，



根据题意得，OA=OA'=1.2m，OB=OB'=18m，$A'M$=0.8m，

∵$A'M$⊥AB，$B'N$⊥AB，

∴$A'M$∥$B'N$，

∴△$A'OM$∽△$B'ON$，

∴$\frac{A'M}{B'N}=\frac{OA'}{OB'}$，

即$\frac{0.8}{B'N}=\frac{1.2}{18}$，

∴$B'N$=12（m），

即点 B'到 AB 的距离是 12m.

【点评】此题考查了相似三角形的应用，熟记相似三角形的判定与性质是解题的关键．

23．（8 分）已知二次函数 $y=x^2-2mx+4m-5$（m 为常数）．

（1）求证：无论 m 取何值，函数的图象与 x 轴总有两个公共点；

（2）若点 $A(2m, y_1)$，$B(m+2, y_2)$ 在二次函数的图象上，且 $y_1>y_2$，则 m 的取值范围是 $m>2$ 或 $m<-2$ ．

【解答】（1）证明：当 $y=0$ 时，$x^2-2mx+4m-5=0$，

$\therefore \Delta=(-2m)^2-4(4m-5)=4m^2-16m+20=4(m-2)^2+4$，

$\because (m-2)^2\geq 0$，

$\therefore \Delta\geq 0$，

$\therefore$方程 $x^2-2mx+4m-5=0$ 有两个不相等的实数根，

$\therefore$不论 m 为何值，函数图象与 x 轴总有两个不同的公共点；

（2）解：把 $A(2m, y_1)$，$B(m+2, y_2)$ 两点代入 $y=x^2-2mx+4m-5$ 得：

$y_1=4m^2-2m\times 2m+4m-5=4m-5$，

$y_2=(m+2)^2-2m(m+2)+4m-5=m^2+4m+4-2m^2-4m+4m-5=-m^2+4m-1$，

$\because y_1>y_2$，

$\therefore 4m-5>-m^2+4m-1$，

解得：$m>2$ 或 $m<-2$．

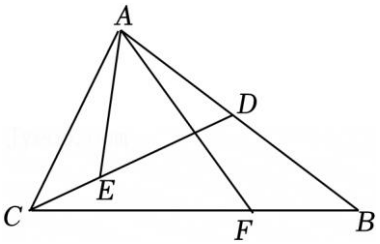
故答案为：$m>2$ 或 $m<-2$．

【点评】本题考查了二次函数图象与系数的关系，抛物线与 x 轴的交点，二次函数图象上点的坐标特征，不等式的解法，掌握一元二次方程的根与抛物线与 x 轴交点的关系是解题的关键．

24．（7 分）如图，在$\triangle ABC$ 中，点 D 在 AB 上，$\frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$，点 E，F 分别在 CD，BC 上，$\angle BAF=\angle CAE$．

（1）求证$\triangle ABF\backsim\triangle ACE$；

（2）若 $AB=5$，$AC=4$，$BC=6$，$\frac{BF}{CF}=\frac{1}{2}$，则 $DE=$ $\frac{16}{5}$ ．



【解答】（1）证明：$\because \frac{AD}{AC}=\frac{AC}{AB}$，$\angle DAC=\angle BAC$，

$\therefore\triangle ACD\backsim\triangle ABC$，

∴∠*ACD*＝∠*ABC*，

又∵∠*BAF*＝∠*CAE*．

∴△*ABF*∽△*ACE*；

（2）解：∵△*ACD*∽△*ABC*，

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{CD}{BC}$，

∵*AB*＝5，*AC*＝4，*BC*＝6，

∴*CD*＝$\frac{24}{5}$，

∵$\frac{BF}{CF}=\frac{1}{2}$，*BC*＝6，

∴*BF*＝2，

∵△*ABF*∽△*ACE*，

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{CE}{BF}$，

∴$\frac{4}{5}=\frac{CE}{2}$，

∴*CE*＝$\frac{8}{5}$，

∴*DE*＝*CD*﹣*CE*＝$\frac{16}{5}$，

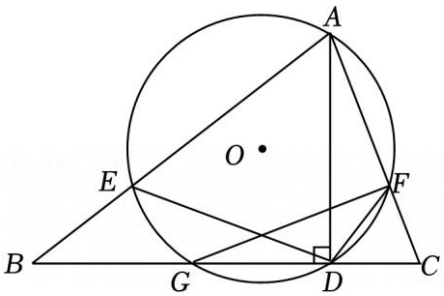
故答案为：$\frac{16}{5}$．

【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质，掌握相似三角形的判定方法是解题的关键．

25．（8 分）如图，在△*ABC* 中，*AD* 是 *BC* 边上的高，经过点 *A*，*D* 的⊙*O* 与边 *AB*，*AC*，*BC* 分别交于点 *E*，*F*，*G*，连接 *DE*，*DF*，且$\overset{\frown}{DF}=\overset{\frown}{EG}$．

（1）求证△*ADE*∽△*DCF*；

（2）若⊙*O* 的半径为 5，$DE=4\sqrt{5}$，$CF=2\sqrt{5}$，求 *GD* 的长．



【解答】（1）证明：∵*D* 是 *BC* 边上的高，

∴*AD*⊥*BC* 于点 *D*，

∴∠*ADB*＝∠*ADC*＝90°，

∴∠*BDE*+∠*ADE*＝90°，∠*DAC*+∠*C*＝90°，

∵$\widehat{DF}=\widehat{EG}$，

∴∠*DAC*＝∠*BDE*，

∴∠*ADE*＝∠*C*，

∵∠*AED*+∠*AFD*＝180°，∠*DFC*+∠*AFD*＝180°，

∴∠*AED*＝∠*DFC*，

∴△*ADE*∽△*DCF*.

（2）解：连接 *AG*，

∵∠*ADG*＝90°，

∴*AG* 是⊙*O* 的直径，

∴∠*AFG*＝∠*GFC*＝90°，

∵⊙*O* 的半径为 5，*DE*＝$4\sqrt{5}$，*CF*＝$2\sqrt{5}$，

∴*AG*＝10，

∵△*ADE*∽△*DCF*，

∴$\frac{AD}{DC}=\frac{DE}{CF}=\frac{4\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}$=2，

∵∠*GFC*＝∠*ADC*＝90°，∠*C*＝∠*C*，

∴△*GFC*∽△*ADC*，

∴$\frac{GF}{AD}=\frac{CF}{DC}$，

∴$\frac{GF}{CF}=\frac{AD}{DC}$=2，

∴*GF*＝2*CF*＝$4\sqrt{5}$，

∴*CG*＝$\sqrt{GF^2+CF^2}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}$=10，*AF*＝$\sqrt{AG^2-GF^2}=\sqrt{10^2-(4\sqrt{5})^2}$=$2\sqrt{5}$，

∴*AC*＝*AF*+*CF*＝$2\sqrt{5}$ +$2\sqrt{5}$ =$4\sqrt{5}$，

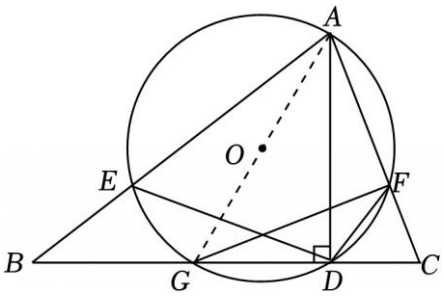
∵*AD*＝2*DC*，

∴*AC*＝$\sqrt{AD^2+DC^2}=\sqrt{(2DC)^2+DC^2}=\sqrt{5}DC$＝$4\sqrt{5}$，

∴*DC*＝4，

∴*GD*＝*CG* - *DC*＝10 - 4＝6，

∴*GD* 的长是 6.



【点评】此题重点考查圆周角定理、勾股定理、相似三角形的判定与性质等知识，正确地作出辅助线是解题的关键.

26.（9 分）如图，南京长江四桥是中国首座三跨吊悬索桥，该索桥的主体部分由两座高度相同的索塔 AO，BC，三条缆索 L_1，L_2，L_3，以及连接缆索与桥面的吊杆组成．缆索 L_1，L_2，L_3 的形状均近似是抛物线，索塔、吊杆均与桥面垂直．以 O 为原点，桥面 OC 所在直线为 x 轴，建立如图所示的平面直角坐标系．测得索塔 $AO=BC=200m$，桥面 $OC=1200m$，锚碇 D 到索塔 OA 的距离 $OD=400m$，缆索 L_1 的最低点 P 到桥面 OC 的距离为 $20m$．

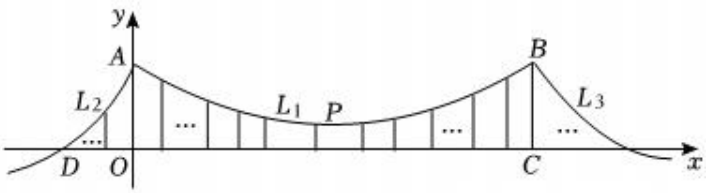
（1）求缆索 L_1 所在抛物线的表达式；

（2）同一直角坐标系中，缆索 L_2 所在抛物线的表达式为$y_2=\frac{1}{1600}x^2+bx+c$．

①求 b，c 的值；

②为了加固桥梁，计划在索塔 OA 左、右两侧各安装一根吊杆，且两根吊杆之间的距离为 $150m$．要使两根吊杆的长度之和最小，如何确定两根吊杆的安装位置？请直接写出在索塔 OA 左侧需安装的吊杆与 OA 之间的距离．





【解答】解：（1）根据题意可知，缆索 L_1 所在抛物线的顶点坐标为（600，20），

∴设缆索 L_1 所在抛物线的解析式为 $y=a（x-600）^2+20$，

把 A（0，200）代入解析式得：$360000a+20=200$，

解得：$a=\frac{1}{2000}$，

∴缆索 L_1 所在抛物线的表达式为 $y=\frac{1}{2000}（x-600）^2+20$；

（2）①∵缆索 L_2 所在抛物线经过点 A（0，200）和 D（-400，0），

$\therefore\begin{cases}c=200\\ \frac{1}{1600}\times160000-400b+c=0\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}b=\frac{3}{4}\\ c=200\end{cases}$；

②设两根吊杆的长度之和为 w，在索塔 OA 左侧需安装的吊杆与 OA 之间的距离为 n m，则在索塔 OA 右侧需安装的吊杆与 OA 之间的距离为（150﹣n），

$w=\frac{1}{1600}\times(-n)^2+\frac{3}{4}\times(-n)+200+\frac{1}{2000}(150-n-600)^2+20$

$=\frac{9}{8000}n^2-\frac{3}{10}n+\frac{1285}{4}$，

∴抛物线的开口向上，对称轴为直线 $n=-\frac{b}{2a}=\frac{400}{3}$，

∴当 $n=\frac{400}{3}$时，w 最小．

答：索塔 OA 左侧需安装的吊杆与 OA 之间的距离为$\frac{400}{3}m$．

【点评】本题考查二次函数的应用．用待定系数法求得相应的函数解析式是解决本题的关键；难点是得到用 n 表示的两根吊杆的长度之和的函数解析式．

27.（11 分）平行线是研究三角形相似的基本工具．

【初步尝试】

（1）如图①，在△ABC 中，点 D 在 BC 边上，$\frac{BD}{DC}=\frac{1}{2}$，在 AB 边上求作点 E，使$\frac{DE}{AC}=\frac{1}{3}$．（要求：尺规作图，保留作图痕迹，写出必要文字说明．）

【深入研究】

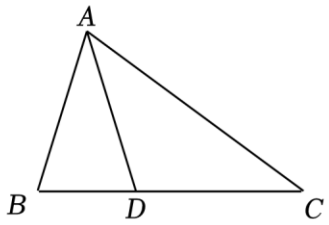
（2）如图②，在△ABC 和△$A'B'C'$中，D，D'分别边 BC，$B'C'$上一点，∠BAD＝∠$B'A'D'$，∠CAD＝∠$C'A'D'$，$\frac{BD}{CD}=\frac{B'D'}{C'D'}$，求证△$ABC$∽△$A'B'C'$．

【应用拓展】

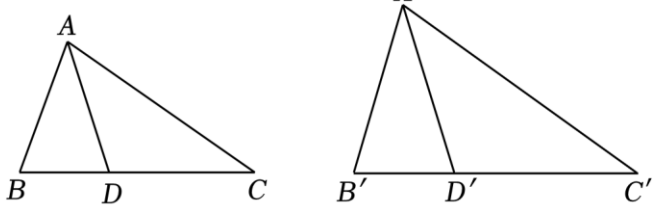
（3）如图③，已知△ABC，直线 $l_1\parallel l_2\parallel l_3$．

①在图③中，求作△$A'B'C'$，使点 A'，B'，C'分别在 l_1，l_2，l_3 上，且△$A'B'C'$∽△ABC．（要求：尺规作图，保留作图痕迹，写出必要文字说明．）

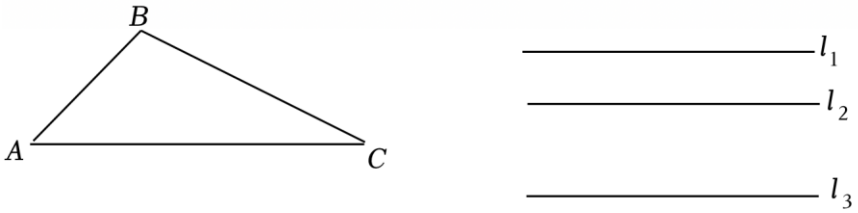
②设在①中所作的△$A'B'C'$的边 $A'C'$与 l_2 交于点 D'，发现随着△ABC 形状的变化，$B'D'$的长度也随之变化．若∠ABC＝120°，l_1，l_2 之间的距离为 2，l_2，l_3 之间的距离为 4，则 $B'D'$的最小值是 $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ ．



①

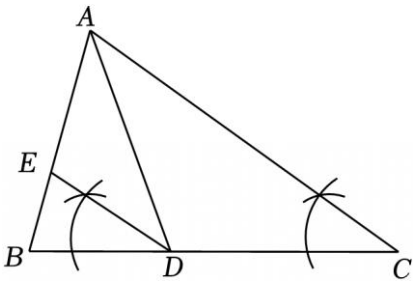


②

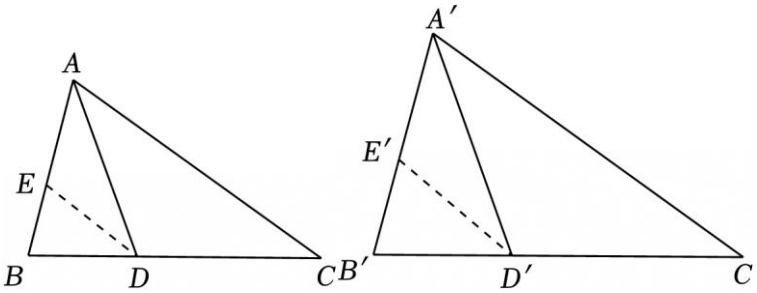


③

【解答】（1）解：如图，作∠*BDE*＝∠*C*，与 *AB* 交于点 *E*，点 *E* 即为所求．



（2）证明：如图，过点 *D* 作 *DE*∥*AC* 交 *AB* 于点 *E*，过点 *D*′作 *D*′*E*′∥*A*′*C*′交 *A*′*B*′于点 *E*′．



∵*DE*∥*AC*，*D*′*E*′∥*A*′*C*′，

∴∠*CAD*＝∠*ADE*，∠*C*′*A*′*D*′＝∠*A*′*D*′*E*′，

∵∠*CAD*＝∠*C*′*A*′*D*′，

∴∠*ADE*＝∠*A*′*D*′*E*，

又∵∠*BAD*＝∠*B*′*A*′*D*′，

∴△*ADE*∽△*A*′*D*′*E*′，

∴$\frac{DE}{D'E'}=\frac{AE}{A'E'}$，

$\because \frac{BD}{CD}=\frac{B'D'}{C'D'}$,

$\therefore \frac{CD}{BC}=\frac{C'D'}{B'C'}$，$\frac{BD}{BC}=\frac{B'D'}{B'C'}$,

$\because DE \parallel AC$，$D'E \parallel A'C'$，

$\therefore \frac{CD}{BC}=\frac{AE}{AB}$，$\frac{C'D'}{B'C'}=\frac{A'E'}{A'B'}$,

$\therefore \frac{AE}{BE}=\frac{A'E'}{B'E'}$,

即$\frac{AE}{A'E'}=\frac{AB}{A'B'}$,

$\because DE \parallel AC$，$D'E' \parallel A'C'$，

$\therefore \triangle BDE \backsim \triangle BCA$，$\triangle B'D'E' \backsim \triangle B'C'A'$，

$\therefore \frac{DE}{AC}=\frac{BD}{BC}$，$\frac{D'E'}{A'C'}=\frac{B'D'}{B'C'}$,

$\therefore \frac{DE}{AC}=\frac{D'E'}{A'C'}$,

即$\frac{DE}{D'E'}=\frac{AC}{A'C'}$,

$\therefore \frac{AB}{A'B'}=\frac{AC}{A'C'}$,

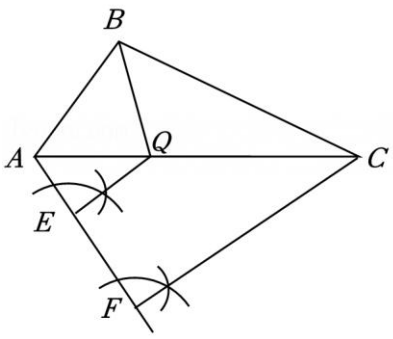
又$\because \angle BAD=\angle B'A'D'$，$\angle CAD=\angle C'A'D'$，

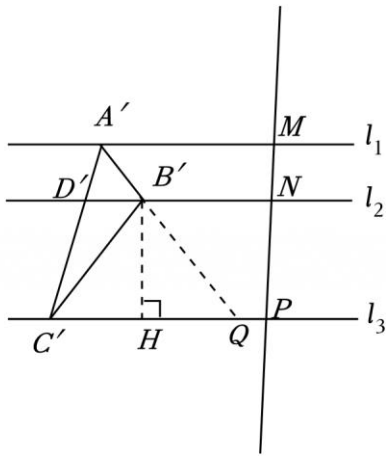
$\therefore \angle BAD+\angle CAD=\angle B'A'D'+\angle C'A'D'$，

即$\angle BAC=\angle B'A'C'$，

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$.

（3）解：①如图，$\triangle A'B'C'$即为所求；





作法：第 1 步：作直线 l 分别交 l_1，l_2，l_3 于点 M，N，P；

第 2 步：过点 A 作一条射线 l'，在 l'上截取 $AE=MN$，$EF=PN$；

第 3 步：连接 CF，过点 E 作 $EQ\parallel FC$ 交 AC 于点 Q，连接 BQ；

第 4 步：在 l_2 任取一点 B'，作$\angle D'B'A'=\angle QBA$ 交 l_1 于点 A'；

第 5 步：作$\angle D'B'C'=\angle QBC$ 交 l_3 于点 C'，则$\triangle A'B'C$ 即为求．

②如①右图，延长 $A'B'$交 l_3 于点 Q，则$\angle C'B'Q=60°$，

$\because l_2\parallel l_3$，

$\therefore\triangle A'D'B'\backsim\triangle A'C'Q$，

$\therefore\frac{B'D'}{C'Q}=\frac{1}{3}$，

$\therefore B'D'=\frac{1}{3}C'Q$，

$\therefore$求出 $C'Q_{min}$ 即可求得 $B'D'_{min}$，

当$\triangle B'C'Q$ 为等边三角形时，$C'Q$ 取得最小值，

过点 B'作 $B'H\perp C'Q$ 于点 H，

$\because l_2$，l_3 之间的距离为 4，

$\therefore B'H=4$，

$\therefore C'Q_{min}=\frac{4\times2}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$，

$\therefore B'D'_{min}=\frac{8\sqrt{3}}{9}$，

故答案为：$\frac{8\sqrt{3}}{9}$．

【点评】本题考查相似形综合应用，主要考查相似三角形的判定与性质，作图，掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键．