2019年南师附中特长生数学真题

保留题目分组与原题号。

数学部分

1. 方程 · 因式分解

求方程 $2x^4-7x^3+7x^2-7x+2=0$ 的实数根。

2. 二次根式 · 化简

化简：$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$。

3. 二次根式 · 化简

化简：$\sqrt{2+\sqrt{3}}$。

4. 不等式 · 参数讨论

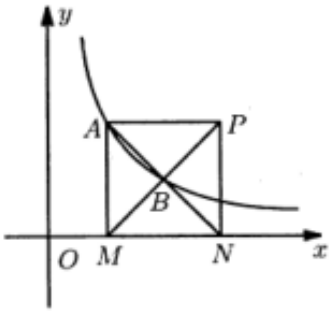
讨论不等式 $m^2x^2+2>m(x+1)$（m 为实数且为常数）的解集。

5. 二次函数 · 区间最值

讨论函数 $y=x^2-2x+3$ 在 $a\leqslant x\leqslant a+1$（$a$ 为实数）上的最大值与最小值。

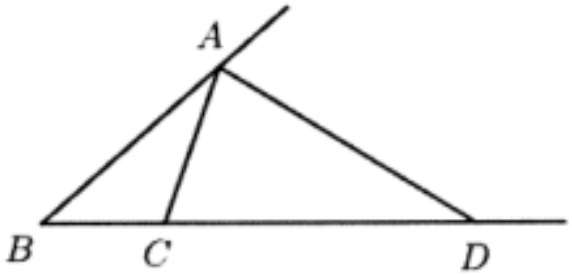
6. 反比例函数 · 坐标几何

如图，在正方形 $AMNP$ 中，对角线交点 B 和顶点 A 都在函数 $y=\frac{2}{x}$ 的图像上，则点 B 的横坐标为 _____。



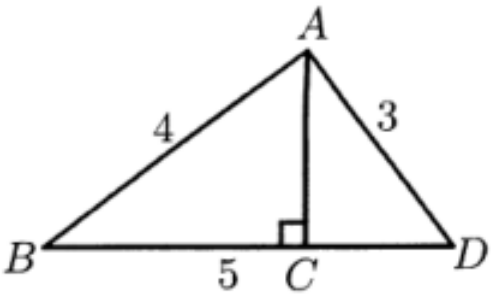
7. 几何 · 角平分线与相似

如图，在三角形 ABC 中，$\angle BAC$ 的外角平分线交对边 BC 的延长线于 D。求证：$\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$。



8. 圆 · 内切圆半径

如图，$AB=4$，$AD=3$，$BD=5$，$AC\perp BD$，垂足为 C。求 $\triangle ABC$、$\triangle ADC$、$\triangle ABD$ 的内切圆半径之和。



9. 数论 · 因数分解

已知 $m(m+n)=-8n-22$，求所有满足条件的整数对 (m,n)。

数学加试

10. 整式 · 因式分解

因式分解：

（1）$2x^2-3xy-2y^2+5y-2$；

（2）$x^4-3x^3+x^2+4$。

11. 分式 · 整体代入

已知 $\frac{x}{x^2+x+1}=m$，求 $\frac{x^2}{x^4+x^2+1}$。

12. 数论 · 不定方程

已知 $x^2+6x=4(y^2+6y)$，求所有整数对 (x,y)。

13. 数论 · 无理数与整式

设 a,b,c 是整数，且 $\frac{a\sqrt{2}+b}{b\sqrt{2}+c}$ 是一个有理数。求证：$\frac{a^2+b^2+c^2}{a+b+c}$ 是一个整数。