2021年南师附中特长生数学真题

保留题目分组与原题号。

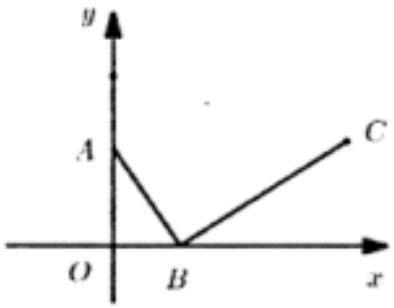
综合卷数学

1. 二次根式 · 化简

已知 $0<a<1$，则 $\sqrt{a^2+\frac{1}{a^2}-2}\div\left(1-\frac{1}{a}\right)=$ _____。

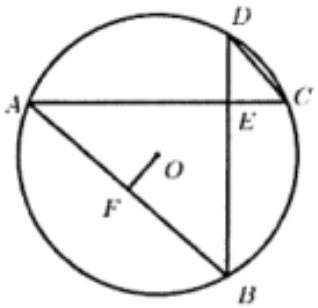
2. 坐标与图形 · 旋转

如图，已知 $A(0,2)$、$B(1,0)$，且 $AB\perp BC$、$BC=3AB$，点 C 在第一象限，则 C 的坐标为 _____。



3. 圆 · 圆周角与中位线

如图，在 $\odot O$ 中，$AC\perp BD$，$OF\perp AB$ 于点 F，则 $\frac{OF}{CD}=$ _____。



4. 方程 · 正整数解

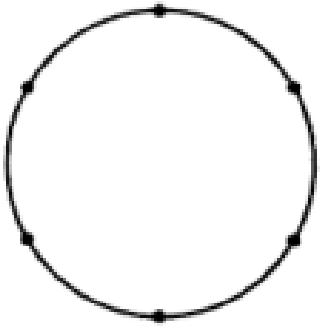
方程 $x+y(2z-1)=3$ 的正整数解 (x,y,z) 的组数为 _____。

5. 一元二次方程 · 根与三角形

若方程 $(x-1)(x^2-2x+m)=0$ 的三个根可以作为一个三角形的三边长，则实数 m 的取值范围为 _____。

6. 概率 · 分类计数

甲、乙、丙三人在一个完全对称、有 6 个座位的桌边随机入坐，落座位置分别为 A,B,C，则 $\triangle ABC$ 是轴对称图形的概率为 _____。

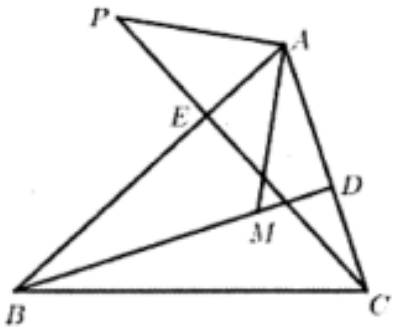


7. 分式 · 整体代换

已知 $b^2=ac$，$b-2m+a=0$，$b-2n+c=0$，则 $\frac{a}{m}+\frac{c}{n}=$ _____。

8. 三角形 · 全等与垂直

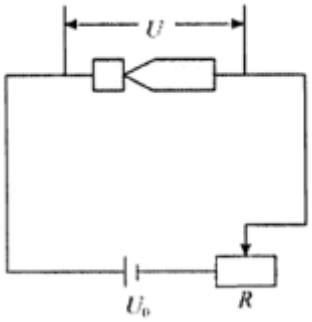
如图，BD、CE 分别是 $\triangle ABC$ 边 AC、AB 上的高，点 M 在射线 BD 上，点 P 在射线 CE 上，且 $AB=CP$、$AC=BM$。\n（1）证明：$AP=AM$；\n（2）证明：$AP\perp AM$。



9. 二次函数 · 实际应用

如图是碳电弧灯的模拟调光电路。已知碳电弧的电压 U 与电流 I 满足 $U=A+\frac{B}{I}$，其中 A,B 为正常数，电源电压为 U_0。

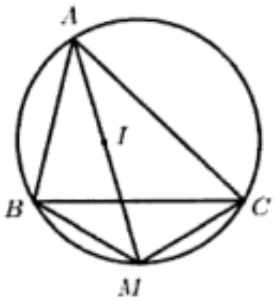
灯正常工作时，滑动变阻器的最大阻值是多少？此时通过电路的稳定电流是多少？



数学加试

10. 圆 · 内心与角平分线

已知 $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$，I 为内心，射线 AI 与 $\odot O$ 再交于 M。证明：$MB=MC=MI$。



11. 方程组 · 对称与分类

解方程组：$\begin{cases}xy+1=2z,\\yz+1=2x,\\zx+1=2y.\end{cases}$

12. 数论 · 奇偶性与绝对值

求整数对 (x,y)，使 $3|x+y|+|x-y|$ 为素数的平方。

13. 不等式 · 估值与整数部分

设 $a=\frac{2020^{2021}+2021^{2022}}{2020^{2020}+2021^{2021}}$，求 $[a]$ 和 $[10a]$。（$[x]$ 表示不超过 x 的最大整数。）

信息加试

14. 数论 · 整除

求所有正整数 n，使 $\frac{3n^2+4n-7}{n+1}$ 为整数。

15. 数列求和 · 裂项相消

计算：$\frac{1^2\times 2^2+3}{1^2\times 2^2}+\frac{2^2\times 3^2+5}{2^2\times 3^2}+\frac{3^2\times 4^2+7}{3^2\times 4^2}+\cdots+\frac{2020^2\times 2021^2+4041}{2020^2\times 2021^2}$。

16. 数论 · 奇偶性与绝对值

求整数对 (x,y)，使 $3|x+y|+|x-y|$ 为素数的平方。

17. 数论 · 连续整数与整除

求证：对于任意连续的三个正整数，都存在一个质数 p，使得三个数中有且只有一个数是 p 的整数倍。

18. 数论 · 质因数与连续整数

求证：对于任意连续的四个正整数，都存在一个质数 p，使得四个数中有且只有一个数是 p 的整数倍。