2023年南师附中特长生数学真题

保留题目分组与原题号。

数学部分

1. 二次根式 · 整体代入

若 $x=\frac{1}{\sqrt{5}+2}$，则 $x^3+4x^2+2x+6=$ _____。

2. 方程 · 分类讨论

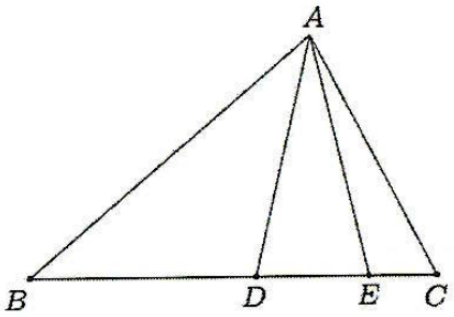
方程 $\left|\sqrt{x-1}+1\right|+\left|\sqrt{x-1}-1\right|=\frac{1}{x-1}$ 的解为 _____。

3. 概率 · 三角形三边关系

5 张卡片上分别写着数字 $1,1,2,2,3$，从中任意抽取 3 张，则这 3 个数字可以作为三角形三边的边长的概率为 _____。

4. 几何 · 相似三角形

如图，$\triangle ABC$ 中，D,E 在 BC 上，$AD=AE$，$\angle BAE=\angle ACB$。若 $AC=6$，$CD=4$，则 $BD=$ _____。



5. 数论 · 质数与因数分解

已知质数 x,y,z 满足 $xyz=7(x+y+z)$，则 $x^2+y^2+z^2=$ _____。

6. 一元二次方程 · 因式分解

已知方程 $x^2-(k^2+2k+6)x+2k^2+4k+8=0$，$k\in\mathbb{R}$。

（1）求证：该方程恒有两个不相等的实数根；

（2）设该方程的两个实根为 x_1,x_2，求 $|x_1-x_2|$ 的最小值。

7. 整式 · 因式分解

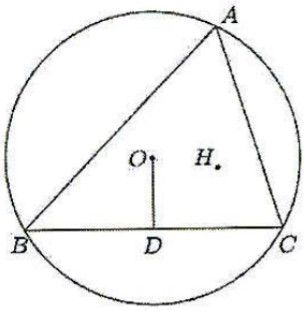
因式分解：

（1）$a^3b-ab^3+a^2+b^2+1$；

（2）$9a^2-4b^2+4bc-c^2$。

8. 几何 · 圆与中位线

如图，$\triangle ABC$ 的外心为 O，垂心为 H，D 为 BC 的中点。求证：$AH=2OD$。



数学加试

9. 整式 · 恒等变形

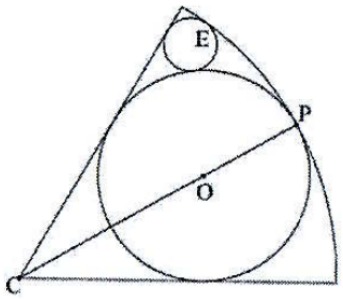
已知 $a+b+c=2023$，$\frac{a}{x^2-yz}=\frac{b}{y^2-xz}=\frac{c}{z^2-xy}$，$x+y+z\neq 0$，求 $\frac{ax+by+cz}{x+y+z}$ 的值。

10. 一元二次方程 · 根的条件

已知方程 $ax^2+2(a+3)x+(a+2)=0$ 有正根，求 a 的取值范围。

11. 几何 · 圆的相切与勾股定理

如图，$\odot O$ 内切于半径为 3、圆心角为 60° 的扇形中；$\odot E$ 与 $\odot O$ 外切，与扇形内切。求 $\odot E$ 的半径。



12. 不等式 · 整数解

已知 n, k 均为正整数，且对于每一个确定的 n，满足不等式 $\frac{5}{9} < \frac{n}{n+k} < \frac{4}{7}$ 的 k 仅有一个。求 n 的最大值与最小值。

信息加试

13. 数论 · 整除与范围

已知整数 a, b, c 满足 $a < 0 < b < c$，且其中任意两数之和是第三个数的整数倍，求 $\frac{a+b}{c}$ 所有可能的值。

14. 数论 · 平方数余数

已知正整数 n，使得 $2n+1$、$3n+1$ 均为完全平方数。求证：n 是 40 的倍数。