参考答案

1997 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	C	D	A	B	A	C	D	A	B	B	D
题号	12	13	14	15	16	17	18				
答案	C	C	B	B	C	D	C				

一、选择题（每小题 3 分，共 8 题，计 24 分）

1. （3 分）1997000 用科学记数法表示为（　　）

A. 1997×10^{3}　　B. 19.97×10^{5}

C. 1.997×10^{6}　　D. 0.1997×10^{7}

【答案】*C*

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^{n}$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【解答】解：将 1997000 用科学记数法表示为：1.997×10^{6}.

故选：*C*.

【点评】此题考查了科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值．

2．（3 分）下列说法中，不正确的是（　　）

A．-1 的绝对值是 1

B．0 的平方根是 0

C．$(-1)^0$ 的算术平方根是 1

D．$(-1)^{-1}$ 的立方根是 1

【答案】*D*

【分析】结合绝对值、平方根、算术平方根、立方根各知识点依次对各选项进行判断即可．

【解答】解：*A*、$|-1|=1$，是正确的，故本选项错误；

B、0 的平方根是 0，这种说法是正确的，故本选项错误；

C、$(-1)^0=1$，1 的算术平方根是 1，这种说法是正确的，故本选项错误；

D、$(-1)^{-1}=-1$，-1 的立方根是 -1，这种说法是错误的，故本选项正确；

故选：*D*.

【点评】本题考查了绝对值，平方根、算术平方根、立方根等知识点，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握各知识点的运用．

3. （3分）在直角坐标系中，点P（-1，$\frac{1}{2}$）关于x轴对称的坐标是（　　）

A. （-1，$-\frac{1}{2}$）　B. （1，$-\frac{1}{2}$）　C. （1，$\frac{1}{2}$）　D. （-1，$\frac{1}{2}$）

【答案】A

【分析】根据“关于x轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数”解答即可.

【解答】解：点P（-1，$\frac{1}{2}$）关于x轴对称的坐标是（-1，$-\frac{1}{2}$）.

故选：A.

【点评】本题考查了关于x轴、y轴对称点的坐标，解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

（1）关于x轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于y轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；

（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

4. （3分）在频率分布直方图中，各小长方形的面积等于相应各组的（　　）

A. 频数　B. 频率　C. 组数　D. 组距

【答案】B

【分析】根据频率分布直方图的意义，易得答案.

【解答】解：根据频率分布直方图的意义，

因为小矩形的面积之和等于1，频率之和也为1，

所以有各小长方形的面积等于相应各组的频率；

故选：*B*.

【点评】本题考查频率分布直方图的意义，注意区分频数分布直方图.

5. （3分）直线l与半径r的⊙O相交，且点O到直线l的距离为5，则r的值是（　　）

A．$r>5$　　B．$r=5$　　C．$r<5$　　D．$r\leqslant 5$

【答案】*A*

【分析】根据直线与圆相交、相切、相离的定义判定．直线l与半径r的⊙O相交，且点O到直线l的距离$d=5$，$r>d=5$

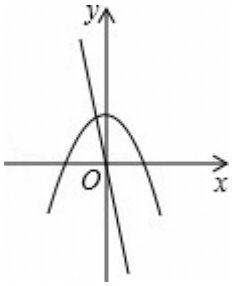
【解答】解：∵直线l与半径r的⊙O相交，且点O到直线l的距离为5

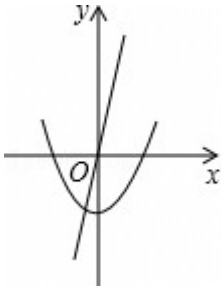
∴$r>5$

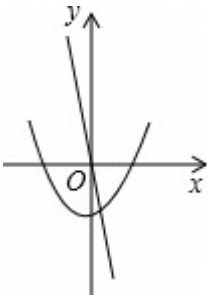
故选：*A*.

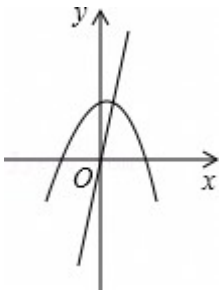
【点评】本题考查的是直线与圆的位置关系，解决此类问题可通过比较圆心到直线距离d与圆半径大小关系完成判定．直线l和⊙O相交⇔$d<r$

6. （3分）在直角坐标系中，函数$y=-3x$与$y=x^2-1$的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】C

【分析】已知一次函数、二次函数解析式，可根据图象的基本性质，直接判断.

【解答】解：∵一次函数$y=-3x$的比例系数$k=-3<0$,

∴y随x的增大而减小，排除B、D;

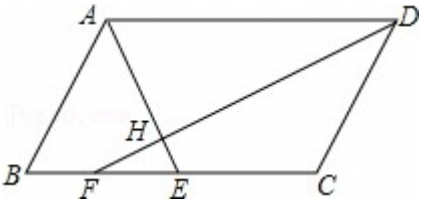
因为二次函数$y=x^2-1$的图象的顶点坐标应该为（0，-1），故可排除A;

正确答案是C.

故选：C.

【点评】本题考查了二次函数的图象及正比例函数的图象，应该识记一次函数$y=kx+b$在不同情况下所在的象限，以及熟练掌握二次函数的有关性质：开口方向、对称轴、顶点坐标等.

7．（3 分）如图，在▱$ABCD$ 中，E 是 BC 中点，F 是 BE 中点，AE 与 DF 交于点 H，则 $S_{\triangle EFH}$ 与 $S_{\triangle ADH}$ 的比值是（　　）



A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{4}$　　C. $\frac{1}{8}$　　D. $\frac{1}{16}$

【答案】D

【分析】根据已知可得到$\triangle EFH\backsim\triangle ADH$，及 EF 与 AD 的关系，从而根据相似三角形的面积比等于相似比的平方得到答案.

【解答】解：由已知得，$EF=\frac{1}{4}BC=\frac{1}{4}AD$.

$\because AD\parallel BC$,

$\therefore\triangle EFH\backsim\triangle ADH$,

∴相似比是 1：4,

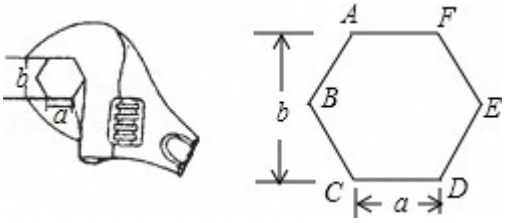
$\therefore S_{\triangle EFH}$：$S_{\triangle ADH}$＝1：16.

故选：D.

【点评】本题考查相似三角形面积的比等于相似比的平方.

8．（3 分）如图，正六边形的螺帽的边长为 a，这个搬手的开口 b 最小应是（用含 a 的代数

式表示）（　　）



A. $\sqrt{3}a$　　B. $\frac{1}{2}a$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{3}a$

【答案】A

【分析】首先取此正六边形的中心 O，连接 OC，OD，过点 O 作 $OH\perp CD$ 于点 H，易求得 OH 的长，继而求得这个搬手的开口 b 最小值.

【解答】解：取此正六边形的中心 O，连接 OC，OD，过点 O 作 $OH\perp CD$ 于点 H，

则 $\angle COD=60°$，

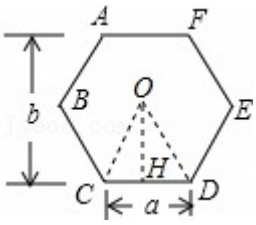
$\therefore \angle COH=\frac{1}{2}\angle COD=30°$，$CH=DH=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}a$，

$\therefore OC=2CH=a$，

在 Rt$\triangle OCH$ 中，$OH=\sqrt{OC^2-CH^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

$\therefore b=2OH=\sqrt{3}a$.

故选：A.



【点评】此题考查了正多边形与圆的知识．此题难度不大，注意掌握辅助线的作法，注意数形结合思想的应用．

二、选择题（每小题 3 分，共 10 小题，计 30 分）

9．（3 分）解方程$x^2+2\sqrt{x^2-5x}=5(x+1)$．若设$\sqrt{x^2-5x}=y$，则原方程变为关于 y 的方程是（　　）

A．$y^2+2y+5=0$　　B．$y^2+2y-5=0$　　C．$y^2-2y-5=0$　　D．$y^2-2y+5=0$

【答案】*B*

【分析】先把原方程进行变形，得到 $x^2-5x+2\sqrt{x^2-5x}-5=0$，再根据$\sqrt{x^2-5x}=y$，即可求出答案．

【解答】解：$x^2+2\sqrt{x^2-5x}=5(x+1)$可变形为：

$x^2-5x+2\sqrt{x^2-5x}-5=0$,

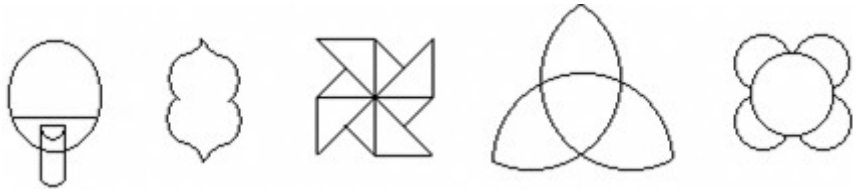
设$\sqrt{x^2-5x}=y$，则原方程可变形为：

$y^2+2y-5=0$;

故选：*B*.

【点评】此题考查了无理方程，用到的知识点是换元法，在解题时要注意先对要求的方程进行整理.

10. （3分）观察下面各图案：其中既是轴对称图形，又是中心对称图形的有（　　）



A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【答案】*B*

【分析】根据轴对称图形与中心对称图形的概念求解.

【解答】解：从左起图形1是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意，

图形2是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意，

图形3既不是轴对称图形，是中心对称图形，不符合题意，

图形4是轴对称图形，不是中心对称图形，不符合题意，

图形5是轴对称图形，又是中心对称图形，符合题意，

故符合题意的有2个.

故选：*B*.

【点评】本题主要考查了中心对称图形与轴对称图形的概念，轴对称图形的关键是寻找对

称轴，图形沿对称轴折叠后可重合，中心对称图形关键是要寻找对称中心，图形旋转180°后与原图重合，难度适中.

11. （3分）a为实数时，$\sqrt{a^2}=-a$，则实数a对应的点在数轴上的位置是（　　）

A. 原点的右侧　　B. 原点的左侧

C. 原点或原点的右侧　　D. 原点或原点的左侧

【答案】D

【分析】本题利用实数与数轴的对应关系和平方解根的定义即可解答.

【解答】解：∵a为实数，$\sqrt{a^2}=|a|=-a$，

∴$a\leqslant 0$.

∴A，B，C均错.

故选：D.

【点评】本题主要考查了实数与数轴之间的定义关系，有一定综合性，不仅要结合图形，还需要熟悉平方根的定义.

12. （3分）在函数$y=\frac{\sqrt{2x+1}}{1-x}$中自变量$x$的取值范围是（　　）

A. $x\leq -\frac{1}{2}$　　B. $x\neq 1$

C. $x\geq -\frac{1}{2}$且$x\neq 1$　　D. $x>-\frac{1}{2}$且$x\neq 1$

【答案】C

【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：根据题意得，$2x+1\geqslant 0$ 且 $1-x\neq 0$,

解得 $x\geqslant -\frac{1}{2}$ 且 $x\neq 1$.

故选：C.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

13. （3 分）下列各式分解因式中，正确的是（　　）

A. $1-\frac{1}{4}x^2=\frac{1}{4}(x+2)(x-2)$

B. $(x-y)^3-(y-x)=(x-y)(x-y+1)(x-y-1)$

C. $4x-2x^2-2=-2(x-1)^2$

D. $x^2-y^2-x+y=(x+y)(x-y-1)$

【答案】C

【分析】A、利用平方差公式分解得到结果，即可做出判断；

B、多项式变形后提取公因式得到结果，即可做出判断；

C、多项式提取 -2 后利用完全平方公式分解得到结果，即可做出判断；

D、原式前两项利用平方差公式分解，后两项提取 -1 分解，再提取公因式得到结果，即

可做出判断.

【解答】解：A、$1-\frac{1}{4}x^2=(1+\frac{1}{2}x)(1-\frac{1}{2}x)$，本选项错误；

B、$(x-y)^3-(y-x)=(x-y)^3+(x-y)=(x-y)(x^2-2xy+y^2+1)$，本选项错误；

C、$4x-2x^2-2=-2(x^2-2x+1)=-2(x-1)^2$，本选项正确；

D、$x^2-y^2-x+y=(x+y)(x-y)-(x-y)=(x-y)(x+y-1)$，本选项错误.

故选：C.

【点评】此题考查了分解因式－运用公式法，提取公因式法以及分组分解法，熟练掌握因式分解的方法是解本题的关键.

14. （3分）一个圆柱的侧面展开图是一个面积为10的矩形，这个圆柱的母线长l与这个圆柱的底面半径r之间的函数关系为（　　）

A．正比例函数　　B．反比例函数

C．一次函数　　D．二次函数

【答案】B

【分析】根据圆柱的侧面积＝底面周长×母线长，列式整理即可得解.

【解答】解：根据题意，$2\pi r\cdot l=10$,

所以$l=\frac{10}{2\pi r}$.

故 l 与 r 的函数关系为反比例函数.

故选：B.

【点评】本题考查了反比例函数的定义，熟记圆柱侧面积公式，列式整理出 l、r 的函数解析式是解题的关键.

15. （3 分）一个角的补角是它的余角的 3 倍，则这个角的度数是（　　）

A．30°　　B．45°　　C．60°　　D．75°

【答案】B

【分析】根据补角和余角的定义，利用“一个角的补角是它的余角的 3 倍”作为相等关系列方程求解即可得出结果.

【解答】解：设这个角的度数是 x,

则 $180°-x=3(90°-x)$,

解得 $x=45°$.

故选：B.

【点评】本题考查了余角和补角的定义，如果两个角的和是一个直角，那么称这两个角互为余角；如果两个角的和是一个平角，那么这两个角叫互为补角，其中一个角叫做另一个角的补角，难度适中.

16. （3 分）等腰梯形的两条对角线互相垂直，中位线长为 8*cm*，则它的高为（　　）

A．4*cm*　　B．$4\sqrt{2}cm$　　C．8*cm*　　D．$8\sqrt{2}cm$

【答案】*C*

【分析】此题主要是能够结合等腰梯形的性质和已知条件，发现等腰直角三角形；

再根据等腰直角三角形的性质，发现：该等腰梯形的高即等于梯形的中位线的长.

【解答】解：根据等腰梯形的对角线相等，又已知等腰梯形的对角线互相垂直，

若作等腰梯形的一条高，则发现一个等腰直角三角形.

根据等腰直角三角形的性质，则其高等于它的两底和的一半，即等于梯形的中位线的长，

是 8*cm*.

故选：*C*.

【点评】综合运用等腰梯形的性质和等腰直角三角形的性质.

17. （3 分）相交两圆的公共弦为 6，两圆的半径分别为 $3\sqrt{2}$，5，则这两圆的圆心距为（

）

A．6　　B．2 或 6　　C．7　　D．1 或 7

【答案】*D*

【分析】本题可画出图形，再根据勾股定理解出圆心的距离.

【解答】解：如图①，

依题意得：$AB=6$，$R=3\sqrt{2}$，$r=5$.

设 AB 中点为 O，

则 $MO=\sqrt{R^2-(\frac{6}{2})^2}=\sqrt{18-9}=3$，

$PO=\sqrt{r^2-(\frac{6}{2})^2}=\sqrt{25-9}=4$，

所以 $MP=3+4=7$；

如图②，

依题意得：$AB=6$，$R=3\sqrt{2}$，$r=5$.

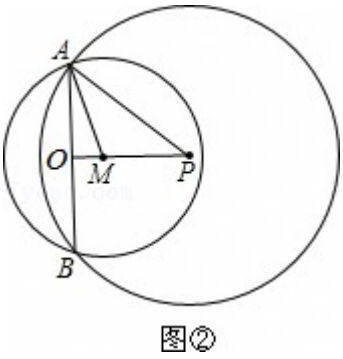
设 AB 中点为 O，

则 $MO=\sqrt{R^2-(\frac{6}{2})^2}=\sqrt{18-9}=3$

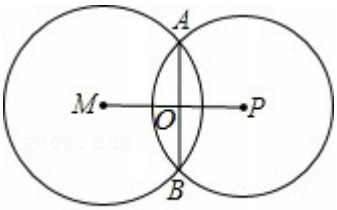
$PO=\sqrt{r^2-(\frac{6}{2})^2}=\sqrt{25-9}=4$

$\therefore MP=4-3=1$.

所以两圆的距离为：1 或 7，故选：D.



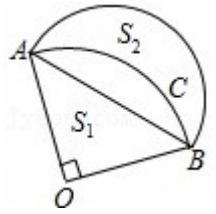
图②



图①

【点评】本题考查了圆与圆的位置关系与直角三角形的性质，解此类题目时要注意圆心有两种情况：①两圆心在公共弦的两侧；②两圆心在公共弦的同侧.

18. （3分）如图，等腰直角三角形 AOB 的面积为 S_1，以点 O 为圆心，OA 为半径的弧与以 AB 为直径的半圆围成的图形的面积为 S_2，则 S_1 与 S_2 的关系是（　　）



A．$S_1>S_2$　　B．$S_1<S_2$　　C．$S_1=S_2$　　D．$S_1\geqslant S_2$

【答案】C

【分析】设 $OA=R$，则 $AB=\sqrt{2}R$，而 $S_2=S_{半圆AB}-S_{弓形AB}=S_{半圆AB}-(S_{扇形OAB}-S_1)$，然后根据扇形、圆和三角形的面积公式计算即可得到 S_1 与 S_2 的关系.

【解答】解：设 $OA=R$,

∵△AOB 为等腰直角三角形,

∴$AB=\sqrt{2}R$,

$S_2=S_{半圆AB}-S_{弓形AB}=S_{半圆AB}-(S_{扇形OAB}-S_1)=\frac{1}{2}\times\pi\times(\frac{\sqrt{2}R}{2})\square^2-\frac{90\pi\times R^2}{360}+S_1=S_1$.

故选：C.

【点评】本题考查了扇形的面积公式：$S=\frac{n\pi R^2}{360}$，其中 n 为扇形的圆心角的度数，R 为圆的半径），或 $S=\frac{1}{2}lR$，l 为扇形的弧长，R 为半径．也考查了等腰直角三角形的性质和三角形的面积公式.

三、解答题（每小题 4 分，共 4 题，计 16 分）

19. （4 分）已知一次函数 $y=kx+3$ 的图象经过点（6，－1），求这个函数的解析式.

【答案】见试题解答内容

【分析】将已知点坐标代入一次函数解析式中求出 k 的值，即可确定出一次函数解析式.

【解答】解：将 $x=6$，$y=-1$ 代入一次函数解析式得：$-1=6k+3$，

解得：$k=-\frac{2}{3}$.

故一次函数解析式为 $y=-\frac{2}{3}x+3$.

【点评】此题考查了待定系数法求一次函数解析式，熟练掌握待定系数法是解本题的关键.

20. （4 分）已知二次函数 $y=x^2-6x+4$.

（1）用配方法将其化为 $y=a(x-h)^2+k$ 的形式；

（2）写出它的图象的顶点坐标、对称轴.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）利用配方法整理即可得解；

（2）根据顶点式解析式写出顶点坐标与对称轴即可.

【解答】解：（1）$y=x^2-6x+4$

$=x^2-6x+9-5$

$=(x-3)^2-5$,

即$y=(x-3)^2-5$;

（2）顶点坐标为（3，－5），

对称轴为直线$x=3$.

【点评】本题考查了二次函数的三种形式的转化，二次函数的性质，熟练掌握配方法是解题的关键.

21．（4分）解方程：$(x+3)^2=5(3+x)$

【答案】见试题解答内容

【分析】移项后分解因式，即可得出两个一元一次方程，求出方程的解即可.

【解答】解：移项得：$(x+3)^2-5(x+3)=0$,

$(x+3)(x+3-50=0$,

$x+3=0$，$x+3-5=0$,

$x_1=-3$，$x_2=2$.

【点评】本题考查了解一元二次方程的应用，关键是把一元二次方程转化成解一元一次方程.

22. （4分）计算：$\left(1+\frac{2}{x}-\frac{x+1}{x-2}\right)\div\frac{x+4}{x^2-2x}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】先算括号里面的（通分后进行计算），同时把除法变成乘法，再约分即可.

【解答】解：原式$=[\frac{x(x-2)}{x(x-2)}+\frac{2(x-2)}{x(x-2)}-\frac{x(x+1)}{x(x-2)}]\cdot\frac{x(x-2)}{x+4}$

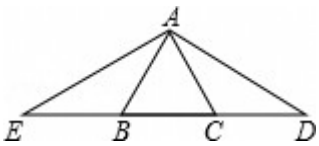
$=\frac{-(x+4)}{x(x-2)}\cdot\frac{x(x-2)}{x+4}$

$=-1$.

【点评】本题考查了分式的混合运算的应用，注意运算顺序：先算括号里面的，再算除法.

四、（本题6分）

23. （6分）已知：如图，边长为2的等边三角形ABC，延长BC到D，使$CD=BC$，延长CB到E，使$BE=CB$，求△ADE的周长.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据已知条件和等边三角形的性质求出∠EAC＝90°，再根据勾股定理求出 AE 的长，从而得出 AD 的长，即可得出△ADE 的周长.

【解答】证明：∵△ABC 是等边三角形，边长为 2，

∴∠ABC＝∠ACB＝60°，AB＝CB＝AC＝2，

∴∠E+∠EAB＝∠ABC＝60°，

∵BE＝CB，

∴AB＝BE，EC＝EB+BC＝4，

∴∠E＝∠EAB＝30°，

∴∠EAC＝90°，

∴AE=$\sqrt{4^2-2^2}$=$2\sqrt{3}$，

同理可得：AD＝$2\sqrt{3}$，

∵DE＝3BC＝6，

∴△ADE 的周长是 6+$2\sqrt{3}$+$2\sqrt{3}$=6+$4\sqrt{3}$.

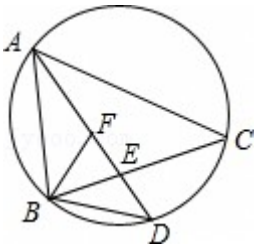
【点评】此题考查了等边三角形的性质和勾股定理，根据等边三角形的性质和已知条件找出图中的直角三角形是解题的关键.

五、（本题 4 分）

24．（4 分）已知如图，在△ABC 的外接圆中，D 是弧 BC 的中点，AD 交 BC 于点 E，∠ABC 的平分线交 AD 于点 F.

（1）若以每两个相似三角形为一组，试问图中有几组相似三角形，并且逐一写出.

（2）求证：$FD^2=AD\cdot ED$.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据相似三角形的判定方法：有两对相等的角相等的三角形相似即可找到相似三角形的组数；

（2）易证∠DBE＝∠BAF，再证明，∠BDE＝∠ADB，进而证明△BDE∽△ADB，由相似三角形的性质可得：$\frac{BD}{AD}=\frac{ED}{BD}$即 $BD^2=AD\cdot ED$，又因为 $BD=FD$，所以 $FD^2=AD\cdot ED$.

【解答】（1）解：共有△ACE 和△BDE，△ACE 和△ADB，△ADB 和△BED，3 组三角形相似；

（2）证明：∵弧 BD＝弧 CD.

∴∠DBE＝∠BAF;

又∵∠EBF＝∠ABF.

∴∠EBF+∠DBE＝∠ABF+∠BAF.

即∠DBF＝∠DFB，得 BD＝FD.

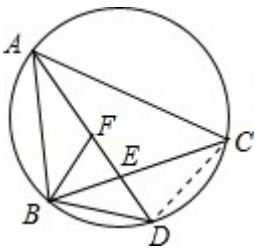
∵∠DBE＝∠DAB，∠BDE＝∠ADB.

∴△BDE∽△ADB,

∴$\frac{BD}{AD}=\frac{ED}{BD}$,

∴BD^2＝AD · ED.

∴FD^2＝AD · ED.



【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质、等腰三角形的判定和性质以及角平分线的

定义和圆周角定理，题目难度中等.

六、填空题（每小题 5 分，共 4 题，计 20 分）

25. （5 分）解不等式组：$\begin{cases}3(x-2)\le x-4(1)\\ \frac{x}{3}-\frac{1+x}{2}<0(2)\end{cases}$

解：解不等式①，得__$x\leqslant 1$__，解不等式②，得__$x>-3$__.

所以不等式组的解集是__$-3<x\leqslant 1$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】分别求出各不等式的解集，再求出其公共解集即可.

【解答】解：∵由不等式（1）得，$x\leqslant 1$；

由（2）得，$x>-3$,

∴此不等式组的解集为：$-3<x\leqslant 1$.

故答案为：$x\leqslant 1$，$x>-3$，$-3<x\leqslant 1$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

26. （5分）$\sqrt{2}+1$的倒数与$\sqrt{2}-\sqrt{3}$的相反数的和列式为__$\frac{1}{\sqrt{2}+1}-(\sqrt{2}-\sqrt{3})$__，计算结果为__$\sqrt{3}-1$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】若两个数的乘积是1，两个数互为倒数；两个数只有符号不同就是相反数．所以分别根据倒数和相反数的定义作答.

【解答】解：①$\sqrt{2}+1$的倒数是$\frac{1}{\sqrt{2}+1}$，$\sqrt{2}-\sqrt{3}$的相反数是$-(\sqrt{2}-\sqrt{3})$，

所以$\sqrt{2}+1$的倒数与$\sqrt{2}-\sqrt{3}$的相反数的和列式为$\frac{1}{\sqrt{2}+1}-(\sqrt{2}-\sqrt{3})$;

②$\frac{1}{\sqrt{2}+1}-(\sqrt{2}-\sqrt{3})$

$=\sqrt{2}-1-\sqrt{2}+\sqrt{3}$

$=(\sqrt{2}-\sqrt{2})+(\sqrt{3}-1)$

$=0+\sqrt{3}-1$

$=\sqrt{3}-1$.

【点评】此题只有考查了实数的相反数、倒数的性质和定义，其中倒数的定义：若两个数的乘积是1，我们就称这两个数互为倒数.

27. （5分）已知x_1，x_2是方程$2x^2-7x+4=0$的两个根，则$x_1+x_2=$__$\frac{7}{2}$__，$x_1\cdot x_2=$__2__，$(x_1-x_2)^2=$__$\frac{17}{4}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据根与系数的关系得到$x_1+x_2=-\frac{-7}{2}=\frac{7}{2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{4}{2}=2$，变形$(x_1-x_2)^2$得到$(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2$，然后利用整体思想进行计算.

【解答】解：根据题意得$x_1+x_2=-\frac{-7}{2}=\frac{7}{2}$，$x_1\cdot x_2=\frac{4}{2}=2$,

所以$(x_1-x_2)^2=(x_1+x_2)^2-4x_1\cdot x_2=\frac{49}{4}-8=\frac{17}{4}$.

故答案为$\frac{7}{2}$，2，$\frac{17}{4}$.

【点评】本题考查了一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$）的根与系数的关系：若方程的两根为 x_1，x_2，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$.

28. （5 分）在农业生产上，需要用含盐 16%的盐水来选种，现有含盐 24%的盐水 200 千克，需要加水多少千克?

解：设需要加水 x 千克.

根据题意，列方程为__200×24%＝（200+x）16%__，解这个方程，得__100__，

答：__需要加水 100 千克.__.

【答案】见试题解答内容

【分析】设需要加水 x 千克，则溶液变为（200+x）kg，根据变化的前后溶质不变建立方程求出其解就可以了.

【解答】解：设需要加水 x 千克，由题意，得

200×24%＝（200+x）16%,

解得：x＝100,

答：需要加水 100 千克.

故答案为：200×24%＝（200+x）16%，100，需要加水 100 千克.

【点评】本题考查了浓度问题的溶质＝溶液×浓度的运用，一元一次方程的解法的运用，

解答时根据溶液变化的前后溶质相等建立方程是关键.

七、应用题（本题 10 分）

29. （10 分）小明将勤工俭学挣得的 100 元钱按一年定期存入银行，到期后取出 50 元用来购买学习用品，剩下的 50 元和应得的利息又全部按一年定期存入．若存款的年利率保持不变，这样到期后可得本金和利息共 66 元，求这种存款的年利率.

【答案】见试题解答内容

【分析】可以设存款利率为 x，第一年提取 50 元后存款为 $100\times(1+x)-50=50+100x$，第二年后可得存款为 $(50+100x)(1+x)=66$，求方程的解即可.

【解答】解：设存款利率为 x，则第一年提取 50 元后存款为 $100\times(1+x)-50$，

根据题意第二年的存款为 66 元，可列方程为：$[100\times(1+x)-50]\times(1+x)=66$，

解得 $x=0.1=10\%$ 或 $x=-1.6$（舍去）.

答：这种存款的年利率为 10%.

【点评】本题考查了一元一次方程的应用，解题关键是要读懂题目的意思，根据题目给出的条件，找出合适的等量关系列出方程.

八、解答题（每小题 8 分，共 2 题，计 16 分）

30. （8 分）已知抛物线 $y=ax^2+bx-1$ 的对称轴为直线 $x=-1$，其最高点在直线 $y=2x+4$ 上.

求抛物线与直线的交点坐标.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据题意可知最高点（顶点）即为抛物线和直线的交点，所以把 $x=-1$ 代入 $y=2x+4$，即可求得顶点坐标.

【解答】解：∵抛物线 $y=ax^2+bx-1$ 的对称轴为 $x=-1$,

∴根据题意可知最高点（顶点）即为抛物线和直线的交点,

∴把 $x=-1$ 代入 $y=2x+4$，求得 $y=2$,

∴交点坐标为（-1，2），

由题意可得：$\begin{cases} a-b-1=2 \\ -\dfrac{b}{2a}=-1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} a=-3, \\ b=-6 \end{cases}$

由 $\begin{cases} y=2x+4 \\ y=-3x^2-6x-1 \end{cases}$，解得 $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=-\dfrac{5}{3}, \\ y=\dfrac{2}{3} \end{cases}$

∴所求的交点坐标为（-1，2）或（$-\frac{5}{3}$，$\frac{2}{3}$）.

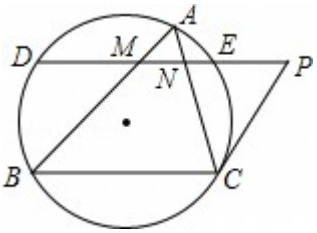
【点评】主要考查了函数图象的交点求法，一般情况下是根据条件联立方程组求解，函数图象的交点也是两个函数图象解析式所组成的方程组的公共解.

31. （8 分）已知：如图，△ABC 内接于⊙O，P 为⊙O 外一点，作∠CPD=∠A，使 PD 交

⊙O 于 D、E 两点，并与 AB、AC 分别交于点 M、N.

（1）求证：$DN \cdot NE = MN \cdot NP$.

（2）若 $PD \parallel CB$，求证：PC 是⊙O 的切线.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由题目所给的条件可知：$\angle ANM = \angle PNC$，$\angle CPD = \angle A$，所以 $\triangle ANM \backsim \triangle PNC$，由相似三角形的性质可知：$\frac{MN}{NC} = \frac{AN}{NP}$，即 $AN \cdot NC = MN \cdot NP$；

（2）由（1）知 $\triangle ANM \backsim \triangle PNC$，所以 $\angle PCA = \angle AMP$，又因为 $PD \parallel BC$，所以 $\angle AMP = \angle ABC$，所以 $\angle PCA = \angle ABC$，再证明 $\angle PCG = 90°$ 即可证明 PC 是⊙O 的切线.

【解答】（1）证明：在 $\triangle ANM$ 和 $\triangle PNC$ 中，$\angle ANM = \angle PNC$，$\angle CPD = \angle A$，

$\therefore \triangle ANM \backsim \triangle PNC$，

$\therefore \frac{MN}{NC} = \frac{AN}{NP}$，

$\therefore AN \cdot NC = MN \cdot NP$，

$\because DN \cdot NE = AN \cdot NC$，

$\therefore DN \cdot NE = MN \cdot NP$；

（2）证明：由（1）知△ANM∽△PNC,

∴∠PCA＝∠AMP,

又∵PD∥BC,

∴∠AMP＝∠ABC,

∴∠PCA＝∠ABC,

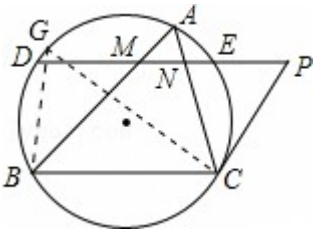
则∠GBC＝90°，且∠ACG＝∠ABG

∴∠PCA+∠ACG＝∠ABC+∠ABG＝∠GBC＝90°

∴∠PCG＝90°,

∵CG为⊙O的直径,

∴PC是⊙O的切线.



【点评】本题考查了相似三角形的判定和性质．圆周角定理以及切线的判定，要求学生善于观察图形寻找角与角之间存在的关系，培养学生的逻辑思维能力，是一道中档题.

九、（本题 12 分）

32．（12 分）已知：a、b、c分别是△ABC的∠A、∠B、∠C的对边（a＞b）．二次函数y

＝（$x-2a$）$x-2b$（$x-a$）$+c^2$的图象的顶点在x轴上，且$\sin A$、$\sin B$是关于x的方程（$m+5$）x^2-（$2m-5$）$x+m-8=0$的两个根.

（1）判断△ABC的形状，关说明理由；

（2）求m的值；

（3）若这个三角形的外接圆面积为25π，求△ABC的内接正方形（四个顶点都在三角形三边上）的边长.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）先由二次函数$y=$（$x-2a$）$x-2b$（$x-a$）$+c^2$的图象的顶点在x轴上，得到判别式$\Delta=0$，进而得到$a^2+b^2=c^2$，再根据勾股定理的逆定理即可判定△ABC是直角三角形；

（2）先利用互余两角三角函数之间的关系得到$\sin B=\cos A$，再根据一元二次方程根与系数的关系得到$\begin{cases} sinA+cosA=\dfrac{2m-5}{m+5} \\ sinA\cdot cosA=\dfrac{m-8}{m+5} \end{cases}$，然后利用同角三角函数之间的关系求得$m$的值；

（3）先由圆的面积公式求出△ABC的外接圆半径$R=5$，则斜边$c=10$，再将$m=20$代入方程（$m+5$）x^2-（$2m-5$）$x+m-8=0$,

得到 $25x^2-35x+12=0$，解方程求出 x 的值，进而求得 $a=8$，$b=6$．当正方形的四个顶点都在△ABC 的三边上时，分两种情况进行讨论：①如图 1，正方形 $CDEF$ 有两条边在△ABC 的直角边上；②如图 2，正方形 $DEFG$ 有一条边在△ABC 的斜边上．

【解答】解：（1）△ABC 是直角三角形，理由如下：

将 $y=(x-2a)x-2b(x-a)+c^2$ 化简，整理得：$y=x^2-2(a+b)x+2ab+c^2$，

∵此函数图象的顶点在 x 轴上，

$\therefore \frac{4(2ab+c^2)-4(a+b)^2}{4}=0$，

整理，得 $a^2+b^2=c^2$，

∴△ABC 是直角三角形；

（2）∵△ABC 是直角三角形，$\angle C=90°$，

$\therefore \angle A+\angle B=90°$，

$\therefore \sin B=\cos A$，

∴$\sin A$、$\cos A$ 是关于 x 的方程 $(m+5)x^2-(2m-5)x+m-8=0$ 的两个根，

$$\therefore \begin{cases} sinA+cosA=\frac{2m-5}{m+5} \\ sinA\cdot cosA=\frac{m-8}{m+5} \end{cases},$$

又∵$\sin^2 A+\cos^2 A=1$，

∴（sin$A$+cos$A$）^{2}－2sin$A$·cos$A$＝1,

∴$(\frac{2m-5}{m+5})^2-2\times\frac{m-8}{m+5}=1$,

整理，得$m^2-24m+80=0$,

解得$m_1=20$，$m_2=4$.

经检验，$m_1=20$，$m_2=4$都是原方程的根,

但是，当$m_1=20$时，sin$A$+cos$A$＞0，sin$A$·cos$A$＞0,

当$m_2=4$时，sin$A$+cos$A$＞0，sin$A$·cos$A$＜0，舍去,

∴$m=20$;

（3）∵△ABC的外接圆面积为25π,

∴外接圆半径$R=5$,

∴斜边$c=10$.

当$m=20$时，原方程变为$25x^2-35x+12=0$,

解得$x_1=\frac{4}{5}$，$x_2=\frac{3}{5}$,

∴$a=8$，$b=6$.

设正方形的边长为x.

图1中，由EF：$BC=AF$：AC，得x：8＝（6－x）：6,

解得 $x=\frac{24}{7}$；

图 2 中，$CH=\frac{24}{5}$，

CK：$CH=DG$：AB，$(\frac{24}{5}-x)$：$\frac{24}{5}=x$：10，

解得 $x=\frac{120}{37}$.

综上可知，$\triangle ABC$ 的内接正方形（四个顶点都在三角形三边上）的边长为$\frac{24}{7}$或$\frac{120}{37}$.

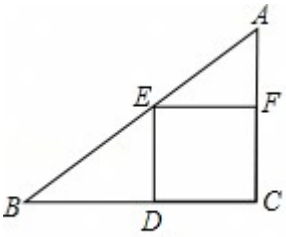


图1

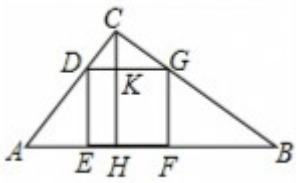


图2

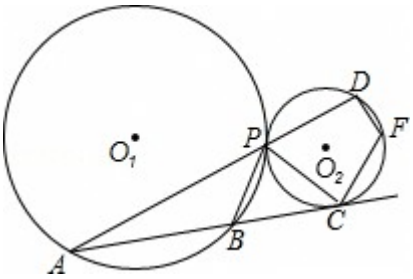
【点评】本题考查了二次函数的性质，勾股定理的逆定理，互余两角、同角的三角函数之间的关系，一元二次方程根与系数的关系，相似三角形的判定与性质等知识，综合性较强，有一定难度.

十、（本题 12 分）

33. （12 分）已知：如图，$\odot O_1$ 与 $\odot O_2$ 外切于点 P，A 为 $\odot O_1$ 上一点，直线 AC 切 $\odot O_2$ 于点 C，且交 $\odot O_1$ 于点 B，AP 的延长线交 $\odot O_2$ 于点 D.

（1）求证：$\angle BPC=\angle CPD$；

（2）若 $\odot O_1$ 半径是 $\odot O_2$ 半径的 2 倍，$PD=10$，$AB=7\sqrt{6}$，求 PC 的长.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据弦切角定理得出∠PAB＝∠BPE，利用切线长定理得出EP＝EC，再利用三角形的外角性质得出∠CPD＝∠EPC+∠BPE，即可得出答案；

（2）首先得出△O_1PA∽△O_2DP，求出AP的长，进而得出BC的长，再利用△DPC∽△CPB，△APC∽△ACD，即可得出PC，CD的关系即可得出PC的长.

【解答】（1）证明：如图1，过点P作两圆的公切线PE，交BC于点E，

∵⊙O_1与⊙O_2外切于点P，直线AC切⊙O_2于点C，

∴EP＝EC，∠PAB＝∠BPE，

∴∠ECP＝∠EPC，

又∵∠PAC+∠ACP＝∠CPD，

∴∠CPD＝∠EPC+∠BPE，

∴∠BPC＝∠CPD；

（2）解：如图2，连接O_1O_2，AO_1，DO_2，CD，

$\because \angle O_1PA=\angle O_1AP,\ \angle O_2DP=\angle O_2PD,\ \angle O_1PA=\angle O_2PD,$

$\therefore \angle O_1PA=\angle O_1AP=\angle O_2DP=\angle O_2PD,$

$\therefore \triangle O_1PA\backsim\triangle O_2DP,$

$\therefore \frac{AO_1}{DO_2}=\frac{AP}{PD}=\frac{2}{1},$

$\because PD=10,$

$\therefore AP=20,$

$\because$ 直线 AC 切$\odot O_2$于点 $C,$

$\therefore AC^2=AP\times AD=(20+10)\times 20=600,$

$\therefore AC=10\sqrt{6},$

$\because AB=7\sqrt{6},$

$\therefore BC=3\sqrt{6},$

$\because$ 直线 AC 切$\odot O_2$于点 $C,$

$\therefore \angle PDC=\angle PCB,$

$\because \angle PDC=\angle BPC,$

$\therefore \triangle DPC\backsim\triangle CPB,$

$\therefore \frac{BC}{CD}=\frac{PC}{PD},$

$\therefore \frac{3\sqrt{6}}{CD}=\frac{PC}{10}$,

$\because \angle CAP=\angle DAC$, $\angle PCA=\angle CDA$,

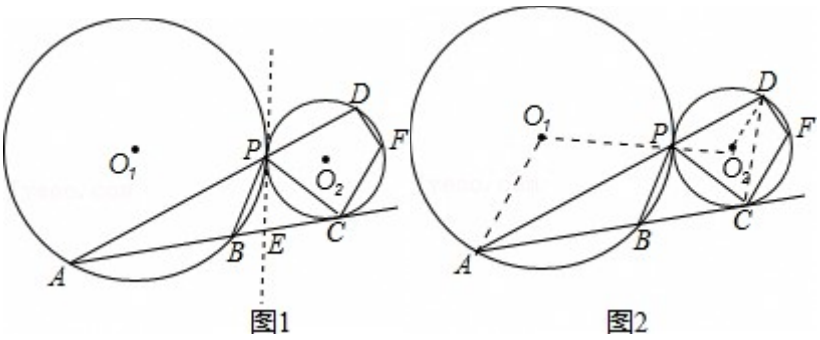
$\therefore \triangle APC\backsim\triangle ACD$,

$\therefore \frac{AC}{AD}=\frac{PC}{CD}=\frac{10\sqrt{6}}{30}=\frac{\sqrt{6}}{3}$,

$\therefore CD=\frac{\sqrt{6}}{2}PC$,

$\therefore \frac{3\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{6}}{2}PC}=\frac{PC}{10}$,

解得：$PC=2\sqrt{15}$.



【点评】此题主要考查了圆的综合应用以及弦切角定理和相似三角形的性质和判定，根据已知得出 PC 与 CD 的比例关系是解题关键.