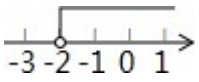
参考答案

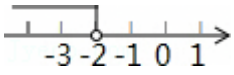
1998 年南京市中考数学试卷

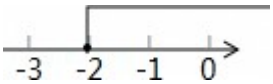
题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	C	B	A	C	C	C	B	B	B	A	A
题号	12	13	14	15	16	17	18	19	20		
答案	D	D	B	B	C	A	D	C	A		

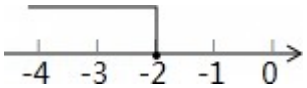
一、单选题（每道小题 3 分共 60 分）

1. （3 分）在数轴上表示不等式 $x \geqslant -2$ 的解集，正确的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】*C*

【分析】根据在数轴上表示不等式解集的方法利用排除法进行解答.

【解答】解：∵不等式 $x \geqslant -2$ 中包含等于号，

∴必须用实心圆点，

∴可排除 *A*、*B*，

∵不等式 $x \geqslant -2$ 中是大于等于，

∴折线应向右折，

∴可排除D.

故选：C.

【点评】本题考查的是在数轴上表示不等式解集的方法，即“＞”空心圆点向右画折线，“≥”实心圆点向右画折线，“＜”空心圆点向左画折线，“≤”实心圆点向左画折线.

2. （3分）在实数π，$\frac{2}{5}$，0，$\sqrt{3}$，-3.14，$\sqrt{4}$中，无理数有（　　）

A．1个　　B．2个　　C．3个　　D．4个

【答案】B

【分析】根据无理数的三种形式：①开方开不尽的数，②无限不循环小数，③含有π的数，结合所给数据进行判断即可.

【解答】解：$\sqrt{4}=2$，

所给数据中无理数有：π，$\sqrt{3}$，共两个.

故选：B.

【点评】本题考查了无理数的定义，属于基础题，解答本题的关键是熟练掌握无理数的三种形式.

3. （3分）3^{-2}的算术平方根是（　　）

A. $\frac{1}{3}$　　B. 3　　C. $\frac{1}{6}$　　D. 6

【答案】*A*

【分析】先求出 3 的 – 2 次方，再根据算术平方根的定义计算.

【解答】解：$3^{-2}=\frac{1}{9}$,

∵ $(\frac{1}{3})^{2}=\frac{1}{9}$,

∴$\frac{1}{9}$的算术平方根是$\frac{1}{3}$.

故选：*A*.

【点评】本题考查了算术平方根的定义、负整数指数次幂的运算，先计算负整数指数次幂是解题的关键.

4. （3 分）下列计算中，正确的是（　　）

A. $(-a^2)^2=a^6$　　B. $a^6\div a^3=a^2$

C. $\frac{a+b}{-a-b}=-1$　　D. $\frac{1}{a}+\frac{1}{2a}=\frac{1}{3a}$

【答案】*C*

【分析】分别根据分式的加减法、同底数幂的除法法则及幂的乘方与积的乘方法则法则对各选项进行逐一判断即可.

【解答】解：*A*、$(-a^2)^2=a^4$，故本选项错误；

B、$a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$，故本选项错误；

C、原式$= \frac{a+b}{-(a+b)} = -1$，故本选项正确；

D、原式$= \frac{2}{2a} + \frac{1}{2a} = \frac{3}{2a}$，故本选项错误.

故选：*C*.

【点评】本题考查的是分式的加减法、同底数幂的除法法则及幂的乘方与积的乘方法则，

熟知以上知识是解答此题的关键.

5. （3 分）下列各组二次根式中，同类二次根式的是（　　）

A. $\frac{1}{3}\sqrt{6}$，$3\sqrt{2}$　　B. $3\sqrt{5}$，$\sqrt{15}$　　C. $\frac{1}{2}\sqrt{12}$，$\sqrt{\frac{1}{3}}$　　D. $\sqrt{8}$，$\sqrt{\frac{2}{3}}$

【答案】*C*

【分析】将选项中的二次根式化为最简，然后根据同类二次根式的被开方数相同即可得出

答案.

【解答】解：*A*、$\frac{\sqrt{6}}{3}$与$3\sqrt{2}$的被开方数不同，不是同类二次根式，故本选项错误；

B、$3\sqrt{5}$与$\sqrt{15}$的被开方数不同，不是同类二次根式，故本选项错误；

C、$\frac{\sqrt{12}}{2} = \sqrt{3}$，$\sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$，被开方数相同，是同类二次根式，故本选项正确；

D、$\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$，$\sqrt{\frac{2}{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$，被开方数不同，不是同类二次根式，故本选项错误；

故选：*C*.

【点评】此题考查了同类二次根式的定义，解答本题的关键是掌握同类二次根式的特点，属于基础题，难度一般.

6. （3 分）某中学数学教研组有 25 名教师，将他们的年龄分成 3 组，在 38～45（岁）组内有 8 名教师，那么这个小组的频率是（　　）

A．0.12　　B．0.38　　C．0.32　　D．3.12

【答案】*C*

【分析】根据频率的求法：频率＝频数÷数据总数即可求解.

【解答】解：根据题意，38－45 岁组内的教师有 8 名，

即频数为 8，而总数为 25；

故这个小组的频率是为 8÷25＝0.32.

故选：*C*.

【点评】本题考查频率、频数的关系，属于基础题，关键是掌握频率的求法：频率＝频数÷数据总数.

7. （3 分）某市今年有 6 万名初中毕业生参加升学考试，为了了解 6 万名考生的数学成绩，从中抽取 1500 名考生的数学成绩进行统计分析，以下说法中正确的是（　　）

A．6 万考生是总体

B．每名考生的数学成绩是个体

C．1500 名考生是总体的一个样本

D．1500 名是样本的容量

【答案】*B*

【分析】总体是指考查的对象的全体，个体是总体中的每一个考查的对象，样本是总体中所抽取的一部分个体，而样本容量则是指样本中个体的数目．我们在区分总体、个体、样本、样本容量，这四个概念时，首先找出考查的对象．从而找出总体、个体．再根据被收集数据的这一部分对象找出样本，最后再根据样本确定出样本容量．

【解答】解：*A*、6 万考生的数学成绩是总体，故选项错误；

B、正确；

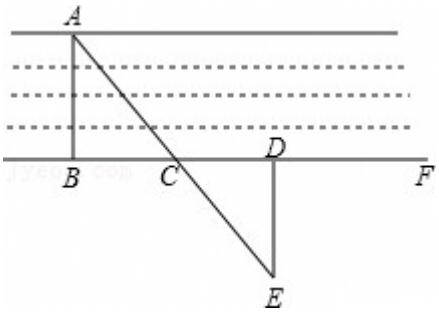
C、1500 名考生的数学成绩是样本，故选项错误；

D、样本容量是 1500，故选项错误．

故选：*B*.

【点评】解题要分清具体问题中的总体、个体与样本，关键是明确考查的对象．总体、个体与样本的考查对象是相同的，所不同的是范围的大小．样本容量是样本中包含的个体的数目，不能带单位．

8. （3分）要测量河两岸相对的两点A，B的距离，先在AB的垂线BF上取两点C，D，使$CD=BC$，再定出BF的垂线DE，使A，C，E在一条直线上（如图所示），可以说明$\triangle EDC\cong\triangle ABC$，得$ED=AB$，因此测得$ED$的长就是$AB$的长，判定$\triangle EDC\cong\triangle ABC$最恰当的理由是（　　）



A．边角边　　B．角边角　　C．边边边　　D．边边角

【答案】B

【分析】由已知可以得到$\angle ABC=\angle BDE$，又$CD=BC$，$\angle ACB=\angle DCE$，由此根据角边角即可判定$\triangle EDC\cong\triangle ABC$.

【解答】解：$\because BF\perp AB$，$DE\perp BD$

$\therefore\angle ABC=\angle BDE$

又$\because CD=BC$，$\angle ACB=\angle DCE$

$\therefore\triangle EDC\cong\triangle ABC$（$ASA$）

故选：B.

【点评】本题考查了全等三角形的判定方法；需注意根据垂直定义得到的条件，以及隐含的对顶角相等，观察图形，找着隐含条件是十分重要的.

9. （3 分）两根木棒的长度分别是 5*cm* 和 7*cm*，要选择第三根木棒，将它们钉成一个三角形，如果第三根木棒的长为偶数，那么第三根木棒长的取值情况有（　　）

A. 3 种　　B. 4 种　　C. 5 种　　D. 6 种

【答案】*B*

【分析】首先根据三角形的三边关系确定第三边的取值范围，再根据第三边是偶数确定其值.

【解答】解：根据三角形的三边关系，得

第三根木棒的长大于 2*cm* 而小于 12*cm*.

又第三根木棒的长是偶数，则应为 4*cm*，6*cm*，8*cm*，10*cm*.

故选：*B*.

【点评】三角形的三边关系：第三边大于两边之差而小于两边之和．注意：偶数这一条件.

10. （3 分）计算 sin30°+cot45°的结果等于（　　）

A. $\frac{3}{2}$　　B. $\frac{2+\sqrt{3}}{2}$　　C. 2　　D. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

【答案】*A*

【分析】根据 $\sin30°=\frac{1}{2}$，$\cot45°=1$ 计算即可.

【解答】解：∵$\sin30°=\frac{1}{2}$，$\cot45°=1$，

∴$\sin30°+\cot45°=\frac{1}{2}+1=\frac{3}{2}$，

故选：*A*.

【点评】此题很简单，解答此题的关键是熟知特殊角的三角函数值.

11. （3 分）函数 $y=\frac{\sqrt{x+1}}{x}$ 中自变量 x 的取值范围是（　　）

A. $x\geqslant -1$ 且 $x\neq 0$　B. $x>-1$ 且 $x\neq 0$　C. $x>1$　　D. $x\geqslant 1$

【答案】*A*

【分析】根据被开方数大于等于 0，分母不等于 0 列式计算即可得解.

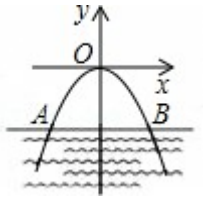
【解答】解：根据题意得，$x+1\geqslant 0$ 且 $x\neq 0$，

解得 $x\geqslant -1$ 且 $x\neq 0$.

故选：*A*.

【点评】本题考查的知识点为：分式有意义，分母不为 0；二次根式的被开方数是非负数.

12. （3 分）如图所示，桥拱是抛物线形，其函数的表达式为 $y=-\frac{1}{4}x^2$，当水位线在 *AB* 位置时，水面宽 12*m*，这时水面离桥顶的高度为（　　）



A．$3m$　　B．$2\sqrt{6}m$　　C．$4\sqrt{3}m$　　D．$9m$

【答案】D

【分析】根据题意，把$x=6$直接代入解析式即可解答.

【解答】解：由已知$AB=12m$知：

点B的横坐标为6.

把$x=6$代入$y=-\frac{1}{4}x^2$,

得$y=-9$.

即水面离桥顶的高度为$9m$.

故选：D.

【点评】本题考查点的坐标的求法及二次函数的实际应用．此题为数学建模题，借助二次函数解决实际问题.

13．（3分）点A（－5，y_1），B（－2，y_2）都在直线$y=-\frac{1}{2}x$上，则y_1与y_2的关系是（　　）

A．$y_1\leqslant y_2$　　B．$y_1=y_2$　　C．$y_1<y_2$　　D．$y_1>y_2$

【答案】D

【分析】先根据一次函数的解析式判断出其增减性，再根据 A、B 两点横坐标的大小即可得出结论.

【解答】解：∵一次函数 $y=-\frac{1}{2}x$ 中，$k=-\frac{1}{2}<0$,

∴y 随 x 的增大而减小,

∵ $-5<-2$,

∴$y_1>y_2$.

故选：D.

【点评】本题考查的是一次函数图象上点的坐标特点，熟知一次函数的增减性是解答此题的关键.

14. （3 分）在下列方程中，有实数根的方程是（　　）

A. $3x^2-x+1=0$　　B. $\sqrt{x+1}=-x$

C. $x+\frac{1}{x}=0$　　D. $\frac{x-2}{x^2-2x}=0$

【答案】B

【分析】判断方程有无实数解，就是看方程的解是否有满足方程的左右两边相等的实数.

【解答】解：A、$\Delta=b^2-4ac=1-12=-11<0$，此方程无实数根，故此选项不合题意；

B、$\begin{cases} x+1\geq 0 \\ -x\geq 0 \end{cases}$，解得：$-1\leqslant x\leqslant 0$，不等式组有解集，即原方程有实数解；故选项符合题意；

C、去分母得：$x^2+1=0$，$\Delta=b^2-4ac=0-4=-4<0$ 此方程无实数根，故此选项不合题意；

D、化简分式方程后，求得 $x=0$ 或 2，检验后，为增根，原分式方程无解，故此选项不合题意.

故选：B.

【点评】此题主要考查了方程是否有实数解，关键是掌握：

1、一元二次方程根的情况与判别式△的关系：

（1）$\Delta>0\Leftrightarrow$方程有两个不相等的实数根，

（2）$\Delta=0\Leftrightarrow$方程有两个相等的实数根，

（3）$\Delta<0\Leftrightarrow$方程没有实数根；

2、分式方程要验根.

15. （3 分）顺次连接圆内接梯形四边的中点所得的四边形是（　　）

A．矩形　　B．菱形　　C．正方形　　D．等腰梯形

【答案】B

【分析】由题意可知圆内接梯形是等腰梯形，所以根据等腰梯形的性质及中位线定理和菱

形的判定，可推出四边形为菱形.

【解答】解：如图，已知：等腰梯形 $ABCD$ 中，$AD \parallel BC$，$AB=CD$，E、F、G、H 分别是各边的中点，

求证：四边形 $EFGH$ 是菱形.

证明：连接 AC、BD.

$\because E$、F 分别是 AB、BC 的中点，

$\therefore EF=\frac{1}{2}AC$，同理 $FG=\frac{1}{2}BD$，$GH=\frac{1}{2}AC$，$EH=\frac{1}{2}BD$，

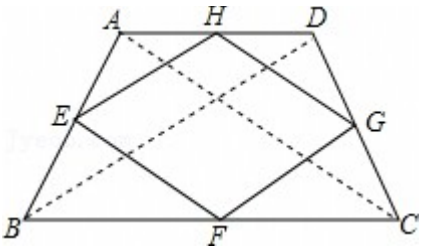
又$\because$四边形 $ABCD$ 是等腰梯形，

$\therefore AC=BD$，

$\therefore EF=FG=GH=HE$，

$\therefore$四边形 $EFGH$ 是菱形.

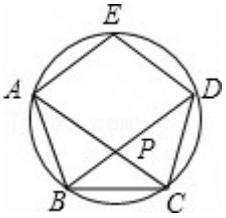
故选：B.



【点评】此题主要考查了等腰梯形的性质，三角形的中位线定理和菱形的判定．用到的知识点：等腰梯形的两底角相等；三角形的中位线平行于第三边，并且等于第三边的一半；

四边相等的四边形是菱形.

16. （3 分）如图，圆内接正五边形 $ABCDE$ 中，对角线 AC 和 BD 相交于点 P，则 $\angle APB$ 的度数是（　　）



A．36°　　B．60°　　C．72°　　D．108°

【答案】C

【分析】首先根据正五边形的性质得到 $AB=BC=CD$，$\angle ABC=\angle BCD=108$ 度，然后利用三角形内角和定理得 $\angle BAC=\angle BCA=\angle CBD=\angle BDC=\frac{180°-108°}{2}=36°$，最后利用三角形的外角的性质得到 $\angle APB=\angle DBC+\angle ACB=72°$.

【解答】解：∵五边形 $ABCDE$ 为正五边形，

∴$AB=BC=CD$，$\angle ABC=\angle BCD=108$ 度，

∴$\angle BAC=\angle BCA=\angle CBD=\angle BDC=\frac{180°-108°}{2}=36°$，

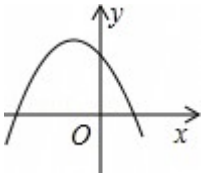
∴$\angle APB=\angle DBC+\angle ACB=72°$，

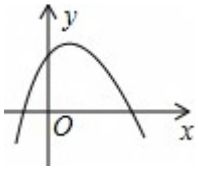
故选：C.

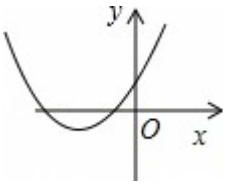
【点评】本题考查了正多边形和圆的知识，题目中还用到了三角形的外角的性质及正多边

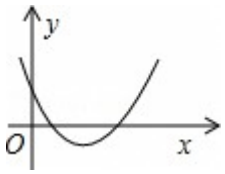
形的性质等，比较简单.

17. （3分）若双曲线$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的两个分支在第二、四象限内，则抛物线$y=kx^2-2x+k^2$的图象大致是图中的（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【分析】根据双曲线$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的图象位置可知$k<0$；再根据k的符号判断抛物线的开口方向及对称轴.

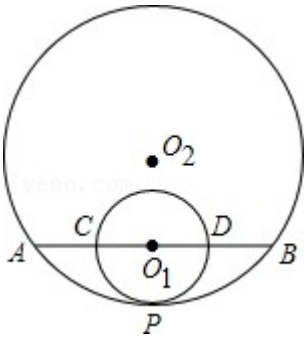
【解答】解：∵双曲线$y=\frac{k}{x}(k\neq0)$的两个分支在第二、四象限内，即$k<0$,

∴抛物线开口向下,

对称轴$x=-\frac{-2}{2k}=\frac{1}{k}<0$，对称轴在$y$轴的左边．故选$A$.

【点评】本题考查了反比例函数图象的性质和二次函数系数与抛物线形状的关系.

18. （3分）如图，⊙O_1和⊙O_2内切于点P，⊙O_2的弦AB经过⊙O_1的圆心O_1，交⊙O_1于点C、D，若AC：CD：BD＝3：4：2，则⊙O_1与⊙O_2的直径之比为（　　）



A. $\frac{2}{7}$　　B. $\frac{2}{5}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. $\frac{1}{3}$

【答案】D

【分析】根据相交线定理以及相且两圆的性质得出两圆直径，进而得出答案即可.

【解答】解：圆 O_1 与圆 O_2 内切于点 P，O_1，O_2，P 在一直线上，此直线与圆 O_2 的另一交点设为 E.

$\therefore O_1A \cdot O_1B = O_1P \cdot O_1E$,

$\because$ 若 AC：CD：BD＝3：4：2，$\odot O_2$ 的弦 AB 经过 $\odot O_1$ 的圆心 O_1,

$\therefore O_1A$：O_1B＝5：4,

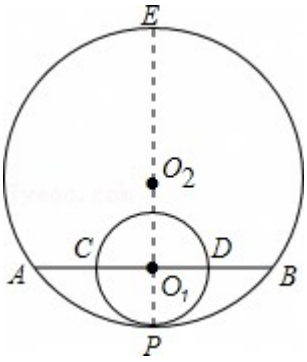
设 O_1A＝5x，则 O_1B＝4x，CO_1＝2x,

$\therefore O_1E=\frac{5x \cdot 4x}{2x}=10x$,

$\therefore$ 圆 O_1 与圆 O_2 的直径分别为：4x，12x,

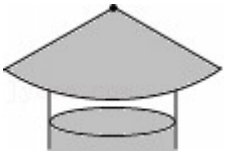
$\therefore$ 圆 O_1 与圆 O_2 的直径之比为：$\frac{4x}{12x}=\frac{1}{3}$.

故选：D.



【点评】此题主要考查了相切两圆的性质以及相交弦定理，根据已知得出 $O_1A \cdot O_1B = O_1P \cdot O_1E$ 是解题关键.

19. （3 分）如图，用铁皮做一个圆锥形的烟囱帽，它的底面直径是 80cm，高是 30cm，不计加工余料，则需用铁皮的面积最少是（　　）



A．4000π（cm^2）　　B．2400π（cm^2）

C．2000π（cm^2）　　D．1200π（cm^2）

【答案】C

【分析】利用勾股定理可求得圆锥的母线长，那么圆锥的侧面积＝底面周长×母线长÷2.

【解答】解：∵底面直径是 80cm，高是 30cm，

∴根据勾股定理求得圆锥的母线长为 50cm，

∴圆锥的侧面展开图是一个扇形，圆锥的母线长为 50cm，底面直径为 80cm，

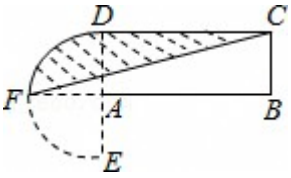
∴扇形的弧长为 80π，

∴圆锥形烟囱帽的侧面积=$\frac{1}{2}$×50×80π＝2000π（cm^2）．

故选：*C*.

【点评】本题考查了圆锥的计算，利用了圆的周长公式和扇形面积公式求解.

20．（3 分）设计一个商标图象（如图阴影部分），矩形 *ABCD* 中，*AB*＝2*BC*，且 *AB*＝8*cm*，以点 *A* 为圆心，*AD* 的长为半径作半圆，则商标图案面积等于（　　）



A．4π+8　　B．4π+16　　C．3π+8　　D．3π+16

【答案】*A*

【分析】根据矩形的性质得到 *AD*＝*BC*＝4，∠*FAD*＝90°，根据图形得到 $S_{阴}=S_{矩ABCD}+S_{扇ADF}-S_{△FBC}$.

【解答】解：∵矩形 *ABCD* 中，*AB*＝2*BC*，且 *AB*＝8*cm*，

∴*AD*＝*BC*＝4，

∴$S_{阴}=S_{矩ABCD}+S_{扇ADF}-S_{△FBC}$，

∵$S_{矩ABCD}=AB\cdot BC=8\times4=32$，

$S_{扇ADF}=\frac{90\pi\times4^2}{360}=4\pi$，

$S_{\triangle FBC}=\frac{1}{2}BC\cdot FB=\frac{1}{2}\times4\times(8+4)=24$,

$\therefore S_{阴}=32+4\pi-24=(8+4\pi)cm^2$.

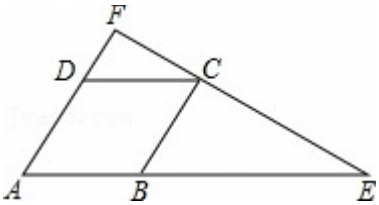
所以商标图案的面积为$(8+4\pi)cm^2$.

故选：A.

【点评】本题考查了扇形的面积公式：$S=\frac{n\pi r^2}{360}$（其中n为扇形的圆心角的度数，r为半径）．也考查了矩形的性质.

二、解答题（第 1 小题 4 分，2-8 每题 6 分，第 9 小题 8 分，第 10 小题 12 分，共 66 分）

21．（4 分）已知：如图，菱形$ABCD$的边长为 3，延长AB到点E，使$BE=2AB$，连接EC并延长交AD的延长线于点F．求AF的长.



【答案】见试题解答内容

【分析】首先由菱形的性质：$DC\parallel AE$，进而证明：$\triangle DFC\backsim\triangle AFE$，再利用相似三角形的性质和已知条件即可求出$DF$的长，进而求出$AF$的长.

【解答】解：∵四边形$ABCD$是菱形，

$\therefore DC\parallel AE$，

∴△DFC∽△AFE,

∴$\frac{DF}{AF}=\frac{DC}{AE}$,

∵BE＝2AB，AB＝3,

∴BE＝6，AE＝9,

∴$\frac{DF}{DF+3}=\frac{3}{9}$,

∴DF＝1.5,

∴AF＝AD+DF＝3+1.5＝4.5.

【点评】本题考查了菱形的性质，相似三角形的判定和性质，题目的难度不大，属于基础性题目.

22. （6分）设x_1，x_2是方程x^2－（k+1）x－3＝0的两根，且$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=2$，求$k$的值.

【答案】见试题解答内容

【分析】利用根与系数的关系表示出两根之和与两根之积，将已知等式左边通分并利用同分母分式的加法法则变形，把各自的值代入即可求出k的值.

【解答】解：∵x_1，x_2是方程x^2－（k+1）x－3＝0的两根,

∴x_1+x_2＝k+1，x_1x_2＝－3,

∵$\frac{1}{x_1}+\frac{1}{x_2}=\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=\frac{k+1}{-3}=2$,

解得：$k=-7$.

【点评】此题考查了根与系数的关系，熟练掌握根与系数的关系是解本题的关键.

23. （6分）把 $x^3+3x^2-4x-12$ 分解因式.

【答案】见试题解答内容

【分析】多项式前两项结合，后两项结合，分别提取公因式后，再提取公因式并利用平方差公式分解即可.

【解答】解：原式$=x^2(x+3)-4(x+3)=(x+3)(x^2-4)=(x+3)(x+2)(x-2)$.

【点评】此题考查了因式分解－分组分解法，难点是采用两两分组还是三一分组．比如本题利用的是两两分组.

24. （6分）先化简，再求值：$\frac{x^2+2x}{1+x}\div(x-\frac{2}{x+1})$，其中$x=\sqrt{2}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】先把括号里式子通分，再把除法转化为乘法，约分化为最简，最后代值计算.

【解答】解：原式$=\frac{x(x+2)}{x+1}\div(\frac{x^2+x-2}{x+1})=\frac{x(x+2)}{x+1}\times\frac{x+1}{(x+2)(x-1)}=\frac{x}{x-1}$，

当$x=\sqrt{2}$时，原式$=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1}=2+\sqrt{2}$.

【点评】本题主要考查分式的化简求值这一知识点，把分式化到最简是解答的关键.

25. （6 分）阅读下面一题的解答过程，请判断是否正确？若不正确，请写出正确的解答.

已知 a 为实数，化简 $\sqrt{-a^3}-a\sqrt{-\frac{1}{a}}$.

解：$\sqrt{-a^3}-a\sqrt{-\frac{1}{a}}=a\sqrt{-a}-a\cdot\frac{1}{a}\sqrt{-a}=（a-1）\sqrt{-a}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据二次根式的性质，$\sqrt{-\frac{1}{a}}$成立，则 a 为负数，由此可先判断已知解答是错误的，再化简解答即可.

【解答】解：不正确，

根据题意，$\sqrt{-\frac{1}{a}}$成立，所以 a 为负数，

则$\sqrt{-a^3}-a\sqrt{-\frac{1}{a}}=-a\sqrt{-a}+\sqrt{-a}=（1-a）\sqrt{-a}$.

【点评】本题主要考查了二次根式的性质的灵活运用，关键是根据$\sqrt{-\frac{1}{a}}$成立，则 a 为负数，注意：当 $a<0$ 时，$\sqrt{a^2}=-a$.

26. （6 分）解方程：$x^2-2x+\sqrt{x^2-2x-1}=7$.

【答案】见试题解答内容

【分析】利用换元法求解本方程即可.

【解答】解：令 $x^2-2x=y$，

则原方程变为 $y+\sqrt{y-1}=7$，

移项得：$\sqrt{y-1}=7-y$

两边平方得：$y-1=(7-y)^2$.

整理得：$y^2-15y+50=0$,

解得：$y=5$ 或 $y=10$,

经检验 $y=10$ 是增根,

$\therefore x^2-2x=5$,

解得：$x_1=1+\sqrt{6}$，$x_2=1-\sqrt{6}$.

【点评】本题主要考查了无理方程的解法，在解无理方程是最常用的方法是两边平方法及换元法，本题用了换元法.

27. （6 分）某区中学生足球联赛共赛 8 轮（即每队均需赛 8 场），胜一场得 3 分，平一场得 1 分，负一场得 0 分．在这次足球联赛中，小平安队踢平的场数是所负场数的 2 倍，共得 17 分，试问该队胜了几场?

【答案】见试题解答内容

【分析】表示出该队胜，负，平的场数，等量关系为：胜的场数的得分+平的场数的得分=17，把相关数值代入求解即可.

【解答】解：设负的场数为 x，则平的场数为 $2x$，那么胜的场数为（$8-x-2x$），

$3(8-x-2x)+2x=17$,

解得 $x=1$,

$\therefore 8-x-2x=5$.

答：胜了 5 场.

【点评】考查一元一次方程的应用，得到总分的等量关系是解决本题的关键；注意本题设间接未知数不易出差错.

28. （6 分）（1）已知反比例函数 $y=\frac{k}{x}$，当 $x=\frac{1}{3}$时，$y=-6$，求这个函数的解析式；

（2）若一次函数 $y=mx-4$ 的图象与（1）中的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象有交点，求 m 的取值范围.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）把 $x=\frac{1}{3}$，$y=-6$ 代入 $y=\frac{k}{x}$求出 k 即可；

（2）把 $y=mx-4$ 代入 $y=-\frac{2}{x}$得出方程 $mx^2-4x+2=0$，根据根的判别式求出即可.

【解答】解：（1）把 $x=\frac{1}{3}$，$y=-6$ 代入 $y=\frac{k}{x}$得：$k=-6\times\frac{1}{3}=-2$,

即这个函数的解析式为 $y=-\frac{2}{x}$;

（2）把 $y=mx-4$ 代入 $y=-\frac{2}{x}$得：$mx-4=-\frac{2}{x}$,

$mx^2-4x+2=0$,

△＝（－4）^{2}－4m·2＝16－8m,

∵一次函数y＝mx－4的图象与反比例函数$y=-\frac{2}{x}$的图象有交点,

∴16－8m≥0，m≠0,

∴m≤2且m≠0,

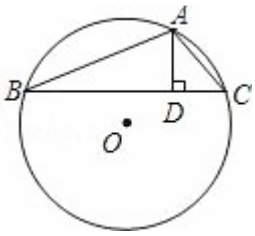
即m的取值范围是：m≤2且m≠0.

【点评】本题考查了一次函数和反比例函数的交点问题，用待定系数法求反比例函数的解析式，根的判别式等知识点的应用，主要考查学生计算能力和理解能力.

29. （8分）在⊙O的内接△ABC中，AB+AC＝12，AD⊥BC，垂足为D，且AD＝3，设⊙O的半径为y，AB的长为x.

（1）求y关于x的函数关系式；

（2）当AB的长等于多少时，⊙O的面积最大，并求出⊙O的最大面积.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由题意知，需作出圆的直径AE，利用直径所对的圆周角是直角，得出△ABD∽△AEC．根据相似三角形的性质得到边之间的对应比相等，建立函数关系式；

（2）根据二次函数的最值的求法，结合（1）中的函数关系式进行求解.

【解答】解：（1）作直径 AE，连接 CE，如图所示，则∠ACE＝90°，

∵AD⊥BC，∴∠ACE＝∠ADB＝90 度.

又∠B＝∠E，

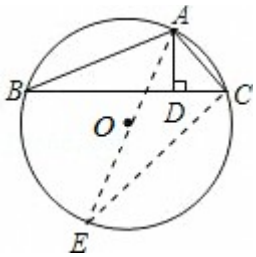
∴△ABD∽△AEC.

∴$\frac{AB}{AD}=\frac{AE}{AC}$，即$\frac{x}{3}=\frac{2y}{12-x}$.

整理得 $y=-\frac{1}{6}$（x－6）^{2}+6.

（2）由（1）知 $y=-\frac{1}{6}$（x－6）^{2}+6，则当 x＝6 时，y 取得最大值，最大值为 6.

∴⊙O 的最大面积为 36π.



【点评】此题主要考查三角形相似及二次函数最大值的求法.

30. （12 分）已知：抛物线 $y=x^2-(m^2+5)x+2m^2+6$.

（1）求证：不论 m 取何值，抛物线与 x 轴必有两个交点，并且有一个交点是 A（2，0）；

（2）设抛物线与 x 轴的另一个交点为 B，AB 的长为 d，求 d 与 m 之间的函数关系式；

（3）设 $d=10$，$P(a,b)$ 为抛物线上一点.

①当△ABP 是直角三角形时，求 b 的值；

②当△ABP 是锐角三角形、钝角三角形时，分别写出 b 的取值范围（第②题不要求写出解答过程）.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）令抛物线中 $y=0$，即可用十字相乘法求得两根的值，由此可得证.

（2）在（1）中已经求得了两点的坐标，即可表示出 AB 的距离.

（3）①根据 d 的长以及（2）中得出的 d 的表达式可确定出抛物线的解析式，也就能得出 A、B 的坐标. 可以 AB 为直径作圆，圆与抛物线有交点，说明抛物线上存在符合条件的 P 点，可根据抛物线的解析式设出 P 点坐标（设横坐标，根据抛物线的解析式表示出纵坐标），在直角三角形 ABP 中，$\angle APB=90°$，如果过 P 作 $PQ\perp x$ 轴于 Q，那么根据射影定理可得出 $PQ^2=AQ\cdot QB$，由此可求出 P 点坐标，确定出 b 的值；

②根据图形与①求出的 b 值，即可分别确定出当△ABP 是锐角三角形、钝角三角形时 b 的取值范围.

【解答】解：（1）令 $y=0$，得 $x^2-(m^2+5)x+2m^2+6=0$，

即（$x-2$）（$x-m^2-3$）＝0,

解得：x_1＝2，x_2＝m^2+3,

∴一定有交点A（2，0），B（m^2+3，0）

∴结论得证;

（2）∵A（2，0），B（m^2+3，0）

∴d＝AB＝m^2+1;

（3）① d＝AB＝m^2+1＝10,

∴y＝$x^2-14x+24$,

∴A（2，0），B（12，0）

以AB为直径画圆，由图可知与抛物线有两个交点,

∴存在这样的点P,

设点P坐标为（x，$x^2-14x+24$），作P_1Q⊥横轴于Q，则点Q（x，0），

易得△AQP∽△PQB,

∴$\frac{AQ}{QP}=\frac{PQ}{QB}$,

∴PQ^2＝$AQ\cdot BQ$＝（$x-2$）（$12-x$）＝（$x^2-14x+24$）^{2},

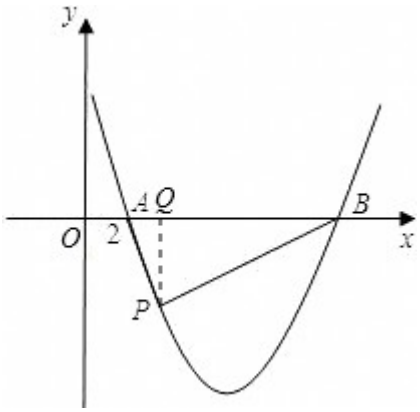
即（$x-2$）（$12-x$）＝（$x-2$）^{2}（$x-12$）^{2}，（$x-2$）（$x-12$）≠0，

∴解得 $x=7\pm2\sqrt{6}$，

∴点 P 为（$7+2\sqrt{6}$，－1），或（$7-2\sqrt{6}$，－1），

则 $b=-1$；

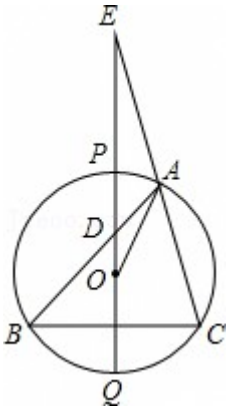
②当△ABP 是锐角三角形时，$-25\leqslant b<-1$；当△ABP 为钝角三角形时，$b>-1$ 且 $b\neq0$.



【点评】本题考查了二次函数与一元二次方程的关系、直角三角形的判定等知识．综合性较强，难度适中.

三、证明题（第 1 小题 4 分，第 2 小题 8 分，第 3 小题 12 分，共 24 分）

31．（4 分）已知：如图，△ABC 内接于⊙O，过圆心 O 作 BC 的垂线交⊙O 于点 P、Q，交 AB 于点 D，QP、CA 的延长线交于点 E．求证：$OA^2=OD\cdot OE$.



【答案】见试题解答内容

【分析】作直径 AM，连接 BM，求出$\angle E=\angle DAO$，公共角$\angle DOA=\angle DOA$，推出$\triangle DOA\backsim\triangle AOE$，得出比例式，即可得出答案.

【解答】证明：作直径 AM，连接 BM，

$\because\angle C$ 和$\angle M$ 都对弧 AB，

$\therefore\angle C=\angle M$，

$\because OQ\perp BC$，

$\therefore\angle EQC=90°$，

$\therefore\angle C+\angle E=90°$，

$\because AM$ 为$\odot O$ 直径，

$\therefore\angle ABM=90°$，

$\therefore\angle M+\angle OAD=90°$，

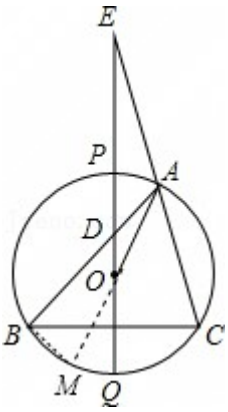
$\therefore \angle E=\angle OAD$,

$\because \angle DOA=\angle DOA$,

$\therefore \triangle DOA\backsim\triangle AOE$,

$\therefore \frac{OA}{OD}=\frac{OE}{OA}$,

即 $OA^2=OD\cdot OE$.



【点评】本题考查了圆周角定理和相似三角形的性质和判定的应用，注意：直径所对的圆周角是直角，相似三角形的对应边的比相等.

32. （8 分）已知：如图，点 P 在 $\angle AOB$ 的边 OA 上.

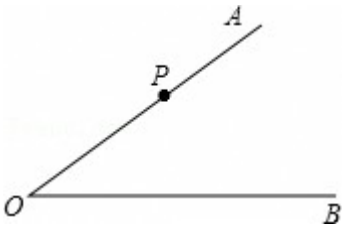
（1）作图（保留作图痕迹）

①作 $\angle AOB$ 的平分线 OM;

②以 P 为顶点，作 $\angle APQ=\angle AOB$，PQ 交 OM 于点 C;

③过点 C 作 $CD\perp OB$，垂足为点 D.

（2）当∠AOB＝30°时，求证：PC＝2CD.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据角平分线的作法以及作一角等于已知角进而得出图形即可；

（2）利用在直角三角形中 30 度所对边等于斜边的一半得出即可.

【解答】解：（1）如图所示：

（2）过点 P 作 $PF\perp OB$ 于点 F,

∵∠APC＝∠AOB,

∴PC∥OB,

∴∠PCO＝∠POC,

∵OM 平分∠AOB,

∴∠AOC＝∠MOB,

∴∠POC＝∠PCO,

∴OP＝PC,

∵∠AOB＝30°，∠PFO＝90°，

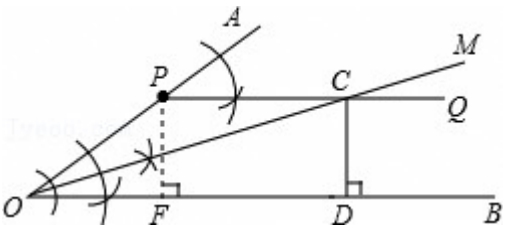
∴$PF=\frac{1}{2}OP$，

∵PC∥OB，PF⊥OB，CD⊥BO，

∴PF＝DC，

∴$DC=\frac{1}{2}OP=\frac{1}{2}PC$，

即PC＝2CD.

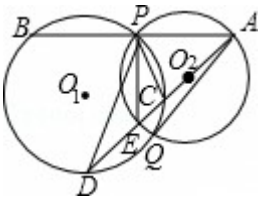


【点评】本题主要考查了角平分线的作法以及作一角等于已知角以及到角平分线的性质等知识，利用平行线的性质以及30度所对边等于斜边的一半得出是解题关键.

33. （12分）已知，如图，⊙O_1与⊙O_2相交，点P是其中一个交点，点A在⊙O_2上，AP的延长线交⊙O_1于点B，AO_2的延长线交⊙O_1于点C、D，交⊙O_2于点E，连接PC、PE、PD，且$\frac{PC}{PD}=\frac{CE}{DE}$，过$A$作⊙$O_1$的切线$AQ$，切点为$Q$．求证：

（1）∠CPE＝∠DPE；

（2）$AQ^2-AP^2=PC\cdot PD$.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）过 D 作 $DM \parallel PE$ 交 CP 的延长线于 M，根据平行线分线段成比例定理求出 $PM=PD$，推出 $\angle M=\angle PDM$，根据平行线的性质得出 $\angle M=\angle CPE$，$\angle DPE=\angle PDM$，即可得出答案；

（2）根据切割线定理得出 $AQ^2=AP\times AB$，证 $\triangle APC\backsim\triangle DPB$，推出 $\frac{AP}{PD}=\frac{PC}{BP}$，得出 $AP\times BP=PC\times PD$，代入即可得出答案.

【解答】（1）证明：过 D 作 $DM \parallel PE$ 交 CP 的延长线于 M，

则 $\frac{PC}{PM}=\frac{CE}{DE}$，

$\because \frac{PC}{PD}=\frac{CE}{DE}$，

$\therefore PM=PD$，

$\therefore \angle M=\angle PDM$，

$\because PE \parallel MD$，

$\therefore \angle M=\angle CPE$，$\angle DPE=\angle PDM$，

$\therefore \angle CPE=\angle DPE$；

（2）证明：连接 BD,

$\because O_2$ 在 AE 上,

$\therefore \angle APE=\angle BPE=90°$,

$\because \angle CPE=\angle DPE$,

$\therefore \angle APC=\angle BPD$,

$\because P$、B、D、C 四点共圆,

$\therefore \angle ACP=\angle B$,

$\therefore \triangle APC\backsim\triangle DPB$,

$\therefore \frac{AP}{PD}=\frac{PC}{BP}$,

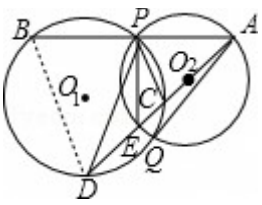
$\therefore AP\times BP=PC\times PD$,

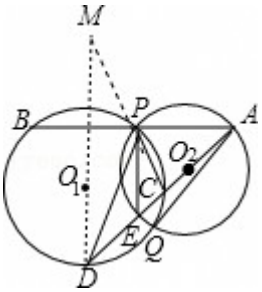
$\because AQ$ 切$\odot O_1$于 Q，APB 是$\odot O_1$的割线,

$\therefore AQ^2=AP\times AB$,

$\therefore AQ^2-AP^2=AP\times AB-AP^2=AP(AB-AP)=AP\times BP=PC\cdot PD$,

即 $AQ^2-AP^2=PC\cdot PD$.





【点评】本题考查了相似三角形的性质和判定，圆内接四边形的性质，等腰三角形的性质，平行线分线段成比例定理等知识点的应用，主要考查学生综合运用性质进行推理的能力.