参考答案

1999 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	A	B	D	D	B	A	B	C	B	C	B
题号	12	13	14	15							
答案	D	A	D	B							

一、选择题（共 15 小题，每小题 2 分，满分 30 分）

1. （2 分）$\frac{1}{2}$相反数是（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. 2　　C. －2　　D. $\frac{1}{2}$

【答案】*A*

【分析】一个数的相反数就是在这个数前面添上“－”号．$\frac{1}{2}$的相反数是$-\frac{1}{2}$.

【解答】解：$\frac{1}{2}$的相反数是$-\frac{1}{2}$,

故选：*A*.

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“－”号．一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0.

2. （2 分）计算（a^3）^{2}的结果是（　　）

A．a^5　　B．a^6　　C．a^8　　D．a^{-1}

【答案】B

【分析】根据幂的乘方$(a^m)^n=a^{mn}$，即可求解.

【解答】解：原式$=a^{3\times2}=a^6$.

故选：B.

【点评】本题主要考查了幂的乘方法则，正确理解法则是解题关键.

3．（2 分）下列计算正确的是（　　）

A．$(a+b)(a^2+ab+b^2)=a^3+b^3$

B．$(a+b)^2=a^2+b^2$

C．$(a-b)(a^2+2ab+b^2)=a^3-b^3$

D．$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

【答案】D

【分析】根据多项式的乘法和完全平方公式，对各选项计算后利用排除法求解.

【解答】解：A、应为$(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$，故本选项错误；

B、应为$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，故本选项错误；

C、应为$(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$，故本选项错误；

D、$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，正确.

故选：D.

【点评】本题主要考查完全平方公式和立方和（差）公式，熟记公式是解题的关键.

4. （2 分）若分式$\frac{3x}{x-1}$有意义，则 x 应满足（　　）

A．$x=0$　　B．$x\neq0$　　C．$x=1$　　D．$x\neq1$

【答案】D

【分析】分式$\frac{3x}{x-1}$有意义的条件为：$x-1\neq0$，即可求得 x 的范围.

【解答】解：根据题意得：$x-1\neq0$，解得：$x\neq1$.

故选：D.

【点评】此题主要考查了分式的意义，要求掌握，对于任意一个分式，分母都不能为 0，否则分式无意义.

5. （2 分）下列根式中，属于最简二次根式的是（　　）

A．$\sqrt{9}$　　B．$\sqrt{3a}$　　C．$\sqrt{3a^2}$　　D．$\sqrt{\frac{a}{3}}$

【答案】B

【分析】A、C 选项的被开方数中含有未开尽方的因数或因式；D 选项的被开方数中含有分母；因此这三个选项都不符合最简二次根式的要求.

【解答】解：因为A、$\sqrt{9}=3$，可化简；

C、$\sqrt{3a^2}=\sqrt{3}|a|$，可化简；

D、$\sqrt{\frac{a}{3}}=\frac{\sqrt{3a}}{3}$，可化简；

所以，这三个选项都不是最简二次根式，故选：B.

【点评】在判断最简二次根式的过程中要注意：

（1）在二次根式的被开方数中，只要含有分数或小数，就不是最简二次根式；

（2）在二次根式的被开方数中的每一个因式（或因数），如果幂的指数等于或大于 2，

也不是最简二次根式.

6. （2 分）$\triangle ABC$ 中，$\angle C=90°$，$\angle A$，$\angle B$，$\angle C$ 所对的边分别是 a，b，c，则 $\sin A$ 等于

（　　）

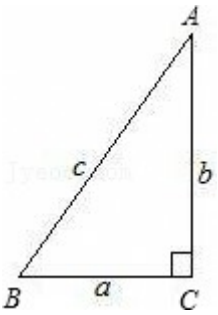
A. $\frac{a}{c}$　　B. $\frac{b}{c}$　　C. $\frac{a}{b}$　　D. $\frac{b}{a}$

【答案】A

【分析】根据题意画出图形，根据三角函数的定义解答即可.

【解答】解：由图可知，$\sin A=\frac{a}{c}$.

故选：A.



【点评】本题可以考查锐角三角函数的定义及运用：在直角三角形中，锐角的正弦为对边比斜边，余弦为邻边比斜边，正切为对边比邻边.

7. （2 分）已知两个圆有且只有三条公切线，这两个圆的位置有关系是（　　）

A．外离　　B．外切　　C．相交　　D．内切

【答案】*B*

【分析】两圆内含时无公切线；两圆内切时只有一条公切线；两圆相离时有四条公切线；两圆外切时，有三条公切线；只有两圆相交时才有两条公切线.

【解答】解：根据两个圆有且只有三条公切线，则这两个圆的位置有关系是外切.

故选：*B*.

【点评】考查了两圆的不同位置关系中公切线的条数.

8. （2 分）一个正多边形的内角和是 720°，这个多边形是（　　）

A．正方形　　B．正五边形　　C．正六边形　　D．正八边形

【答案】*C*

【分析】由于多边形的内角和公式为（$n-2$）·180°，而已知正多边形的内角和是720°，由此即可得到关于n的方程，解方程即可.

【解答】解：设多边形的边数为n，

依题意得（$n-2$）·180°＝720°，

∴n＝6.

所以是正六边形.

故选：C.

【点评】本题考查根据多边形的内角和计算公式求多边形的边数，解答时要会根据公式进行正确运算、变形和数据处理.

9. （2分）甲，乙两人在相同条件下各射靶10次，他们命中的环数的平均数$\bar{x}$相等，但方差不同，$S_{甲}^2=4$，$S_{乙}^2=2.5$，则射击成绩较稳定的是（　　）

A．甲　　B．乙

C．甲、乙一样稳定　　D．无法确定

【答案】B

【分析】根据方差的意义：反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

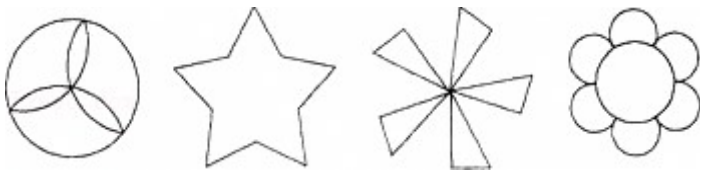
【解答】解：由于$S^2_{甲}>S^2_{乙}$，故甲的方差大，波动大，

∴射击成绩较稳定的是乙.

故选：*B*.

【点评】本题考查方差的意义：一般地设 n 个数据，x_1，x_2，…x_n的平均数为$\overline{x}$，则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

10. （2 分）观察下列平面图形：其中是轴对称图形的有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】*C*

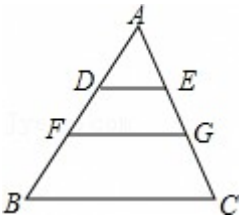
【分析】根据轴对称图形的概念求解．如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴.

【解答】解：第一个图形、第二个图形、第四个图形都是轴对称图形，而第三个图形不是轴对称图形.

故选：*C*.

【点评】掌握好轴对称图形的概念．轴对称图形的关键是寻找对称轴，图形两部分折叠后可重合．

11．（2分）如图所示，在△ABC中，$AD=DF=FB$，$AE=EG=GC$，$FG=4$，则（　　）



A．$DE=1$，$BC=7$B．$DE=2$，$BC=6$ C．$DE=3$，$BC=5$D．$DE=2$，$BC=8$

【答案】B

【分析】因为两边对应成比例且夹角相等的两个三角形相似，由题中已知条件可知△ADE∽△AFG∽△ABC，则可根据相似比求解．

【解答】解：∵$AD=DF=FB$，$AE=EG=GC$

∴$DE\parallel FG\parallel BC$

∴△ADE∽△AFG∽△ABC

$\therefore \frac{DE}{FG}=\frac{AD}{AF}=\frac{AD}{AD+DF}=\frac{1}{2}$

解得：$DE=2$

又∵$\frac{DE}{BC}=\frac{AD}{AB}=\frac{AD}{AD+DF+FB}=\frac{1}{3}$

∴$BC=6$

故选：*B*.

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解，对应边的比相等.

12. （2 分）已知 $0<x<1$，化简$|x|+\sqrt{(x-1)^2}$的结果是（　　）

A. $2x-1$　　B. $1-2x$　　C. -1　　D. 1

【答案】*D*

【分析】根据 x 的取值范围，判断 x、$x-1$ 的符号，对$|x|$和$\sqrt{(x-1)^2}$化简.

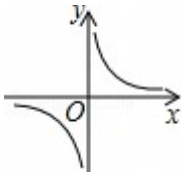
【解答】解：∵$0<x<1$,

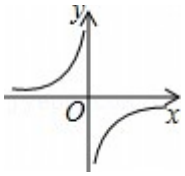
∴$|x|=x$，$\sqrt{(x-1)^2}=-(x-1)=1-x$.

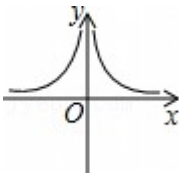
∴$|x|+\sqrt{(x-1)^2}=x+1-x=1$．故选 *D*.

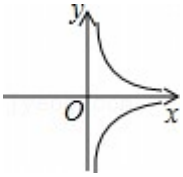
【点评】正确理解二次根式的算术平方根和绝对值等概念是解答问题的关键.

13. （2 分）已知函数 $y=kx$ 中，y 随 x 的增大而增大，那么函数 $y=\frac{k}{x}$的图象大致是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】*A*

【分析】先根据正比例函数的增减性确定 k 的符号，再根据反比例函数的图象与系数的关系解答.

【解答】解：∵函数 $y=kx$ 中，y 随 x 的增大而增大，

∴$k>0$，函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在一、三象限.

故选：A.

【点评】本题主要考查了反比例函数的图象性质和一次函数的图象性质，关键是由 k 的取值确定函数所在的象限.

14. （2 分）甲、乙两班参加植树造林，已知甲班每天比乙班每天多植 5 棵树，甲班植 80 棵树所用的天数与乙班植 70 棵树所用的天数相等，若设甲班每天植 x 棵，根据题意列出的方程是（　　）

A. $\frac{80}{x-5}=\frac{70}{x}$　　B. $\frac{80}{x}=\frac{70}{x+5}$　　C. $\frac{80}{x+5}=\frac{70}{x}$　　D. $\frac{80}{x}=\frac{70}{x-5}$

【答案】D

【分析】关键描述语是：“甲班植 80 棵树所用的天数比与乙班植 70 棵树所用的天数相等”；等量关系为：甲班植 80 棵树所用的天数＝乙班植 70 棵树所用的天数.

【解答】解：若设甲班每天植 x 棵，

那么甲班植 80 棵树所用的天数应该表示为：$\frac{80}{x}$，

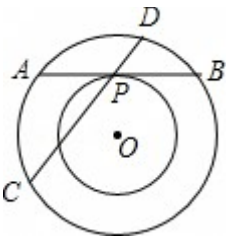
乙班植 70 棵树所用的天数应该表示为：$\frac{70}{x-5}$.

所列方程为：$\frac{80}{x}=\frac{70}{x-5}$.

故选：*D*.

【点评】列方程解应用题的关键步骤在于找相等关系．本题应该抓住“甲班植 80 棵树所用的天数比与乙班植 70 棵树所用的天数相等”的关键语.

15．（2 分）如图，两个同心圆，大圆的弦 *AB* 与小圆相切于点 *P*，大圆的弦 *CD* 经过点 *P*，且 *CD*＝13，*PD*＝4，则两圆组成的圆环的面积是（　　）



A．16π　　B．36π　　C．52π　　D．81π

【答案】*B*

【分析】连接 *OP*，先根据切线的性质定理和垂径定理证出 *PA*＝*PB*，再根据相交弦定理求得 *AB* 的长，最后根据圆环的面积公式进行计算即可求解.

【解答】解：连接 *OP*、*OB*.

∵大圆的弦 *AB* 与小圆相切于点 *P*,

∴*OP*⊥*AB*,

∴$PA=PB$.

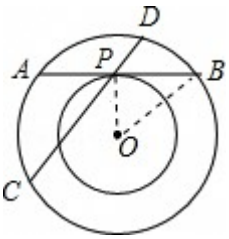
∵$CD=13$，$PD=4$,

∴$PC=9$.

根据相交弦定理，得 $PA=PB=6$,

则两圆组成的圆环的面积是 $\pi OB^2-\pi OP^2=\pi PB^2=\frac{\pi}{4}AB^2=36\pi$.

故选：B.



【点评】此题综合运用了切线的性质定理、垂径定理、圆环的面积公式．注意：圆环的面积=$\frac{\pi}{4}AB^2$（AB 是相切于小圆的大圆的弦）．

二、填空题（共 10 小题，每小题 2 分，满分 20 分）

16．（2 分）分解因式：$xy^2-x=$ $x(y-1)(y+1)$ ．

【答案】见试题解答内容

【分析】先提取公因式 x，再对余下的多项式利用平方差公式继续分解．

【解答】解：xy^2-x,

$=x(y^2-1)$，

$=x(y-1)(y+1)$.

故答案为：$x(y-1)(y+1)$.

【点评】本题考查了用提公因式法和公式法进行因式分解，一个多项式有公因式首先提取公因式，然后再用其他方法进行因式分解，同时因式分解要彻底，直到不能分解为止.

17. （2 分）$\frac{4}{25}$的算术平方根是__$\frac{2}{5}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据算术平方根的定义即可求出结果.

【解答】解：∵ $(\frac{2}{5})^2=\frac{4}{25}$,

∴$\frac{4}{25}$的算术平方根是$\frac{2}{5}$.

【点评】此题考查了算术平方根的概念：如果一个正数的平方等于 a，那么这个数是 a 的算术平方根，比较简单.

18. （2 分）∠α 的补角是 50 度，∠α＝__130__度.

【答案】见试题解答内容

【分析】本题考查角互补的概念：和为 180 度的两个角互为补角.

【解答】解：根据定义∠α 的补角度数是 180°－50°＝130°.

故答案为：130.

【点评】此题属于基础题，较简单，主要记住互为补角的两个角的和为 180 度.

19. （2 分）如果两个相似三角形周长的比是 2：3，那么它们面积的比是 4：9 .

【答案】见试题解答内容

【分析】相似三角形的周长比等于相似比，而面积比等于相似比的平方，由此得解.

【解答】解：∵两个相似三角形周长的比是 2：3,

∴它们的相似比是 2：3;

∴它们的面积比为 4：9.

【点评】本题重点考查的是相似三角形的性质：相似三角形的周长比等于相似比，面积比等于相似比的平方.

20. （2 分）点 P（－3，2）与点 Q 关于原点对称，则点 Q 在第 四 象限.

【答案】见试题解答内容

【分析】首先求得点 Q 的坐标，再进一步判断点所在的象限.

【解答】解：∵点 P（－3，2）与点 Q 关于原点对称,

∴点 Q（3，－2）.

∴点 Q 在第四象限.

【点评】解决本题的关键是掌握好对称点的坐标规律：

（1）关于 x 轴对称的点，横坐标相同，纵坐标互为相反数；

（2）关于 y 轴对称的点，纵坐标相同，横坐标互为相反数；

（3）关于原点对称的点，横坐标与纵坐标都互为相反数.

另外，应当知道各个象限的点的坐标符号.

21. （2 分）关于 x 的一元二次方程 $mx^2-2x+1=0$ 有两个相等的实数根，则 $m=$ 1 .

【答案】见试题解答内容

【分析】一元二次方程有两个相等的实数根，则判别式 $\Delta=0$，且二次项系数不为零即可求得 m 的值.

【解答】解：依题意，有：$\Delta=4-4m=0$ 且 $m\neq0$，解得 $m=1$.

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式的应用．切记不要忽略一元二次方程二次项系数不为零这一隐含条件.

22. （2 分）在中考体育考试中，某校 10 名男生的考试成绩如表所示（满分是 45 分），则他们的平均成绩是 43 分.

成绩（单位：分）	40	42	43	44	45
人数	1	2	3	3	1

【答案】见试题解答内容

【分析】只要运用求平均数公式：$\overline{x}=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$即可求出.

【解答】解：由题意知 10 名男生考试的平均成绩$=\frac{40+42\times2+43\times3+44\times3+45}{10}=43$（分）.

故答案为 43.

【点评】平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．它是反映数据集中趋势的一项指标．本题考查的是样本平均数的求法．熟记公式是解决本题的关键.

23. （2 分）在⊙O 中，圆心角$\angle AOB=100°$，则弦 AB 所对的圆周角＝ 50°或 130° .

【答案】见试题解答内容

【分析】此题要分情况考虑：弦对了两条弧，则两条弧所对的圆周角有两类．再根据一条弧所对的圆周角等于它所对的圆心角的一半，进行计算.

【解答】解：根据圆周角定理，得

弦 AB 所对的圆周角$=100°\div2=50°$或 $180°-50°=130°$.

【点评】此题考查了圆周角定理．注意：弦所对的圆周角有两种情况.

24. （2 分）矩形 $ABCD$ 的边 $AB=4cm$，$AD=2cm$，以直线 AD 为轴旋转一周，所得的圆柱的侧面积是 16π cm^2（结果保留 π）.

【答案】见试题解答内容

【分析】由题意得出圆柱的底面半径为 4，高为 2，那么圆柱的侧面积＝底面周长×高.

【解答】解：以直线 AD 为轴旋转一周，即圆柱的底面半径为 4，高为 2，

∴圆柱的侧面积＝$2\pi\times4\times2=16\pi$（cm^2）.

故答案为：16π.

【点评】本题考查圆柱的侧面积的求法，关键是得到圆柱相应的底面半径和高.

25. （2 分）汽车由南京驶往相距 300km 的上海，它的平均速度为 100km/h，则汽车距上海的路程 s（km）关于行驶的时间 t（h）的函数关系式为 $s=300-100t（0\leqslant t\leqslant3）$.

【答案】见试题解答内容

【分析】弄清题意，汽车距上海的路程 s（km）随时间的延长而逐渐减少，要注意最长时间为 $300\div100=3h$.

【解答】解：汽车距上海的路程 s（km）关于行驶的时间 t（h）函数关系式为 $s=300-100t（0\leqslant t\leqslant3）$.

【点评】函数的定义：设 x 和 y 是两个变量，D 是实数集的某个子集，若对于 D 中的每个值 x，变量 y 按照一定的法则有一个确定的值 y 与之对应，称变量 y 为变量 x 的函数，记作 $y=f（x）$.

三、解答题（共 10 小题，满分 70 分）

26. （5 分）计算：$(\sqrt{2}-3)^{0}+\frac{1}{\sqrt{2}-1}-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

【答案】见试题解答内容

【分析】本题涉及零指数幂、二次根式的分母有理化、负整数指数幂三个考点．在计算时，需要针对每个考点分别进行计算，然后根据实数的运算法则求得计算结果．

【解答】解：原式$=1+\sqrt{2}+1-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$

$=1+\sqrt{2}+1-2$

$=\sqrt{2}$．

【点评】此题主要考查了实数的运算，涉及知识：负指数为正指数的倒数；任何非 0 数的 0 次幂等于 1；二次根式的化简．

27. （5 分）解不等式组$\begin{cases}3(x+1)>4x+2\\ \frac{x}{2}\geq\frac{x-1}{3}\end{cases}$，并写出不等式组的整数解．

【答案】见试题解答内容

【分析】此题可先根据一元一次不等式组解出 x 的取值，根据 x 是整数解得出 x 的可能取值．

【解答】解：解不等式 3（x+1）＞4x+2，

去括号得，$3x+3>4x+2$，

移项、合并同类项得，$-x>-1$，

化系数为 1 得，$x<1$；

解不等式$\frac{x}{2}\geq\frac{x-1}{3}$，

去分母得，$3x\geqslant 2x-2$，

移项、合并同类项得 $x\geqslant -2$，（3 分）

∴不等式组的解集是：$-2\leqslant x<1$．（4 分）

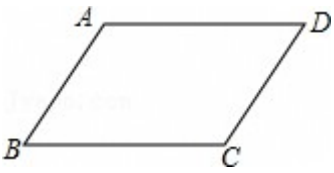
∴不等式组的整数解是：-2，-1，0．（5 分）

【点评】本题主要考查不等式组的解法，及根据未知数的范围确定它所满足的特殊条件的值．一般方法是先解不等式组，再根据解集求出特殊值．

28．（6 分）已知 BD 是$\square ABCD$ 的对角线，$AE\perp BD$，$CF\perp BD$，垂足分别为 E、F．

（1）根据题意补全图形；

（2）求证：$\triangle ABE\cong\triangle CDF$．



【答案】见试题解答内容

【分析】由平行四边形和性质知，$AB=CD$，$\angle ABE=\angle CDF$，又有$\angle AEB=\angle CFD=$

90°，故由 *AAS* 得到△*ABE*≌△*CDF*.

【解答】（1）解：如图.

（2）证明：∵四边形 *ABCD* 是平行四边形，

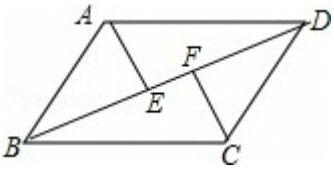
∴*AB*＝*CD*，*AB*∥*CD*.

∴∠*ABE*＝∠*CDF*.

∵*AE*⊥*BD*，*CF*⊥*BD*，

∴∠*AEB*＝∠*CFD*＝90°.

∴△*ABE*≌△*CDF*.



【点评】本题主要考查了平行四边形的基本性质，并利用性质解题．平行四边形的基本性质：①平行四边形两组对边分别平行；②平行四边形的两组对边分别相等；③平行四边形的两组对角分别相等；④平行四边形的对角线互相平分.

29. （6 分）解方程：$(\frac{x}{x-2})^2-5(\frac{x}{x-2})+6=0$.

【答案】见试题解答内容

【分析】换元法即是整体思想的考查，解题的关键是找到这个整体，此题的整体是$\frac{x}{x-2}$，

设$\frac{x}{x-2}=y$，换元后整理即可求得.

【解答】解：

设：$y=\frac{x}{x-2}$（1 分）

则原方程变形为：$y^2-5y+6=0$.

解得 $y_1=2$，$y_2=3$.（3 分）

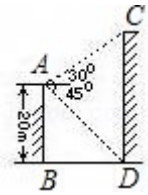
由$\frac{x}{x-2}=2$，解得 $x_1=4$（4 分）

由$\frac{x}{x-2}=3$，解得 $x_2=3$（5 分）

经检验：$x_1=4$，$x_2=3$ 都是原方程的根（6 分）

【点评】本题考查了用换元法解方程，解题关键是能准确的找出可用替换的代数式$\frac{x}{x-2}$，再用字母 y 代替解方程.

30.（6 分）如图，从 20 米高的甲楼顶 A 处望乙楼顶 C 处的仰角是 30°，望乙楼底 D 处的俯角是 45°．求乙楼的高度.（精确到 0.1 米，$\sqrt{2}\approx1.1414$，$\sqrt{3}\approx1.732$）



【答案】见试题解答内容

【分析】本题是一个直角梯形的问题，可以通过点 A 作 $AE\perp CD$ 于点 E，把求 CD 的问题

转化求 CE 的长．首先在 Rt△ADE 中求得 AE 的长，进而可在 Rt△ACE 中，利用三角函数求出 CE 的长.

【解答】解：过 A 点作 $AE\perp CD$，垂足是 E；（1 分）

∵$AB\parallel CD$，$AE\parallel BD$，

∴$DE=AB=20$ 米；

在 Rt△ADE 中，$\angle DAE=45°$，$DE=20$ 米，

∴$AE=20$ 米；（2 分）

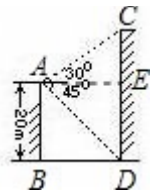
在 Rt△ACE 中，$\angle CAE=30°$，$AE=20$ 米，

∴$CE=AE\cdot\tan30°=\frac{20}{3}\sqrt{3}$米（4 分）

∴$CD=CE+ED=\frac{20}{3}\sqrt{3}+20=20\left(\frac{\sqrt{3}}{3}+1\right)$

≈31.5（米）（5 分）

答：乙楼的高约是 31.5 米．（6 分）



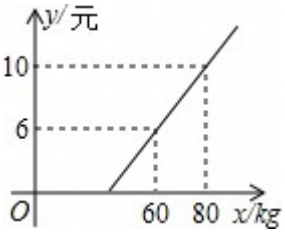
【点评】解直角梯形可以通过作高线转化为解直角三角形和矩形的问题.

31．（6 分）某地长途汽车客运公司规定旅客可随身携带一定质量的行李，如果超过规定，

则需要购买行李票，行李票费用 y（元）是行李质量 x（kg）的一次函数，其图象如图所示，求：

（1）y 与 x 之间的函数关系式；

（2）旅客可免费携带的行李的质量是多少?



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由图，已知两点，可根据待定系数法列方程，求函数关系式；

（2）旅客可免费携带行李，即 $y=0$，代入由（1）求得的函数关系式，即可知质量为多少.

【解答】解：（1）设一次函数 $y=kx+b$,

∵当 $x=60$ 时，$y=6$，当 $x=80$ 时，$y=10$,

∴$\begin{cases}60k+b=6\\80k+b=10\end{cases}$ 解之，得 $\begin{cases}k=\frac{1}{5}\\b=-6\end{cases}$,

∴所求函数关系式为 $y=\frac{1}{5}x-6$（$x\geqslant 30$）；

（2）当 $y=0$ 时，$\frac{1}{5}x-6=0$，所以 $x=30$,

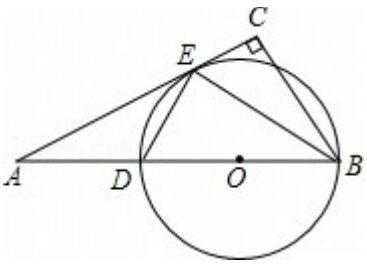
故旅客最多可免费携带 30kg 行李.

【点评】本题主要考查用待定系数法求一次函数关系式，并会用一次函数研究实际问题，具备在直角坐标系中的读图能力．注意自变量的取值范围不能遗漏.

32．（8 分）已知：如图，在△ABC 中，∠C＝90°，BE 是角平分线并交 AC 于 E，DE⊥BE 交 AB 于 D，⊙O 是△BDE 的外接圆.

（1）求证：AC 是⊙O 的切线；

（2）若 AD＝6，AE＝$6\sqrt{2}$，求 DE 的长.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）连接 OE，由于 BE 是角平分线，则有∠CBE＝∠OBE；而 OB＝OE，就有∠OBE＝∠OEB，等量代换有∠OEB＝∠CBE，那么利用内错角相等，两直线平行，可得 OE∥BC；又∠C＝90°，所以∠AEO＝90°，即 AC 是⊙O 的切线；

（2）先利用切割线定理可求出半径 OD，容易证出△AED∽△ABE；设 DE=$\sqrt{2}x$，BE＝2x，利用相似比，结合勾股定理可求 x，从而求出 DE 的长.

【解答】（1）证明：连接 OE；（1 分）

∵⊙O 是△BDE 的外接圆，∠DEB＝90°，

∴BD 是⊙O 的直径，（不证直径，不扣分）

∵BE 平分∠ABC，

∴∠CBE＝∠OBE，

∵OB＝OE，

∴∠OBE＝∠OEB，（2 分）

∴∠OEB＝∠CBE，

∴OE∥BC，（3 分）

∵∠C＝90°，

∴∠AEO＝90°，

∴AC 是⊙O 的切线；（4 分）

（2）解：∵AE 是⊙O 的切线，

AD＝6，AE＝$6\sqrt{2}$，

∴AE^2＝$AD\cdot AB$，（5 分）

∴$AB=\frac{AE^2}{AD}=\frac{(6\sqrt{2})^2}{12}$=12，

∴$BD=AB-AD=12-6=6$;

∵$\angle AED=\angle ABE$，$\angle A=\angle A$,

∴$\triangle AED\backsim\triangle ABE$，（6 分）

∴$\frac{DE}{BE}=\frac{AE}{AB}$;

设 $DE=\sqrt{2}x$，$BE=2x$,

∵$DE^2+BE^2=BD^2$，（7 分）

∴$2x^2+4x^2=36$,

解得 $x=\pm\sqrt{6}$（负的舍去），

∴$DE=2\sqrt{3}$.（8 分）

【点评】本题利用了平行线的性质、切线的判定、切割线定理、相似三角形的判定和性质、勾股定理等知识.

33.（8 分）某市场销售一批名牌衬衫，平均每天可销售 20 件，每件赢利 40 元．为了扩大销售，增加赢利，尽快减少库存，商场决定采取适当降价措施．经调查发现，如果每件衬衫每降价 1 元，商场平均每天可多售出 2 件．求：

（1）若商场平均每天要赢利 1200 元，每件衬衫应降价多少元?

（2）要使商场平均每天赢利最多，请你帮助设计方案.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）总利润＝每件利润×销售量．设每天利润为 w 元，每件衬衫应降价 x 元，据题意可得利润表达式，再求当 $w=1200$ 时 x 的值；

（2）根据函数关系式，运用函数的性质求最值．

【解答】解：设每天利润为 w 元，每件衬衫降价 x 元，

根据题意得 $w=（40-x）（20+2x）=-2x^2+60x+800=-2（x-15）^2+1250$

（1）当 $w=1200$ 时，$-2x^2+60x+800=1200$，

解之得 $x_1=10$，$x_2=20$．

根据题意要尽快减少库存，所以应降价 20 元．

答：每件衬衫应降价 20 元．

（2）解：商场每天盈利（$40-x$）（$20+2x$）

$=-2（x-15）^2+1250$．

所以当每件衬衫应降价 15 元时，商场盈利最多，共 1250 元．

答：每件衬衫降价 15 元时，商场平均每天盈利最多．

【点评】本题重在考查根据题意写出利润的表达式是此题的关键．

34．（10 分）如图 1，$\odot O_1$ 和 $\odot O_2$ 内切于点 P，$\odot O_2$ 的弦 BE 与 $\odot O_1$ 相切于 C，PB 交 $\odot O_1$

于 D，PC 的延长线交⊙O_2 于 A，连接 AB，CD，PE.

（1）求证：①$\angle BPA=\angle EPA$；②$\frac{AB}{AC}=\frac{BC}{BD}$；

（2）若⊙O_1 的切线 BE 经过⊙O_2 的圆心，⊙O_1、⊙O_2 的半径分别是 r、R，其中 $R\geqslant 2r$，

如图 2，求证：$PC\cdot AC$ 是定值.

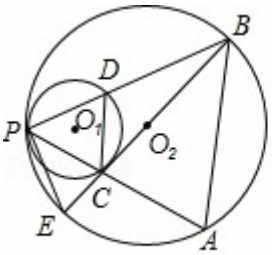


图1

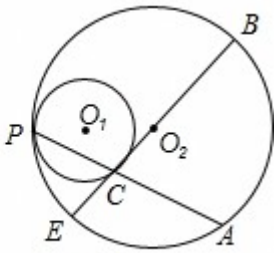


图2

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）①过点 P 作两圆公切线 MN．根据弦切角定理，发现平行线 $CD\parallel AB$．再结合平行线的性质和弦切角定理进一步证明$\angle ABC=\angle BCD=\angle BPA$，根据圆周角定理的推论得到$\angle ABC=\angle EPA$，从而证明结论；

②首先根据两个角对应相等证明$\triangle ABC\backsim\triangle APB$，得到$\frac{AB}{BC}=\frac{PA}{PB}$；再根据 $CD\parallel AB$，得到$\frac{PA}{PB}=\frac{AC}{BD}$，从而再根据比例的性质进行变形即可证明结论；

（2）连接 O_1C，PO_2．根据相交弦定理，得 $PC\cdot AC=EC\cdot BC$，只需求得 EC、BC 的长．则关键是求得 CO_2 的长，根据切线的性质发现 Rt$\triangle CO_1O_2$，根据两圆内切，则圆心距等于两圆的半径之差，从而根据勾股定理求得 CO_2 的长，此题则迎刃而解.

【解答】证明：（1）①过点 P 作两圆公切线 MN.

则 $\angle MPB=\angle PCD=\angle A$.

$\therefore CD\parallel AB$.

$\therefore \angle ABC=\angle BCD$.

$\because BC$ 是 $\odot O_1$ 的切线，

$\therefore \angle BCD=\angle BPA$.

$\because \angle ABC=\angle EPA$，

$\therefore \angle BPA=\angle EPA$.

② $\because \angle ABC=\angle BPA$，$\angle A=\angle A$，

$\therefore \triangle ABC\backsim\triangle APB$.

$\therefore \dfrac{AB}{PA}=\dfrac{BC}{PB}$，

$\therefore \dfrac{AB}{BC}=\dfrac{PA}{PB}$.

$\because CD\parallel AB$，

$\therefore \dfrac{PA}{PB}=\dfrac{AC}{BD}=\dfrac{AB}{BC}$.

即 $\dfrac{AB}{AC}=\dfrac{BC}{BD}$.

（2）连接 O_1C，PO_1.

则 PO_2 经过点 O_1，且 $O_1C=r$，$O_1O_2=\mathbf{R}-r$.

$\because BE$ 与 $\odot O_1$ 相切，

$\therefore O_1C\perp BE$.

在 Rt$\triangle CO_1O_2$ 中，

$CO_2=\sqrt{O_1O_2^2-O_1C^2}=\sqrt{R^2-2Rr}$，

$\therefore BC=BO_2+CO_2=\mathbf{R}+\sqrt{R^2-2Rr}$.

$EC=EO_2-CO_2=\mathbf{R}-\sqrt{R^2-2Rr}$.

$\because PC\cdot AC=EC\cdot BC=2Rr$.

$\therefore PC\cdot AC$ 是定值.

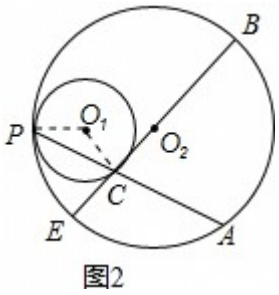


图2

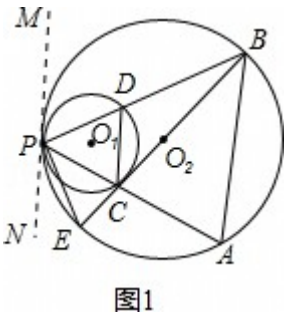


图1

【点评】熟悉相切两圆的性质：两圆内切，则圆心距等于两圆半径之差；两圆外切，则圆

心距等于两圆半径之和；两圆相切，切点一定在连心线上.

两圆内切时，作两圆的外公切线是常见的辅助线之一．利用弦切角定理可以把两个圆中的有关角联系起来.

掌握圆中的重要定理：圆周角定理及其推论、弦切角定理、相交弦定理、切线的性质定理.

35．（10 分）如果抛物线 $y=-x^2+2(m-1)x+m+1$ 与 x 轴都交于 A，B 两点，且 A 点在 x 轴的正半轴上，B 点在 x 轴的负半轴上，OA 的长是 a，OB 的长是 b.

（1）求 m 的取值范围；

（2）若 a：$b=3$：1，求 m 的值，并写出此时抛物线的解析式；

（3）设（2）中的抛物线与 y 轴交于点 C，抛物线的顶点是 M，问：抛物线上是否存在点 P，使△PAB 的面积等于△BCM 面积的 8 倍？若存在，求出 P 点的坐标；若不存在，请说明理由.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据两根之积小于 0 及根的判别式大于 0 得到 m 的取值.

（2）利用比值设出点 A，B 的坐标，利用根与系数的关系求解 m，进而求得抛物线解析式.

（3）应先求得△BCM 面积，进而求得△BCM 面积的 8 倍．易求得 AB 的长，设 P 的纵坐

标为 y，那么△PAB 的面积=$\frac{1}{2}$×AB×|P_y|纵坐标的绝对值.

【解答】解：（1）设 A，B 两点的坐标分别是（x_1，0）、（x_2，0），

∵A，B 两点在原点的两侧，

∴x_1x_2＜0，即－（m+1）＜0，

解得 m＞－1.

∵△＝[2（m－1）]^2－4×（－1）×（m+1）

＝4m^2－4m+8

＝4×（m-$\frac{1}{2}$）^{2}+7

当 m＞－1 时，Δ＞0，

∴m 的取值范围是 m＞－1；

（2）∵a：b＝3：1，设 a＝3k，b＝k（k＞0），

则 x_1＝3k，x_2＝－k，

∴$\begin{cases} 3k-k=2(m-1) \\ 3k\cdot(-k)=-(m+1) \end{cases}$，

解得m_1=2，m_2=$\frac{1}{3}$.

∵m=$\frac{1}{3}$时，x_1+x_2=-$\frac{4}{3}$（不合题意，舍去），

∴$m=2$,

∴抛物线的解析式是$y=-x^2+2x+3$;

（3）易求抛物线$y=-x^2+2x+3$与x轴的两个交点坐标是A（3，0），B（－1，0）

与y轴交点坐标是C（0，3），顶点坐标是M（1，4）.

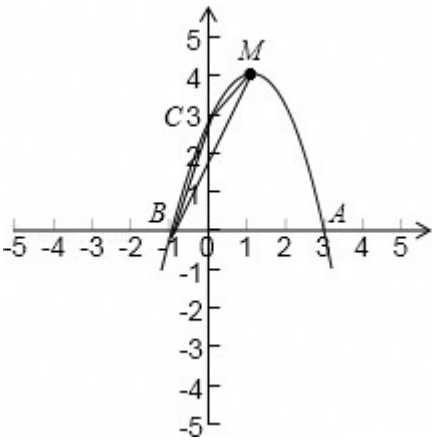
设直线BM的解析式为$y=px+q$,

则$\begin{cases}4=p\cdot 1+q\\0=p\cdot(-1)+q\end{cases}$.

解得$\begin{cases}p=2\\q=2\end{cases}$.

∴直线BM的解析式是$y=2x+2$.

设直线BM与y轴交于N，则N点坐标是（0，2），



∴$S_{\triangle BCM}=S_{\triangle BCN}+S_{\triangle MNC}$

$=\frac{1}{2}\times 1\times 1+\frac{1}{2}\times 1\times 1$

＝1

设 P 点坐标是（x，y），

∵$S_{\triangle ABP}=8S_{\triangle BCM}$，

∴$\frac{1}{2}\times AB\times|y|=8\times1$.

即$\frac{1}{2}\times4\times|y|=8$.

∴$|y|=4$.

∴$y=\pm4$.

当 $y=4$ 时，P 点与 M 点重合，即 P（1，4），

当 $y=-4$ 时，$-4=-x^2+2x+3$，

解得$x=1\pm2\sqrt{2}$.

∴满足条件的 P 点存在.

P 点坐标是（1，4），（$1+2\sqrt{2}$，-4）（$1-2\sqrt{2}$，-4）.

【点评】抛物线与 x 轴有 2 个交点，根的判别式大于 0；注意利用根与系数的两个关系求解；到一条线段为定值的点的纵坐标有 2 个.