参考答案

2001 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	D	B	D	C	A	C	A	D	B	A	C
题号	12	13	14	15							
答案	B	C	C	B							

一、选择题（共 15 小题，每小题 2 分，满分 30 分）

1. （2 分）－2 的相反数是（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. －2　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

【答案】*D*

【分析】根据相反数的定义：只有符号不同的两个数叫做互为相反数即可得到答案.

【解答】解：－2 的相反数是 2,

故选：*D*.

【点评】此题主要考查了相反数，关键是掌握相反数的定义.

2. （2 分）我国最长的河流－－长江全长约为 6 300 千米，用科学记数法可表示为（单位：千米）（　　）

A．63×10^2　　B．6.3×10^3　　C．0.63×10^4　　D．6.3×10^2

【答案】*B*

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时，n 是正数；当原数的绝对值小于 1 时，n 是负数．

【解答】解：6 300＝6.3×10^3．故选 *B*.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

3. （2 分）计算 3^{-2} 的结果是（　　）

A．－9　　B．－6　　C．$-\frac{1}{9}$　　D．$\frac{1}{9}$

【答案】*D*

【分析】根据负整数指数幂的运算法则进行计算.

【解答】解：原式$=\frac{1}{3^2}=\frac{1}{9}$.

故选：*D*.

【点评】幂的负整数指数运算，先把底数化成其倒数，然后将负整数指数幂当成正的进行计算.

4. （2 分）$2-\sqrt{3}$的一个有理化因式是（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $2-\sqrt{3}$　　C. $2+\sqrt{3}$　　D. $-2+\sqrt{3}$

【答案】*C*

【分析】$2-\sqrt{3}$的有理化因式应符合平方差公式的特征，故选 *C*.

【解答】解：*A*、$(2-\sqrt{3})\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}-3$，两式的积含有根式，因此 *A* 不符合要求；

B、$(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=7-4\sqrt{3}$，两式的积含有根式，因此 *B* 不符合要求；

C、$(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=4-3=1$，因此 *C* 正确.

D、$(2-\sqrt{3})(-2+\sqrt{3})=-7+4\sqrt{3}$，两式的积含有根式，因此 *D* 不符合要求；

故选：*C*.

【点评】注意识记这种式子的特点：$\sqrt{a}+\sqrt{b}$和$\sqrt{a}-\sqrt{b}$互为有理化因式.

5. （2 分）下列二次根式中与$\sqrt{18}$是同类二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. $\sqrt{5}$　　D. $\sqrt{6}$

【答案】*A*

【分析】先把$\sqrt{18}$化简为最简二次根式，再逐一判断即可.

【解答】解：$\because\sqrt{18}=3\sqrt{2}$，四个选项中只有$\sqrt{2}$与 $3\sqrt{2}$被开方数相同，是同类二次根式.

故选：*A*.

【点评】此题主要考查了同类二次根式的定义，即：化成最简二次根式后，被开方数相同．这样的二次根式叫做同类二次根式．

6. （2 分）化简$\sqrt{(-2)^2}$的结果是（　　）

A. －2　　B. ±2　　C. 2　　D. 4

【答案】*C*

【分析】本题可先将根号内的数化简，再开根号，根据开方的结果为正数可得出答案．

【解答】解：$\sqrt{(-2)^2}=\sqrt{4}=2$．

故选：*C*．

【点评】本题考查了二次根式的化简，解此类题目要注意算术平方根为非负数．

7. （2 分）已知 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，$\sin A=\frac{1}{2}$，则 cos*B* 的值为（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. 1

【答案】*A*

【分析】根据特殊三角函数值得出∠*A* 的值，再根据三角形内角和 180°求出∠*B* 的值，代入 cos*B* 即可．

【解答】解：∵$\sin A=\frac{1}{2}$，

∴*A*＝30°．

∴∠B＝180°－∠A－∠C＝180°－30°－90°＝60°.

∴cos$B$＝cos60°＝$\frac{1}{2}$.

故选：*A*.

【点评】本题考查特殊角的三角函数值，准确掌握特殊角的函数值是解题关键.

8. （2 分）如果两个等腰直角三角形斜边的比是 1：2，那么它们面积的比是（　　）

A．1：1　　B．$1:\sqrt{2}$　　C．1：2　　D．1：4

【答案】*D*

【分析】直接利用相似三角形的性质可求它们面积的比等于相似比的平方.

【解答】解：根据上述分析，可知两个等腰直角三角形相似，

又因为相似三角形面积的比等于对应边比的平方，

那么它们的面积比是 1：4.

故选：*D*.

【点评】本题考查对相似三角形性质的理解，相似三角形面积的比等于相似比的平方.

9. （2 分）人数相同的八年级甲、乙两班学生在同一次数学单元测试，班级平均分和方差

如下：$\overline{x}_{甲}=\overline{x}_{乙}=80$，$s_{甲}^2=240$，$s_{乙}^2=180$，则成绩较为稳定的班级是（　　）

A．甲班　　B．乙班

C．两班成绩一样稳定　　D．无法确定

【答案】B

【分析】根据方差的意义判断．方差越小，波动越小，越稳定．

【解答】解：∵$s_{甲}^2>s_{乙}^2$，

∴成绩较为稳定的班级是乙班．

故选：B．

【点评】本题考查方差的意义：一般地设 n 个数据，x_1，x_2，…x_n的平均数为$\overline{x}$，则方差 $S^2=\frac{1}{n}[(x_1-\overline{x})^2+(x_2-\overline{x})^2+\cdots+(x_n-\overline{x})^2]$，它反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立．

10．（2 分）有下列长度的三条线段，能组成三角形的是（　　）

A．$2cm$，$3cm$，$4cm$　　B．$1cm$，$4cm$，$2cm$

C．$1cm$，$2cm$，$3cm$　　D．$6cm$，$2cm$，$3cm$

【答案】A

【分析】根据三角形的三边关系进行分析判断．

【解答】解：根据三角形任意两边的和大于第三边，得

A 中，3+2＞4，能组成三角形；

B 中，1+2＜4，不能组成三角形；

C 中，1+2＝3，不能够组成三角形；

D 中，2+3＜6，不能组成三角形.

故选：*A*.

【点评】本题考查了能够组成三角形三边的条件：用两条较短的线段相加，如果大于最长的那条线段就能够组成三角形.

11. （2 分）在﹣2，3，4，﹣5 这四个数中，任取两个数相乘，所得积最大的是（　　）

A．20　　B．﹣20　　C．12　　D．10

【答案】*C*

【分析】根据有理数乘法法则：两数相乘，同号得正，异号得负，而正数大于一切负数，可知同号两数相乘的积大于异号两数相乘的积，则只有两种情况，﹣2×（﹣5）与 3×4，比较即可.

【解答】解：∵﹣2×（﹣5）＝10，3×4＝12，

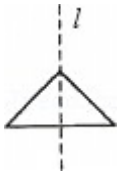
∴10＜12.

故选：*C*.

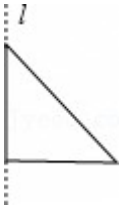
【点评】本题主要考查有理数的乘法法则.

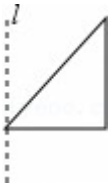
12．（2 分）如图是将三角形绕直线 L 旋转一周，可以得到图中所示的立体图形的是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】B

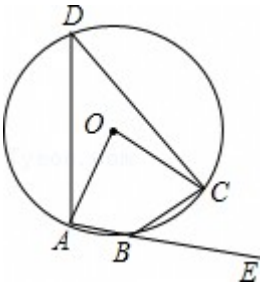
【分析】如图本题是一个平面图形围绕一条边为中心对称轴旋转一周根据面动成体的原理即可解.

【解答】解：绕直角三角形一条直角边旋转可得到圆锥．本题要求得到两个圆锥的组合体，那么一定是两个直角三角形的组合体：两条直角边相对，绕另一直角边旋转而成的.

故选：B.

【点评】本题考查面动成体，需注意可把较复杂的体分解来进行分析.

13．（2 分）如图所示，四边形 $ABCD$ 为⊙O 的内接四边形，E 为 AB 延长线的上一点，$\angle CBE=40°$，则$\angle AOC$ 等于（　　）



A．20°　　B．40°　　C．80°　　D．100°

【答案】*C*

【分析】先根据圆内接四边形的外角等于内对角求出∠*D*，再利用同弧所对的圆周角等于圆心角的一半求解.

【解答】解：∵四边形 *ABCD* 为⊙*O* 的内接四边形，

∴∠*CBE*＝∠*D*，

∴∠*AOC*＝2∠*D*＝80°．故选 *C*.

【点评】本题考查的是对圆心角和圆周角的关系，以及圆的内接四边形的外角和相应的内对角关系的应用．解答此类题关键是通过角的关系，在解题中应用中间角来寻找等量关系.

14．（2 分）1996 年版人民币一角硬币正面图案中有一个正九边形，如果这个正九边形的半径是 *R*，那么它的边长是（　　）

A．*R*sin20°　　B．*R*sin40°　　C．2*R*sin20°　　D．2*R*sin40°

【答案】*C*

【分析】经过正九边形的中心 O 作边 AB 的垂线 OC，构建直角三角形解三角形即可.

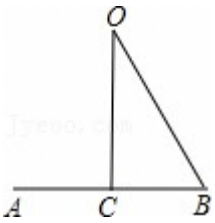
【解答】解：经过正九边形的中心 O 作边 AB 的垂线 OC,

则$\angle O=20°$,

在直角$\triangle OBC$ 中，根据三角函数得到 $BC=OB\sin 20°=2R\sin 20°$.

∴边长 $AB=2R\sin 20°$.

故选：C.



【点评】正多边形的计算一般要经过中心作边的垂线，并连接中心与一个端点构造直角三角形，把正多边形的计算转化为解直角三角形.

15. （2 分）一旅客携带了 30 千克行李从南京禄口国际机场乘飞机去天津，按民航规定，旅客最多可免费携带 20 千克行李，超重部分每千克按飞机票价格的 1.5%购买行李票，现该旅客购买了 120 元的行李票，则他的飞机票价格为（　　）

A．1000 元　　B．800 元　　C．600 元　　D．400 元

【答案】B

【分析】本题的等量关系是：超重部分每千克按飞机票价格的 1.5%购买，超重部分 10 千

克.

【解答】解：设他的飞机票价格为 x 元，则：

$(30-20)\times 1.5\%x=120$

解得：$x=800$.

故选：B.

【点评】本题考查一元一次方程的应用，关键在于找出题目中的等量关系，根据等量关系列出方程解答.

二、填空题（共 8 小题，每小题 2 分，满分 16 分）

16. （2 分）关于 x 的方程 $3x+2a=0$ 的根是 2，则 a 等于_____.

【答案】见试题解答内容

【分析】虽然是关于 x 的方程，但是含有两个未知数，其实质是知道一个未知数的值求另一个未知数的值.

【解答】解：把 $x=2$ 代入 $3x+2a=0$ 得：$3\times 2+2a=0$

解得：$a=-3$.

故填 -3.

【点评】本题含有一个未知的系数．根据已知条件求未知系数的方法叫待定系数法，在以

后的学习中，常用此法求函数解析式.

17. （2 分）分解因式：$ax^2+2ax+a=$ $a（x+1）^2$.

【答案】见试题解答内容

【分析】先提取公因式，再根据完全平方公式进行二次分解．完全平方公式：$a^2\pm2ab+b^2$ $=（a\pm b）^2$.

【解答】解：$ax^2+2ax+a$,

$=a（x^2+2x+1）$ －－（提取公因式）

$=a（x+1）^2$. －－（完全平方公式）

【点评】本题考查了提公因式法与公式法分解因式，提取公因式后利用完全平方公式进行二次分解，注意要分解彻底.

18. （2 分）用换元法解方程 $x^4-5x^2+6=0$，若设 $y=x^2$，则原方程变为 $y^2-5y+6=0$.

【答案】见试题解答内容

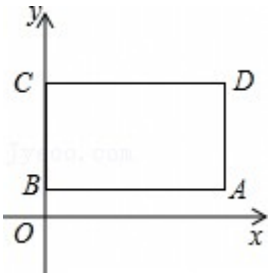
【分析】整理方程得 $（x^2）^2-5x^2+6=0$，设 $y=x^2$，则原方程可得到降次而求解.

【解答】解：设 $y=x^2$，则原方程变为：$y^2-5y+6=0$.

故本题答案为：$y^2-5y+6=0$.

【点评】当所给方程的指数较大，又有倍数关系时，可考虑用换元法降次求解.

19．（2 分）在矩形 $ABCD$ 中，A（4，1），B（0，1），C（0，3），则点 D 的坐标为 （4，3）．



【答案】见试题解答内容

【分析】画出草图，根据 A，B，C 的位置与矩形的性质来确定出 D 的位置．

【解答】解：因为 $AB=4$，$BC=2$，

则 $AD=BC=2$，$CD=AB=4$．

∴D 的坐标为（4，3）．

故答案为：（4，3）．

【点评】此题主要考查学生对坐标的特点及矩形的性质的掌握情况．

20．（2 分）南京长江大桥连续七天的车流量（每日过桥车辆次数）分别为（单位：千辆/日）：8.0，8.3，9.1，8.5，8.2，8.4，9.0，这七天平均车流量为 8.5 千辆/日．

【答案】见试题解答内容

【分析】先求出 7 天车辆的流量总和，再除以 7 得平均流量．

【解答】解：由题意知，平均车流量＝（8+8.3+9.1+8.5+8.2+8.4+9）÷7＝8.5（千辆/日）．

故答案为 8.5.

【点评】本题考查了平均数的概念．

平均数是指在一组数据中所有数据之和再除以数据的个数．平均数是表示一组数据集中趋势的量数，它是反映数据集中趋势的一项指标．解答平均数应用题的关键在于确定“总数量”以及和总数量对应的总份数．

21．（2 分）请写出两个既是轴对称图形，又是中心对称图形的正多边形：<u>　正方形，正六边形等　</u>．

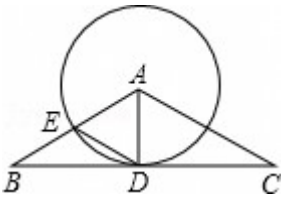
【答案】见试题解答内容

【分析】根据轴对称图形和中心对称图形的概念，结合所学过的图形，即可写出．

【解答】解：正方形，正六边形等．

【点评】此题为开放性试题，答案不唯一．注意：只要是有偶数条对称轴的轴对称图形也一定是中心对称图形．

22．（2 分）如图，在△ABC 中，$AB=AC$，$\angle BAC=120°$，⊙A 与 BC 相切于点 D，与 AB 相交于点 E，则$\angle ADE$ 等于 <u>　60　</u>度．



【答案】见试题解答内容

【分析】由⊙A与BC相切于点D得$AD\perp BC$，$AB=AC$，由等腰三角形的底边上的高与顶角的平分线重合易得$\triangle AED$是等边三角形，所以$\angle ADE=60°$.

【解答】解：∵⊙A与BC相切于点D,

∴$AD\perp BC$,

∵$AB=AC$,

∴$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAC=60°$,

∵$AE=AD$,

∴$\triangle AED$是等边三角形,

∴$\angle ADE=60°$.

故答案为：60.

【点评】本题利用了切线的性质，等腰三角形的性质，等边三角形的判定和性质求解.

23. （2分）已知⊙O的半径为$4cm$，AB是⊙O的弦，点P在AB上，且$OP=2cm$，$PA=3cm$，则$PB=$__4__cm.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据相交弦定理“圆内两弦相交于圆内一点，各弦被这点所分得的两线段的长的乘积相等”进行计算.

【解答】解：作直线 OP 交⊙O 于 C、D 两点，

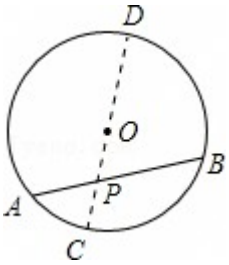
∵⊙O 的半径为 $4cm$，$OP=2cm$

∴$PC=4-2=2cm$，$PD=4+2=6cm$

由相交弦定理得：$PA\cdot PB=PC\cdot PD$

∴$PB=\frac{PC\cdot PD}{PA}=\frac{2\times 6}{3}=4$（$cm$）.

故答案为：4.



【点评】此题主要考查相交弦定理：圆内两弦相交于圆内一点，各弦被这点所分得的两线段的长的乘积相等.

三、解答题（共 11 小题，满分 74 分）

24. （5 分）计算：$\frac{1}{a-2}+\frac{4}{4-a^2}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】先通过分，再根据同分母分式加减运算法则求解即可.

【解答】解：$\frac{1}{a-2}+\frac{4}{4-a^2}$

$=\frac{a+2}{(a-2)(a+2)}-\frac{4}{(a-2)(a+2)}$

$=\frac{a-2}{(a-2)(a+2)}$

$=\frac{1}{a+2}$.

【点评】本题考查了分式的加减运算．解决本题首先应通分，最后要注意将结果化为最简分式.

25. （5分）解不等式组$\begin{cases}2x+5\leq 3(x+2)\\ x-1<\frac{x}{3}\end{cases}$，并写出不等式组的整数解.

【答案】见试题解答内容

【分析】先解不等式组再求整数解即可.

【解答】解：$\begin{cases}2x+5\leq 3(x+2)①\\ x-1<\frac{x}{3}②\end{cases}$

由①得$2x\leqslant -2$，即$x\geqslant -1$；

解②得$2x-3<0$，即$x<\frac{3}{2}$；

故不等式组的解集为$-1\leqslant x<\frac{3}{2}$，所以不等式组的整数解为－1，0，1.

【点评】此题考查的是一元一次不等式组的解法，根据 x 的取值范围，得出 x 的整数解.

求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

26. （5 分）已知：关于 x 的方程 $x^2+kx-1=0$.

（1）求证：方程一定有两个不相等的实数根：

（2）若方程的两根分别为 x_1，x_2，且 $\frac{1}{x_1}=2-\frac{1}{x_2}$，求 k 的值.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）只需证明方程的判别式 $\Delta>0$ 即可；

（2）根据一元二次方程根与系数的关系，以及 $\frac{1}{x_1}=2-\frac{1}{x_2}$，则 $\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=2$，可以得到关于 k 的方程，然后解方程即可求出 k 的值.

【解答】证明：（1）∵$\Delta=k^2+4>0$,

∴方程一定有两个不相等的实数根；

解：（2）根据一元二次方程根与系数的关系,

得 $x_1+x_2=-k$，$x_1x_2=-1$,

又 $\frac{1}{x_1}=2-\frac{1}{x_2}$,

则$\frac{x_1+x_2}{x_1x_2}=2$,

$\therefore\frac{-k}{-1}=2$,

即$k=2$.

【点评】此题主要考查学生是否能够根据一元二次方程根的判别式判定方程根的情况，熟练利用根与系数的关系进行解题.

27. （5分）在某一电路中，保持电压不变，电流I（安培）与电阻R（欧姆）成反比例，当电阻$R=5$欧姆时，电流$I=2$安培.

（1）求I与R之间的函数关系式；（2）当电流$I=0.5$安培时，求电阻R的值.

【答案】见试题解答内容

【分析】此题直接根据题意可以求出函数关系式，然后根据函数关系式把$I=0.5$安培代入解析式可以求出电阻R的值.

【解答】解：（1）设$I=\frac{U}{R}$

∵当电阻$R=5$欧姆时，电流$I=2$安培.

$\therefore U=10$

$\therefore I$与R之间的函数关系式为$I=\frac{10}{R}$;

（2）当$I=0.5$安培时，$0.5=\frac{10}{R}$

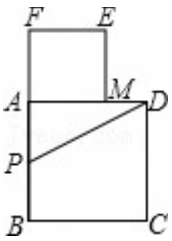
解得 $R=20$（欧姆）.

【点评】此题主要考查反比例函数在物理方面的应用，利用待定系数法求函数解析式是需要掌握的基本数学能力.

28. （6 分）以长为 $2cm$ 的定线段 AB 为边，作正方形 $ABCD$，取 AB 的中点 P．在 BA 的延长线上取点 F，使 $PF=PD$，以 AF 为边作正方形 $AMEF$，点 M 落在 AD 上，如图所示.

（1）试求 AM、DM 的长；

（2）点 M 是线段 AD 的黄金分割点吗？请说明理由.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）要求 AM 的长，即是求 AF 的长，只需求得 PF 的长，根据勾股定理进行计算 PD 的长就可；要求 DM 的长，只需 $AD-AM$ 就可；

（2）根据黄金分割点的定义，只需证明 $AM^2=AD\cdot DM$.

【解答】解：（1）在 Rt$\triangle APD$ 中，$AP=1cm$，$AD=2cm$，

由勾股定理知 $PD=\sqrt{AD^2+AP^2}=\sqrt{4+1}=\sqrt{5}cm$，

$\therefore AM=AF=PF-AP=PD-AP=\sqrt{5}-1$（$cm$）

$DM=AD-AM=3-\sqrt{5}$（cm）；

（2）∵$AM^2=(\sqrt{5}-1)^2=6-2\sqrt{5}$,

$AD\cdot DM=2\times(3-\sqrt{5})=6-2\sqrt{5}$,

∴$AM^2=AD\cdot DM$,

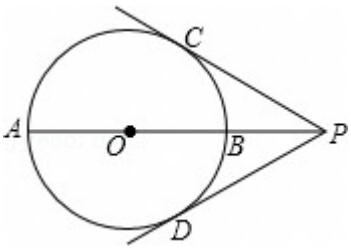
所以点 M 是线段 AD 的黄金分割点.

【点评】能够根据已知条件结合勾股定理求得线段的长，能够用黄金分割点的定义进行证明.

29. （7 分）如图，AB 是⊙O 的直径，P 在 AB 的延长线上，PD 与⊙O 相切于 D，C 在⊙O 上，$PC=PD$.

（1）求证：PC 是⊙O 的切线；

（2）连接 AC，若 $AC=PC$，$PB=1$，求⊙O 的半径.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）要证 PC 是⊙O 的切线，只要连接 OC，OD，通过证明△OCP≌△ODP 得

出∠OCP＝90°即可.

（2）求出∠CPA的度数，运用三角函数得出⊙O的半径.

【解答】（1）证明：连接OC，OD；

∵PD与⊙O相切于D,

∴∠PDO＝90°.

∵C在⊙O上，PC＝PD，OP＝OP，OC＝OD,

∴△OCP≌△ODP,

∴∠OCP＝90°.

∴PC是⊙O的切线.

（2）解：连接AC,

∵AC＝PC,

∴∠CAO＝∠CPA;

∵∠PCO＝90°，∠COP＝2∠CAO

∴∠CPA+∠$C0P$＝3∠CPA＝90°,

∴∠CPA＝30°.

∵在直角△OCP中，∠CPA＝30°,

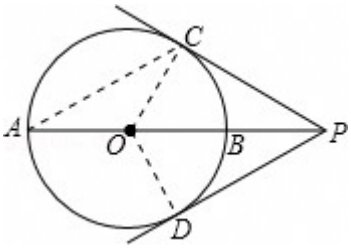
$\therefore OC=\frac{1}{2}OP$,

$\therefore OC=0.5(1+OB)$；

$\because OC=OB$,

$\therefore OC=1$,

$\therefore \odot O$ 的半径为 1.



【点评】本题考查了切线的判定．要证某线是圆的切线，已知此线过圆上某点，连接圆心与这点（即为半径），通过切线的性质证明．同时考查了运用三角函数求长度．

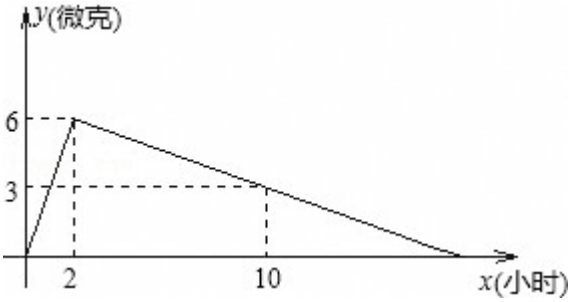
30．（7 分）某医药研究所开发了一种新药，在试验药效时发现，如果成人按规定剂量服用，那么服药后 2 小时时血液中含药量最高，达每毫升 6 微克（1 微克＝10^{-3}毫克），接着逐步衰减，10 小时时血液中含药量为每毫升 3 微克，每毫升血液中含药量 y（微克），随时间 x（小时）的变化如图所示．

当成人按规定剂量服药后，

（1）分别求出 $x\leqslant 2$ 和 $x\geqslant 2$ 时，y 与 x 之间的函数关系式；

（2）如果每毫升血液中含药量为 4 微克或 4 微克以上时在治疗疾病时是有效的，那么这

个有效时间是多长?



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）直接根据图象上的点的坐标利用待定系数法解得

$x\leqslant 2$ 时，$y=3x$;

$x>2$ 时，$y=-\frac{3}{8}x+\frac{27}{4}$.

（2）根据图象可知每毫升血液中含药量为 4 微克是在两个函数图象上都有，所以把 $y=4$，分别代入 $y=3x$，$y=-\frac{3}{8}x+\frac{27}{4}$，解得 $x_1=\frac{4}{3}$，$x_2=\frac{22}{3}$，所以 $x_2-x_1=6$ 小时.

【解答】解：（1）当 $x\leqslant 2$ 时，设 $y=k_1x$,

把（2，6）代入上式，得 $k_1=3$,

$\therefore x\leqslant 2$ 时，$y=3x$;

当 $x>2$ 时，设 $y=k_2x+b$,

把（2，6），（10，3）代入上式,

得 $k_2=-\frac{3}{8}$，$b=\frac{27}{4}$.

∴$x \geqslant 2$ 时，$y=-\frac{3}{8}x+\frac{27}{4}$.

（2）把 $y=4$ 代入 $y=3x$，得 $x_1=\frac{4}{3}$，

把 $y=4$ 代入 $y=-\frac{3}{8}x+\frac{27}{4}$，得 $x_2=\frac{22}{3}$.

则 $x_2-x_1=6$ 小时.

答：这个有效时间为 6 小时.

【点评】本题主要考查利用一次函数的模型解决实际问题的能力和读图能力．要先根据题意列出函数关系式，再代数求值．解题的关键是要分析题意根据实际意义准确地列出解析式，再把对应值代入求解，并会根据图示得出所需要的信息.

31．（7 分）如图 1，在平面上，给定了半径为 r 的圆 O，对于任意点 P，在射线 OP 上取一点 P'，使得 $OP \cdot OP'=r^2$，这把点 P 变为点 P 的变换叫做反演变换，点 P 与点 P'叫做互为反演点.

（1）如图 2，⊙O 内外各一点 A 和 B，它们的反演点分别为 A 和 B'．求证：$\angle A'=\angle B$;

（2）如果一个图形上各点经过反演变换得到的反演点组成另一个图形，那么这两个图形叫做互为反演图形.

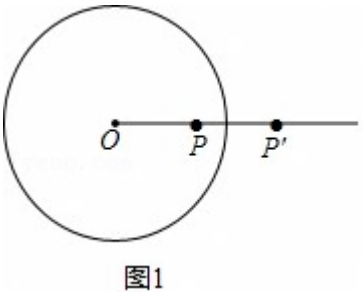


图1

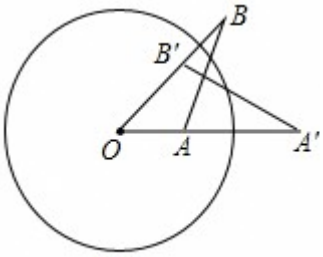


图2

①选择：如果不经过点 O 的直线 l 与⊙O 相交，那么它关于⊙O 的反演图形是（　　）

A、一个圆；B、一条直线；C、一条线段；D、两条射线

②填空：如果直线 l 与⊙O 相切，那么它关于⊙O 的反演图形是 __圆__，该图形与圆 O 的位置关系是 __内切__.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据题中给出的条件可得出 $OB\cdot OB'=OA\cdot OA'=r^2$，将等积式转换为比例式后即可得出△$OAB$ 和△OBA 相似，由此可证得所求的条件.

（2）①应该是一个过 O 点过两个交点的圆，反演图形中圆和直线都看成圆的话，结论会很简单，一个圆关于⊙O 反演图形仍然是圆，这时直线可以看成圆心无限远半径无限大的圆，

根据 $OP\cdot OP'=r^2$ 知：

⊙O 外的点的反演点在⊙O 内；

⊙O 内的点的反演点在⊙O 外；

⊙O 上的点的反演点在⊙O 上；

直线与⊙O 相交的点的反演点还是该点，

直线上的无穷远处的点反演到圆心，

于是三点确定一个圆．

②如果直线 l 与⊙O 相切，那么它关于⊙O 的反演图形是过切点和 O 点的圆，该图形与圆 O 的位置关系是内切，既然直线只与⊙O 有一个交点，那么反演图形与⊙O 只有一个交点，即相切．

直线 l 上有无限远点，于是反演图形过⊙O，于是反演图形为⊙O 的内切圆．

【解答】解：（1）由题意知：$OA\cdot OA'=OB\cdot OB'=r^2$，$\frac{OB}{OA}=\frac{OA'}{OB'}$，

$\because\angle AOB=\angle B'OA'$，

$\therefore\triangle AOB\backsim\triangle B'OA'$，

$\therefore\angle A'=\angle B$，

（2）①选择 A；

②圆；内切．

【点评】本题定义三个概念即反演变换、反演点、反演图形．第一问的求解，是在理解题意的基础上直接引用，把等积式转换为比例式．第二问的求救，则需从特殊到一般的分析、

归纳、猜想，其中还渗透着无限逼近的思想.

32．（8 分）某农户种植花生，原来种植的花生亩产量为 200 千克，出油率为 50%（即每 100 千克花生可加工成花生油 50 千克）．现在种植新品种花生后，每亩收获的花生可加工成花生油 132 千克，其中花生出油率的增长率是亩产量增长率的$\frac{1}{2}$，求新品种花生亩产量的增长率.

【答案】见试题解答内容

【分析】本题为增长率问题，增长后的量＝增长前的量×（1+增长率）．则每亩收获的花生可加工成花生油的质量是 200（1+x）·50%（1+$\frac{1}{2}x$），即可列方程求解.

【解答】解：设新品种花生亩产量的增长率为 x,

根据题意得 200（1+x）·50%（1+$\frac{1}{2}x$）＝132,

解得 x_1＝0.2＝20%，x_2＝－3.2（不合题意，舍去），

答：新品种花生亩产量的增长率为 20%.

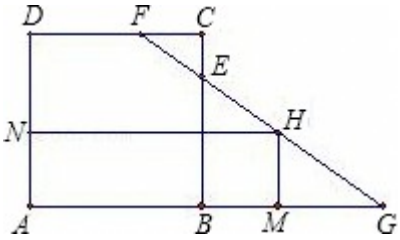
【点评】本题为一般的增长率问题，可根据题意列出方程，判断所求的解是否符合题意，舍去不合题意的解．找到关键描述语，找到等量关系准确地列出方程是解决问题的关键.

33．（8 分）如图，E、F 是边长为 4 的正方形 $ABCD$ 的边 BC、CD 上的点，CE＝1，$CF=\frac{4}{3}$，直线 FE 交 AB 的延长线于 G，过线段 FG 上的一个动点 H，作 $HM\perp AG$，$HN\perp AD$，垂

足为 M、N，设 $HM=x$，矩形 $AMHN$ 的面积为 y.

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）当 x 为何值时，矩形 $AMHN$ 的面积最大，最大面积是多少?



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）要求矩形的面积，就要得出 AM 和 MH 的值，已知了 MH 为 x，关键是求 AM 的长，那么必须得出 BG，MG 的长，可根据相似三角形 CFE 和 BGE 求出 BG 的长（也可用 BE 和∠C 的正切值来求）．然后在直角三角形 GMH 中，用 HM 和∠C 的正切值求出 MG，这样就能表示出 AM 的长，就可得出关于 x，y 的函数关系式.

（2）可根据（1）的函数的性质及自变量的取值范围来求出矩形面积的最大值以及对应的 x 的值.

【解答】解：（1）∵$EC=1$，$BC=4$

∴$BE=3$

∵$CF \parallel BG$,

∴$\triangle ECF \backsim \triangle EBG$,

$\therefore \frac{CF}{BG}=\frac{CE}{BE}$即：$\frac{\frac{4}{3}}{BG}=\frac{1}{3}$

$\therefore BG=4$

在 Rt△GMH 中，$\tan\angle G=\tan\angle CFE=\frac{3}{4}$，因此 $MG=\frac{4}{3}HM=\frac{4}{3}x$.

$\therefore AM=AG-MG=AB+BG-MG=4+4-\frac{4}{3}x=8-\frac{4}{3}x$

$\therefore y=x\cdot(8-\frac{4}{3}x)=-\frac{4}{3}x^2+8x$（$0<x\leqslant 4$）；

（2）由（1）的函数式可知：$y=-\frac{4}{3}(x-3)^2+12$

因此当 $x=3$ 时，矩形 $AMHN$ 的面积最大，最大值为 12.

【点评】本题主要考查了正方形和矩形的性质以及二次函数的综合应用.

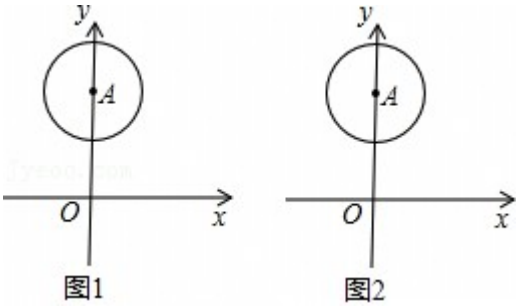
34. （11 分）（1）如图 1，已知 A 点坐标为（0，3），⊙A 的半径为 1，点 B 在 x 轴上.

①若 B 点坐标为（4，0），⊙B 的半径为 3，试判断⊙A 与⊙B 的位置关系；

②若⊙B 过点 M（2，0），且与⊙A 相切，求 B 点坐标.

（2）如图 2，点 A 在 y 轴上，⊙A 在 x 轴的上方.

问：能否在 x 轴的正半轴上确定一点 B，使⊙B 与 y 轴相切，并且与⊙A 外切，为什么?



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）①先根据 A、B 的坐标求出圆心距 AB 的长，然后和两圆的半径进行比较即可；②本题可设出 B 点的坐标，然后表示出圆心距 AB 的长，和⊙B 的半径长，分内切和外切两种情况进行求解.

（2）可过 A 作 x 轴的平行线交⊙A 于 D，连接 OD 交⊙A 于 C，连接 AC 并延长交 x 轴于 B，则⊙B 以 BC 为半径，与 y 轴相切，与⊙A 外切.

【解答】解：（1）①∵A（0，3），B（4，0），

∴$OA=3$，$OB=4$，

$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5>1+3$，

∴两圆外离；

②若外切，则 $AB=\sqrt{x^2+9}$，

设 B（x，0），

则 $AB=\sqrt{x^2+9}=|2-x+1|$，

则 $x=0$,

$\therefore B$（0，0）；

若内切，$AB=\sqrt{x^2+9}=|2-x-1|$,

$\therefore x=-4$,

$\therefore B$（-4，0）.

（2）能.

过 A 作 $AD\parallel x$ 轴，连接 OD 交⊙A 于 C，连接 AC 并延长交 x 轴于 B，则以 B 为圆心，以 OB 为半径的⊙B 与 y 轴相切，并且与⊙A 外切.

理由如下:

$\because AD\parallel x$ 轴,

$\therefore \angle ADO=\angle BOD$;

$\because AC=AD$,

$\therefore \angle ADC=\angle ACD$,

$\therefore \angle OCB=\angle BOC$,

$\therefore BC=OB$,

$\therefore$ 以 B 为圆心，以 OB 为半径的⊙B 与 y 轴相切，并且与⊙A 外切.

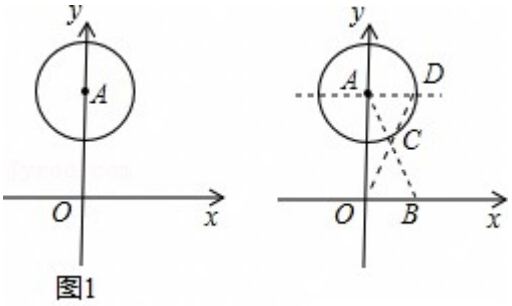


图1

【点评】本题主要考查了圆与圆的位置关系、坐标与图形性质、直线与圆的位置关系等知识点.