参考答案

2003年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	A	D	B	A	C	B	A	B	C	B	D
题号	12	13	14	15							
答案	C	B	C	A							

一、选择题（共15小题，每小题2分，满分30分）

1. （2分）计算2^{-1}的结果是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. 2　　D. －2

【答案】*A*

【分析】根据负整数指数幂的运算法则计算即可.

【解答】解：原式=$\frac{1}{2}$．故选*A*.

【点评】幂的负整数指数运算，先把底数化成其倒数，然后将负整数指数幂当成正的进行计算.

2. （2分）若*a*与－5互为相反数，那么*a*是（　　）

A. －5　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $-\frac{1}{5}$　　D. 5

【答案】D

【分析】根据相反数的性质，互为相反数的两个数和为 0，采用逐一检验法求解即可.

【解答】解：根据概念，（－5 的相反数）+（－5）＝0，则－5 的相反数是 5.

故选：D.

【点评】理解互为相反数的概念.

3. （2 分）计算（a^2）^{3}的结果是（　　）

A. a^5　　B. a^6　　C. a^8　　D. $3a^2$

【答案】B

【分析】直接利用幂的乘方运算法则求出答案.

【解答】解：（a^2）^{3}＝a^6.

故选：B.

【点评】此题主要考查了幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

4. （2 分）已知$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$是方程 $kx-y=3$ 的一个解，那么 k 的值是（　　）

A. 2　　B. －2　　C. 1　　D. －1

【答案】A

【分析】知道了方程的解，可以把这对数值代入方程，得到一个含有未知数 k 的一元一次

方程，从而可以求出 k 的值.

【解答】解：把 $\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$ 代入方程 $kx-y=3$，得：

$2k-1=3$,

解得 $k=2$.

故选：A.

【点评】解题的关键是把方程的解代入原方程，使原方程转化为以系数 k 为未知数的方程，

利用方程的解的定义可以求方程中其它字母的值.

5. （2 分）如果 $\sqrt{(x-2)^2}=x-2$，那么 x 的取值范围是（　　）

A．$x\leqslant 2$　　B．$x<2$　　C．$x\geqslant 2$　　D．$x>2$

【答案】C

【分析】已知等式左边为算术平方根，结果 $x-2$ 为非负数，列不等式求范围.

【解答】解：如果 $\sqrt{(x-2)^2}=x-2$,

必有 $x-2\geqslant 0$，即 $x\geqslant 2$．故选：C.

【点评】本题主要考查二次根式的化简方法的运用：$a>0$ 时，$\sqrt{a^2}=a$；$a<0$ 时，$\sqrt{a^2}=-a$；$a=0$ 时，$\sqrt{a^2}=0$.

6. （2 分）如果一元二次方程 $3x^2-2x=0$ 的两个根是 x_1 和 x_2，那么 $x_1\cdot x_2$ 等于（　　）

A．2　　B．0　　C．$\frac{2}{3}$　　D．$-\frac{2}{3}$

【答案】*B*

【分析】根据一元二次方程根与系数的关系求则可．设 x_1，x_2 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$（$a\neq0$，a，b，c 为常数）的两个实数根，则 $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1x_2=\frac{c}{a}$.

【解答】解：这里 $a=3$，$c=0$，则 $x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}=0$.

故选：*B*.

【点评】本题考查了一元二次方程根与系数的关系，比较简单.

7．（2 分）抛物线 $y=(x-1)^2+1$ 的顶点坐标是（　　）

A．（1，1）　　B．（－1，1）　　C．（1，－1）　　D．（－1，－1）

【答案】*A*

【分析】二次函数的顶点式是：$y=a(x-h)^2+k$（$a\neq0$，且 a，h，k 是常数），顶点坐标为（h，k）；直接写出顶点坐标.

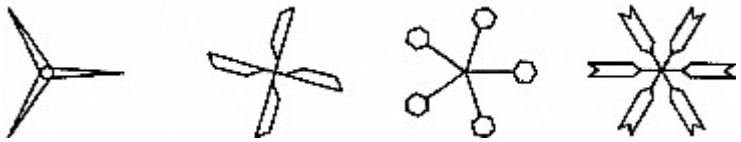
【解答】解：因为 $y=(x-1)^2+1$ 是抛物线解析式的顶点式，

根据顶点式的坐标特点可知，顶点坐标是（1，1）.

故选：*A*.

【点评】本题主要是对二次函数中对称轴，顶点坐标的考查.

8. （2 分）观察下列“风车”的平面图案：其中是中心对称图形的有（　　）



A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】*B*

【分析】根据中心对称图形的定义结合各图形的特点即可解答.

【解答】解：是在同一平面内，如果把一个图形绕某一点旋转 180 度，旋转后的图形能和原图形完全重合的图形的有第 2 个与第 4 个，即中心对称图形是第二个与第四个，其它两个不是．故选：*B*.

【点评】本题考查中心对称图形的定义：绕对称中心旋转 180 度后所得的图形与原图形完全重合；和正偶数边形有关的一般是中心对称图形.

9. （2 分）在△*ABC* 中，∠*C*＝90°，tan*A*＝1，那么 cot*B* 等于（　　）

A．$\sqrt{3}$　　B．$\sqrt{2}$　　C．1　　D．$\frac{\sqrt{3}}{3}$

【答案】*C*

【分析】根据 tan45°＝1 得出∠*A* 的值，再根据三角形内角和 180°得出∠*B* 的值，代入 cot*B* 即可.

【解答】解：∵△ABC中，∠C＝90°，tan$A$＝1，

∴∠A＝45°，∠B＝180°－90°－45°＝45°.

∴cot$B$＝cot45°＝1.

故选：C.

【点评】本题考查特殊角三角函数值的计算，特殊角三角函数值计算在中考中经常出现，题型以选择题、填空题为主.

10. （2分）在比例尺是1：38 000的南京交通浏览图上，玄武隧道长约7cm，它的实际长度约为（　　）

A．0.266km　　B．2.66km　　C．26.6km　　D．266km

【答案】B

【分析】比例尺＝图上距离：实际距离．按题目要求列出比例式计算即可.

【解答】解：根据：比例尺＝图上距离：实际距离.

得它的实际长度约为7×38000＝266000（cm）＝2.66（km）．故选B.

【点评】理解比例尺的概念，正确进行有关计算，注意单位的转换.

11. （2分）用换元法解方程$x^2+x+1=\frac{2}{x^2+x}$时，若设$x^2+x=y$，则原方程可化为（　　）

A．$y^2+y+2=0$　　B．$y^2-y-2=0$　　C．$y^2-y+2=0$　　D．$y^2+y-2=0$

【答案】D

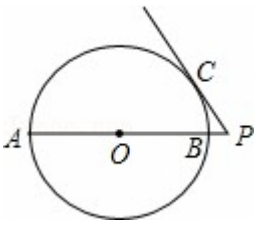
【分析】根据方程的特点，设$y=x^2+x$，可将方程中的x全部换成y，转化为关于y的分式方程，去分母转化为一元二次方程.

【解答】解：把$x^2+x=y$代入原方程得：$y+1=2\cdot\frac{1}{y}$，方程两边同乘以y整理得：$y^2+y-2=0$.

故选：D.

【点评】换元法解分式方程时常用方法之一，它能够把一些分式方程化繁为简，化难为易，对此应注意总结能用换元法解的分式方程的特点，寻找解题技巧.

12. （2分）如图，AB是⊙O的直径，P是AB延长线上的一点，PC切⊙O于点C，$PC=3$，$PB=1$，则⊙O的半径等于（　　）



A. $\frac{5}{2}$　　B. 3　　C. 4　　D. $\frac{9}{2}$

【答案】C

【分析】因为PC，PA分别是圆的切线与割线，根据切割线定理$PC^2=PB\cdot PA$可求得PC

$=3$，$PB=1$；从而求得 $AB=8$，即可求得半径的长.

【解答】解：$\because PC$，PA 分别是圆的切线与割线，

$\therefore PC^2=PB\cdot PA$，

$\because PC=3$，$PB=1$，

$\therefore PA=9$，$AB=8$，

$\therefore$半径为 4.

故选：C.

【点评】此题主要考查学生对切线的性质及勾股定理的理解运用.

13. （2 分）正方形 $ABCD$ 的边长是 $2cm$，以直线 AB 为轴旋转一周，所得到的圆柱的侧面积为（　　）

A. $16\pi cm^2$　　B. $8\pi cm^2$　　C. $4\pi cm^2$　　D. $4cm^2$

【答案】B

【分析】根据圆柱的侧面积公式＝底面周长×高计算.

【解答】解：圆柱的侧面面积$=\pi\times2\times2\times2=8\pi cm^2$．故选 B.

【点评】本题主要是根据圆柱的侧面积公式进行计算.

14. （2 分）一根 1 米长的绳子，第一次剪去一半，第二次剪去剩下的一半，如此剪下去，

第六次后剩下的绳子的长度为（　　）米.

A. $(\frac{1}{2})^3$　　B. $(\frac{1}{2})^5$　　C. $(\frac{1}{2})^6$　　D. $(\frac{1}{2})^{12}$

【答案】*C*

【分析】根据乘方的意义和题意可知：第 2 次后剩下的绳子的长度为$(\frac{1}{2})^2$米，那么依此类推得到第六次后剩下的绳子的长度为$(\frac{1}{2})^6$米.

【解答】解：∵$1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$,

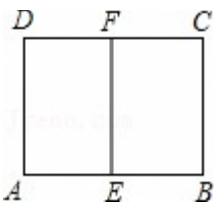
∴第 2 次后剩下的绳子的长度为$(\frac{1}{2})^2$米;

依此类推第六次后剩下的绳子的长度为$(\frac{1}{2})^6$米.

故选：*C*.

【点评】此题主要考查了乘方的意义．正确理解题意是解题的关键，能够根据题意列出代数式是解题主要步骤.

15. （2 分）如图所示，一张矩形纸片 *ABCD* 的长 *AB*＝*a* *cm*，宽 *BC*＝*b* *cm*，*E*、*F* 分别为 *AB*、*CD* 的中点，这张纸片沿直线 *EF* 对折后，矩形 *AEFD* 的长与宽之比等于矩形 *ABCD* 的长与宽之比，则 *a*：*b* 等于（　　）



A．$\sqrt{2}$：1　　B．1：$\sqrt{2}$　　C．$\sqrt{3}$：1　　D．1：$\sqrt{3}$

【答案】*A*

【分析】根据题意，得 b：$\frac{a}{2}$=a：b，根据比例的基本性质，得 a^2＝2b^2．则可求得 a=$\sqrt{2}$ b，故 a：b 可求．

【解答】解：∵b：$\frac{a}{2}$=a：b，

∴a^2＝2b^2，∴a=$\sqrt{2}b$，

则 a：b=$\sqrt{2}$：1．

故选：*A*．

【点评】能够根据题意正确写出比例式，再根据比例的基本性质表示两个字母之间的关系，即可求解．

二、填空题（共 5 小题，每小题 2 分，满分 10 分）

16．（2 分）4 的平方根是 ±2 ．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据平方根的定义，求非负数 a 的平方根，也就是求一个数 x，使得 x^2＝a，则 x 就是 a 的平方根，由此即可解决问题．

【解答】解：∵（±2）^{2}＝4，

∴4 的平方根是±2.

故答案为：±2.

【点评】本题考查了平方根的定义．注意一个正数有两个平方根，它们互为相反数；0 的平方根是 0；负数没有平方根.

17. （2 分）$\sqrt{2}+\sqrt{8}=$__$3\sqrt{2}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】原式化为最简二次根式，合并即可得到结果.

【解答】解：原式=$\sqrt{2}+2\sqrt{2}=3\sqrt{2}$.

故答案为：$3\sqrt{2}$

【点评】此题考查了二次根式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

18. （2 分）在实数范围内分解因式：$x^2-2\sqrt{3}x+3=$__$(x-\sqrt{3})^2$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】把 3 写成$\sqrt{3}$的平方，然后利用完全平方公式分解因式即可.

【解答】解：$x^2-2\sqrt{3}x+3$,

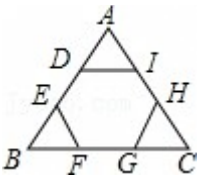
$=x^2-2\sqrt{3}x+(\sqrt{3})^2$,

$=(x-\sqrt{3})^2$.

故答案为：$(x-\sqrt{3})^2$.

【点评】本题考查了公式法分解因式，能用完全平方公式法进行因式分解的式子的特点是：两项平方项的符号相同；另一项是两底数积的 2 倍，把 3 写成平方的形式是运用公式的关键.

19. （2 分）如图，正六边形 $DEFGHI$ 的顶点都在边长为 $6cm$ 的正三角形 ABC 的边上，则这个正六边形的边长是__2__cm.



【答案】见试题解答内容

【分析】由已知易得，$\triangle ADI$、$\triangle BEF$、$\triangle CHG$ 是等边三角形，从而可证 $AD=DE=BE$，由正三角形 ABC 的边长即可求得正六边形的边长.

【解答】解：∵正六边形 $DEFGHI$

∴$DI \parallel BC$

∵正三角形 ABC

∴$\angle B=\angle C=\angle A=60°$

∴$\triangle ADI$ 是等边三角形

$\therefore AD=DI=AI$

同理，$BE=EF=BF$

$\because DE=EF$

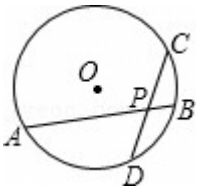
$\therefore AD=DE=BE$

$\therefore DE=6\div3=2cm$.

故填 2.

【点评】此题考查等边三角形和正六边形的性质.

20. （2 分）如图，⊙O 的两条弦 AB、CD 相交于点 P，$PD=2PB$，$PC=2cm$，则 $PA=$ __4__ cm.



【答案】见试题解答内容

【分析】由相交弦定理可以得到 $PA\cdot PB=PC\cdot PD$，然后利用已知条件即可取出 PA.

【解答】解：由相交弦定理得 $PA\cdot PB=PC\cdot PD$，$\therefore PA=\frac{PC\cdot PD}{PB}=\frac{2\times2PB}{PB}=4cm$.

【点评】本题主要是根据相交弦定理“圆内两弦相交于圆内一点，各弦被这点所分得的两线段的长的乘积相等”进行计算.

三、解答题（共 13 小题，满分 80 分）

21. （5 分）计算：$\frac{a^2-ab}{a^2}\div\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$

【答案】见试题解答内容

【分析】先对括号内的异分母分式加减，需要通分，再把除法转化为乘法运算进行计算，约分就可以了.

【解答】解：原式$=\frac{a(a-b)}{a^2}\div\frac{a^2-b^2}{ab}$（2 分）

$=\frac{a(a-b)}{a^2}\cdot\frac{ab}{(a+b)(a-b)}$（4 分）

$=\frac{b}{a+b}$.（5 分）

【点评】本题有两个考查点：（1）异分母分式加减；（2）分式的除法．熟练掌握运算法则是解题的关键.

22. （5 分）解方程组：$\begin{cases}x-y=0 & (1)\\ x^2+2xy=12 & (2)\end{cases}$

【答案】见试题解答内容

【分析】由（1）得 $y=x$（3），把（3）代入（2）得 $x^2+2x^2=12$，解这个方程再代入求值即可.

【解答】解：由（1）得 $y=x$（3），

把（3）代入（2）得 $x^2+2x^2=12$,

解得 $x=\pm2$,

当 $x=2$ 时，$y=2$;

当 $x=-2$ 时，$y=-2$.

∴原方程组的解是 $\begin{cases}x_1=2\\y_1=2\end{cases}$, $\begin{cases}x_2=-2\\y_2=-2\end{cases}$.

【点评】此题主要是用代入消元法求解.

23. （5 分）已知二次函数 $y=ax^2-2$ 的图象经过点（1，－1），求这个二次函数的解析式，并判断该函数图象与 x 轴的交点的个数.

【答案】见试题解答内容

【分析】①首先利用待定系数法求出 a 值，继而求出二次函数解析式.

②利用△可以解答与 x 轴的交点的个数.

【解答】解：根据题意，得 $a-2=-1$，（1 分）

∴$a=1$.（2 分）

∴这个二次函数解析式是 $y=x^2-2$.（3 分）

因为这个二次函数图象的开口向上，顶点坐标是（0，－2）

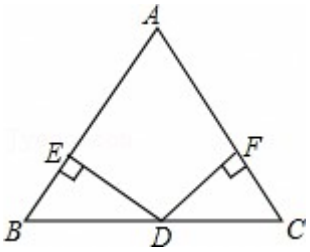
故该函数图象与 x 轴有两个交点.（5 分）

【点评】本题考查的是二次函数的有关性质，难度一般．还可以根据判别式△的值得出函数图象与 x 轴的交点的个数．

24．（5 分）如图：已知在△ABC 中，$AB=AC$，D 为 BC 边的中点，过点 D 作 $DE\perp AB$，$DF\perp AC$，垂足分别为 E，F．

（1）求证：△$BED\cong$△CFD；

（2）若∠$A=90°$，求证：四边形 $DFAE$ 是正方形．



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）利用等腰三角形的性质，可得到∠$B=$∠C，D 又是 BC 的中点，利用 AAS，可证出：△$BED\cong$△CFD．

（2）利用（1）的结论可知，$DE=DF$，再加上三个角都是直角，可证出四边形 $DFAE$ 是正方形．

【解答】证明：（1）∵$DE\perp AB$，$DF\perp AC$，

∴∠$BED=$∠$CFD=90°$．

∵$AB=AC$，

∴∠B＝∠C.

∵D 是 BC 的中点,

∴BD＝CD.

∴△BED≌△CFD（AAS）.

（2）∵DE⊥AB，DF⊥AC,

∴∠AED＝∠AFD＝90°.

∵∠A＝90°,

∴四边形 $DFAE$ 为矩形.

∵△BED≌△CFD,

∴DE＝DF.

∴四边形 $DFAE$ 为正方形.

【点评】本题利用了全等三角形的判定和性质以及矩形、正方形的判定．解答此题的关键是利用等腰三角形的两个底角相等，从而证明 Rt△BED 和 Rt△CFD 中的两个锐角对应相等.

25．（5 分）一定质量的氧气，它的密度 ρ（kg/m^3）是它的体积 V（m^3）的反比例函数，当 V＝10m^3 时，ρ＝1.43kg/m^3．（1）求 ρ 与 V 的函数关系式；（2）求当 V＝2m^3 时求氧气的

密度 ρ.

【答案】见试题解答内容

【分析】首先根据题意，一定质量的氧气，它的密度 ρ（kg/m^3）是它的体积 V（m^3）的反比例函数，将数据代入用待定系数法可得反比例函数的关系式；进一步求解可得答案.

【解答】解：（1）设 $\rho=\frac{k}{V}$，当 $V=10m^3$ 时，$\rho=1.43kg/m^3$，

所以 $1.43=\frac{k}{10}$，即 $k=14.3$，

所以 ρ 与 V 的函数关系式是 $\rho=\frac{14.3}{V}$；

（2）当 $V=2m^3$ 时，把 $V=2$ 代入得：$\rho=7.15$（kg/m^3），

所以当 $V=2m^3$ 时，氧气的密度为 7.15（kg/m^3）.

【点评】现实生活中存在大量成反比例函数的两个变量，解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用待定系数法求出它们的关系式.

26.（5 分）一个长方形足球场的长为 xm，宽为 $70m$．如果它的周长大于 $350m$，面积小于 $7560m^2$，求 x 的取值范围，并判断这个球场是否可以用作国际足球比赛．（注：用于国际比赛的足球场的长在 $100m$ 到 $110m$ 之间，宽在 $64m$ 到 $75m$ 之间）

【答案】见试题解答内容

【分析】由题意，得 $\begin{cases}2(x+70)>350\\70x<7560\end{cases}$．解这个不等式组可得长 x 的取值范围，再与国际比

赛的足球场进行比较，看是否适合.

【解答】解：由题意，得$\begin{cases}2(x+70)>350,\\ 70x<7560\end{cases}$

解得 105＜x＜108.

答：这个足球场可用于国际足球比赛.

【点评】本题考查一元一次不等式组的应用，将现实生活中的事件与数学思想联系起来，读懂题列出不等式关系式即可求解.

27. （5 分）公交 508 路总站设在一居民小区附近，为了了解高峰时段从总站乘车出行的人数，随机抽查了 10 个班次的乘车人数，结果如下：20　23　26　25　29　28　30　25　21　23

（1）计算这 10 个班次乘车人数的平均数；

（2）如果在高峰时段从总站共发车 60 个班次，根据上面的计算结果，估计在高峰时段从总站乘该路车出行的乘客共有多少人?

【答案】见试题解答内容

【分析】利用平均数计算公式先求出样本平均数，再用平均数乘以发车班次就是乘客的总人数.

【解答】解：（1）平均数=$\frac{1}{10}$（20+23+26+25+29+28+30+25+21+23）＝25（人）

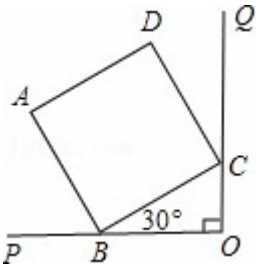
∴这 10 个班次乘车人数的平均数是 25 人.

（2）60×25＝1500（人）

∴估计在高峰时段从总站乘该路车出行的乘客共有 1500 人.

【点评】正确理解算术平均数的概念和学会运用样本根据总体的思想方法.

28. （7 分）如图，∠*POQ*＝90°，边长为 2*cm* 的正方形 *ABCD* 的顶点 *B* 在 *OP* 上，*C* 在 *OQ* 上，且∠*OBC*＝30°，分别求点 *A*、*D* 到 *OP* 的距离.



【答案】见试题解答内容

【分析】过点 *A*、*D* 分别作 *AE*⊥*OP*，*DF*⊥*OP*，*DG*⊥*OQ*，根据已知角的度数和正方形的性质．可以得到两个 30 度的 Rt△*ABE*，Rt△*CDG*，然后根据锐角三角函数的知识进行求解.

【解答】解：过点 *A*、*D* 分别作 *AE*⊥*OP*，*DF*⊥*OP*，*DG*⊥*OQ*，垂足分别为 *E*、*F*、*G*，

在正方形 *ABCD* 中，∠*ABC*＝∠*BCD*＝90°∵∠*OBC*＝30°∴∠*ABE*＝60°，

在 Rt△*AEB* 中，$AE=AB\sin 60°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，

∵四边形 $DFOG$ 是矩形,

∴$DF=GO$,

∵$\angle OBC=30°$,

∴$\angle BCO=60°$,

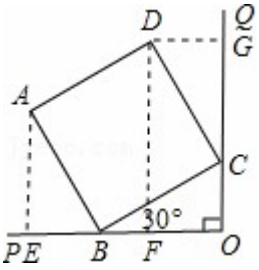
∴$\angle DCG=30°$,

在 Rt△DCG 中，$CG=CD\cdot\cos30°=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(cm)$,

在 Rt△BOC 中，$OC=\frac{1}{2}BC=1$（cm），

∴$DF=GO=OC+CG=$（$\sqrt{3}+1$）cm,

答：点 A 到 OP 的距离为$\sqrt{3}cm$，点 D 到 OP 的距离为（$\sqrt{3}+1$）cm.



【点评】能够发现 30 度的直角三角形，熟知 30 度的直角三角形的各边关系：从小到大的比是 1：$\sqrt{3}$：2.

29. （6 分）只利用一把有刻度的直尺，用度量的方法，按下列要求画图：

（1）在图 1 中用下面的方法画等腰三角形 ABC 的对称轴：

＜1＞量出底边 BC 的长度，将线段 BC 二等分，即画出 BC 的中点 D;

＜2＞画直线 AD，即画出等腰三角形 ABC 的对称轴.

（2）在图 2 中画∠AOB 的对称轴，并写出画图的方法.

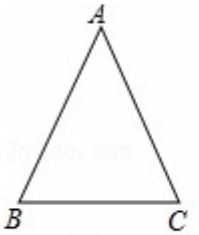


图1

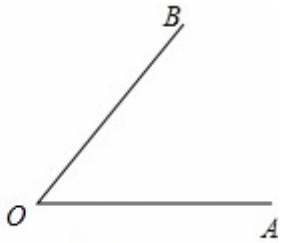


图2

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）按题中所给的条件画即可；

（2）∠AOB 的对称轴是∠AOB 角平分线所在的直线．如果用度量的方法，应由（1）得到启发，作出一个等腰三角形，作出中心即可.

【解答】解：（1）

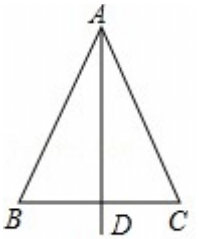


图1 ；（2 分）

（2）

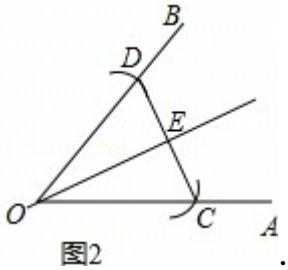


图2

．（4 分）

画图方法：

＜1＞利用有刻度的直尺，在∠*AOB* 的边 *OA*、*OB* 上分别截取 *OC*、*OD*，使 *OC*＝*OD*；

＜2＞连接 *CD*，量出 *CD* 的长，将线段 *CD* 二等分，画出线段 *CD* 的中点 *E*；

＜3＞画直线 *OE*，直线 *OE* 即为∠*AOB* 的对称轴．（6 分）

【点评】用到的知识点为：等腰三角形的对称轴是底边中线所在的直线．

30．（8 分）阅读下面材料：

对于平面图形 *A*，如果存在一个圆，使图形 *A* 上的任意一点到圆心的距离都不大于这个圆的半径，则称图形 *A* 被这个圆所覆盖．对于平面图形 *A*，如果存在两个或两个以上的圆，使图形 *A* 上的任意一点到其中某个圆的圆心的距离都不大于这个圆的半径，则称图形 *A* 被这些圆所覆盖．

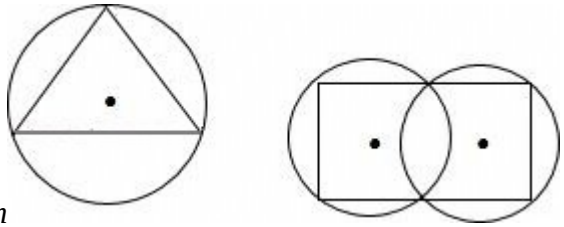
例如：图中①的三角形被一个圆覆盖，②中的四边形被两个圆所覆盖．

回答下列问题：

（1）边长为 1*cm* 的正方形被一个半径为 *r* 的圆所覆盖，*r* 的最小值是 __$\frac{\sqrt{2}}{2}$__*cm*；

（2）边长为 1*cm* 的等边三角形被一个半径为 *r* 的圆所覆盖，*r* 的最小值是 __$\frac{\sqrt{3}}{3}$__*cm*；

（3）长为 2*cm*，宽为 1*cm* 的矩形被两个半径均为 *r* 的圆所覆盖，*r* 的最小值是 __$\frac{\sqrt{2}}{2}$__ *cm*．这两个圆的圆心距是 __1__*cm*



【答案】见试题解答内容

【分析】当一个图形被一个圆覆盖时，当圆是这个图形的外接圆时，圆最小；当矩形被两圆覆盖，圆最小时，两圆的公共弦一定是 1*cm*，则每个圆内的部分是一个边长是 1 的正方形.

【解答】解：（1）以正方形的对角线为直径作圆是覆盖正方形的最小圆，半径 *r* 的最小值=$\frac{\sqrt{2}}{2}$；

（2）边长为 1 *cm* 的等边三角形被一个半径为 *r* 的圆所覆盖，这个最小的圆是正三角形的外接圆，如图作三角形 *ABC* 的高 *AD* 构成直角三角形 *ABD*，斜边 *AB*＝1，*BD*=$\frac{1}{2}$，

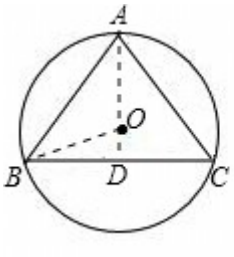
因为三角形是正三角形，

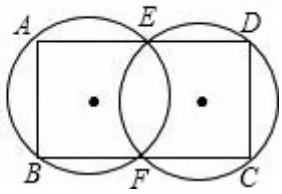
所以∠*ABC*＝60°，*O* 是外心，所以∠*OBC*＝30°，*OD*=$\frac{1}{2}$*OB*，

设 $OA=OB=x$，则 $OD=\frac{1}{2}x$，

在直角三角形 OBD 中，根据勾股定理列方程：$x^2=(\frac{1}{2})^2+(\frac{1}{2}x)^2$，

解得：$x=\frac{\sqrt{3}}{3}$.





（3）如图：矩形 $ABCD$ 中 $AB=1$，$BC=2$，则覆盖 $ABCD$ 的两个圆与矩形交于 E、F 两点，由对称性知 E、F 分别是 AD 和 BC 的中点，则四边形 $ABFE$、$EFCD$ 是两个边长为 1 的正方形，所以圆的半径 $r=\frac{\sqrt{2}}{2}$，两圆心距＝1.

【点评】正确理解什么情况下圆最小是解决本题的关键.

31. （7 分）某灯具店采购了一批某种型号的节能灯，共用去 400 元．在搬运过程中不慎打碎了 5 盏，该店把余下的灯每盏以超出进价 4 元全部售出，然后用所得的钱又采购了一批这种节能灯，且进价与上次相同，但购买的数量比上次多了 9 盏．求每盏灯的进价.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据题目的问题，设每盏灯的进价为 x 元，400 元可以买灯 $\frac{400}{x}$ 个，实际卖出的是（$\frac{400}{x}$-5）个；单价每盏灯（x+4）元，卖出金额（$\frac{400}{x}$-5）·（x+4）元；用所得的钱

又采购了一批这种节能灯（$\frac{400}{x}+9$）个，需要的金额（$\frac{400}{x}+9$）·x元，根据题意，列方程.

【解答】解：设每盏灯的进价为x元.

依题意，列方程：（$\frac{400}{x}-5$）·（$x+4$）＝（$\frac{400}{x}+9$）·x.

解方程得：$x_1=10$，$x_2=-\frac{80}{7}$（舍去）.

经检验，$x=10$符合题意.

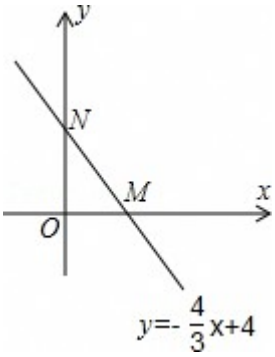
答：每盏灯的进价为10元.

【点评】本题可以从卖出的节能灯金额＝又采购的节能灯金额，建立等量关系．本题考查分式方程的应用，分析题意，找到关键描述语，找到合适的等量关系是解决问题的关键.

32. （8分）如图，直线$y=-\frac{4}{3}x+4$与x轴、y轴分别交于点M、N.

（1）求M、N两点的坐标；

（2）如果点P在坐标轴上，以点P为圆心，$\frac{12}{5}$为半径的圆与直线$y=-\frac{4}{3}x+4$相切，求点P的坐标.



【答案】见试题解答内容

【分析】第一问简单，已知直线解析式，易求 M，N 点坐标；

由题意知点 P 在坐标轴上，说的很模糊，所以要分类讨论，再根据圆的性质及相切的条件，

又知道圆的半径，从而求出每种情况的 P 点坐标.

【解答】解：（1）当 $x=0$ 时，$y=4$，

当 $y=0$ 时，$-\frac{4}{3}x+4=0$ $\therefore x=3$.

$\therefore M$（3，0），N（0，4）.

（2）①当 P_1 点在 y 轴上，并且在 N 点的下方时，设 $\odot P_1$ 与直线 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 相切于点 A，

连接 P_1A，则 $P_1A\perp MN$，$\therefore \angle P_1AN=\angle MON=90°$.

$\because \angle P_1NA=\angle MNO$，

$\therefore \triangle P_1AN\backsim\triangle MON$，

$\therefore \frac{P_1A}{MO}=\frac{P_1N}{MN}$

在 Rt△OMN 中，$OM=3$，$ON=4$，∴$MN=5$.

又∵$P_1A=\frac{12}{5}$，∴$P_1N=4$，

∴P_1 点坐标是（0，0）；

②当 P_2 点在 x 轴上，并且在 M 点的左侧时，同理可得 P_2 点坐标是（0，0）；

③当 P_3 点在 x 轴上，并且在 M 点的右侧时，设⊙P_3 与直线 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 上切于点 B，连接 P_3B.

则 $P_3B\perp MN$，∴$OA\parallel P_3B$.

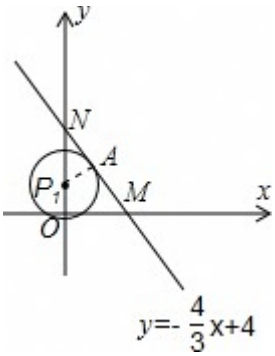
∵$OA=P_3B$，∴$P_3M=OM=3$，∴$OP_3=6$.

∴P_3 点坐标是（6，0）；

④当 P_4 点在 y 轴上，并且在点 N 上方时，同理可得 $P_4N=ON=4$.

∴$OP_4=8$，∴P_4 点坐标是（0，8）；

综上，P 点坐标是（0，0），（6，0），（0，8）.



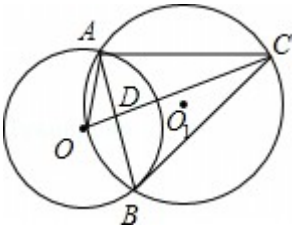
【点评】此题考查一次函数的基本性质及圆的性质，把直线与圆连接起来，不免有相切的

关系，还考查相似三角形的性质及分类讨论的思想.

33. （9分）如图，⊙O与⊙O_1相交于A、B两点，点O在⊙On上，⊙On的弦OC交AB于点D.

（1）求证：$OA^2=OC\cdot OD$;

（2）如果$AC+BC=\sqrt{3}OC$，⊙O的半径为r，求证：$AB=\sqrt{3}r$.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）欲证$OA^2=OC\cdot OD$，通过证明△AOC∽△DOA可以得出;

（2）因为$AC+BC=\sqrt{3}OC$，⊙O的半径为r，欲证$AB=\sqrt{3}r$，只需证明（$AC+BC$）：$OC=AB$：OA；通过证明△AOC∽△DOA，△OBD∽△OCB，得出比例形式相加，即可得出.

【解答】证明：（1）连接OB.

∵$OA=OB$,

∴∠OAB=∠OBA.

∵∠OCA=∠OBA,

∴∠OAB=∠OCA.

∵∠AOC＝∠DOA,

∴△AOC∽△DOA.

∴$\frac{OA}{OD}=\frac{OC}{OA}$,

∴$OA^2=OC\cdot OD$.

（2）∵△AOC∽△DOA,

∴$\frac{AC}{OC}=\frac{DA}{OA}$.

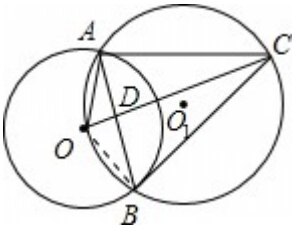
同理可得，$\frac{BC}{OC}=\frac{DB}{OB}$.

∴$\frac{AC}{OC}+\frac{BC}{OC}=\frac{DA}{OA}+\frac{DB}{OB}$,

即$\frac{AC+BC}{OC}=\frac{AB}{OA}$.

∵$AC+BC=\sqrt{3}OC$，$OA=r$,

∴$AB=\sqrt{3}r$.



【点评】本题考查了相似三角形的性质．特别注意：第（2）小题构思巧妙，解答此类题关键是综合两个相似比，得出结论.