参考答案

2004 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	A	B	C	C	D	B	A	C	A	D	D
题号	12	13	14	15							
答案	D	A	C	B							

一、选择题（共 15 小题，每小题 2 分，满分 30 分）

1. （2 分）下列四个数中，在 -2 到 0 之间的数是（　　）

A. -1　　B. -3　　C. 1　　D. 3

【答案】*A*

【分析】有理数大小比较的法则：①正数都大于 0；②负数都小于 0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小，据此判断出在 -2 到 0 之间的数是哪个即可.

【解答】解：根据有理数比较大小的方法，可得

$-2<-1<0$

$-3<-2$

$1>0$

3＞0

故在－2到0之间的数是－1.

故选：*A*.

【点评】此题主要考查了有理数大小比较的方法，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：①正数都大于0；②负数都小于0；③正数大于一切负数；④两个负数，绝对值大的其值反而小.

2. （2分）计算$x^6÷x^3$的结果是（　　）

A. x^9　　B. x^3　　C. x^2　　D. 2

【答案】*B*

【分析】根据同底数幂相除，底数不变，指数相减，计算即可.

【解答】解：$x^6÷x^3=x^{6-3}=x^3$.

故选：*B*.

【点评】本题主要考查同底数幂的除法运算，熟练掌握运算性质是解题的关键.

3. （2分）光年是天文学中的距离单位．1光年约是9 500 000 000 000km，用科学记数法可表示为（　　）

A. $950×10^{10}km$　　B. $95×10^{11}km$

C．$9.5\times10^{12}km$　　D．$0.95\times10^{13}km$

【答案】*C*

【分析】大于 10 时科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值大于 10 时，n 是正数．当原数的绝对值小于 1 时，n 是负数．

【解答】解：9 500 000 000 000$km=9.5\times10^{12}km$.

故选：*C*.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4．（2 分）在 1，－1，－2 这三个数中，任意两个数之和的最大值是（　　）

A．－3　　B．－1　　C．0　　D．2

【答案】*C*

【分析】认真阅读列出正确的算式．任意两个数之和的最大值是最大的两个数之和，即 1+（－1）＝0.

【解答】解：1+（－1）＝0.

故选：*C*.

【点评】有理数运算的实际应用题是中考的常见题，其解答关键是依据题意正确地列出算式.

5. （2 分）下列二次根式中，属于最简二次根式的是（　　）

A. $\sqrt{\frac{1}{2}}$　　B. $\sqrt{4}$　　C. $\sqrt{8}$　　D. $\sqrt{6}$

【答案】*D*

【分析】判定一个二次根式是不是最简二次根式的方法，就是逐个检查最简二次根式的两个条件是否同时满足，同时满足的就是最简二次根式，否则就不是.

【解答】解：*A*、$\sqrt{\frac{1}{2}}=\sqrt{\frac{2}{2\times 2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$，可化简；

B、$\sqrt{4}=\sqrt{2^2}=2$，可化简；

C、$\sqrt{8}=\sqrt{2^2\times 2}=2\sqrt{2}$，可化简；

因此只有 *D* 符合最简二次根式的条件.

故选：*D*.

【点评】根据最简二次根式的定义，最简二次根式必须满足两个条件：

（1）被开方数不含分母；

（2）被开方数不含能开得尽方的因数或因式.

被开方数是多项式时，还需将被开方数进行因式分解，然后再观察判断.

6. （2 分）方程 $x^2+4x+4=0$ 的根的情况是（　　）

A．有两个不相等的实数根

B．有两个相等的实数根

C．有一个实数根

D．没有实数根

【答案】*B*

【分析】判断上述方程的根的情况，只要看根的判别式 $\Delta=b^2-4ac$ 的值的符号就可以了.

【解答】解：∵$\Delta=b^2-4ac=16-16=0$

∴方程有两个相等的实数根.

故选：*B*.

【点评】本题考查了一元二次方程根的判别式的应用.

总结：一元二次方程根的情况与判别式△的关系：

（1）$\Delta>0$⇔方程有两个不相等的实数根；

（2）$\Delta=0$⇔方程有两个相等的实数根；

（3）$\Delta<0$⇔方程没有实数根.

7. （2 分）不等式 $x-2<0$ 的正整数解是（　　）

A．1　　B．0，1　　C．1，2　　D．0，1，2

【答案】*A*

【分析】此题可先根据一元一次不等式解出 x 的取值，根据 x 是正整数解得出 x 的可能取值.

【解答】解：∵不等式 $x-2<0$ 的解集是 $x<2$,

∴其正整数解是 1.

故选：*A*.

【点评】本题考查了不等式的解法，并会根据未知数的范围确定它所满足的特殊条件的值.一般方法是先解不等式，再根据解集求其特殊值.

8. （2 分）在平面直角坐标系中，点 P（2，1）关于原点对称的点在（　　）

A．第一象限　　B．第二象限　　C．第三象限　　D．第四象限

【答案】*C*

【分析】本题比较容易，考查平面直角坐标系中任意一点 P（x，y），关于原点的对称点是（$-x$，$-y$），即关于原点的对称点，横、纵坐标都变成相反数.

【解答】解：根据中心对称的性质，得：

点 P（2，1）关于原点对称的点是（-2，-1），则这点在第三象限.

故选：*C*.

【点评】这一类题目是需要识记的基础题，解决的关键是对知识点的正确记忆，同时能够根据点的坐标符号确定点所在的象限.

9. （2 分）抛物线 $y=(x-2)^2$ 的顶点坐标是（　　）

A. （2，0）　　B. （－2，0）　　C. （0，2）　　D. （0，－2）

【答案】*A*

【分析】已知抛物线 $y=(x-2)^2$ 是顶点式，直接写出顶点坐标.

【解答】解：因为抛物线 $y=(x-2)^2$ 是顶点式，顶点坐标是（2，0）.

故选：*A*.

【点评】考查抛物线的顶点式定义的应用.

10. （2 分）若 $\angle\alpha=20°$，则 $\angle\alpha$ 的补角等于（　　）

A. 20°　　B. 70°　　C. 110°　　D. 160°

【答案】*D*

【分析】根据补角的定义计算.

【解答】解：互补即两角的和为 180°，若 $\angle\alpha=20°$，

则 $\angle\alpha$ 的补角等于 $180°-20°=160°$.

故选：*D*.

【点评】根据互补即两角的和为 180°来计算.

11. （2 分）在比例尺是 1：8000 的南京市城区地图上，太平南路的长度约为 25*cm*，它的实际长度约为（　　）

A．320*cm*　　B．320*m*　　C．2000*cm*　　D．2000*m*

【答案】*D*

【分析】根据比例尺＝图上距离：实际距离，列比例式，根据比例的基本性质即可求得结果.

【解答】解：设它的实际长度为 *x*，则：

$$\frac{1}{8000}=\frac{25}{x}$$

$x=200000cm=2000m$.

故选：*D*.

【点评】能够根据比例尺灵活计算，注意单位的换算问题.

12. （2 分）用两个边长为 *a* 的等边三角形纸片拼成的四边形是（　　）

A．等腰梯形　　B．正方形　　C．矩形　　D．菱形

【答案】*D*

【分析】由于两个等边三角形的边长都相等，则得到的四边形的四条边也相等，即是菱形.

【解答】解：由题意可得：得到的四边形的四条边相等，即是菱形.

故选：*D*.

【点评】本题利用了菱形的概念：四边相等的四边形是菱形.

13. （2 分）在 Rt△*ABC* 中，∠*C*＝90°，如果 *AB*＝2，*BC*＝1，那么 sin*A* 的值是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$　　C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

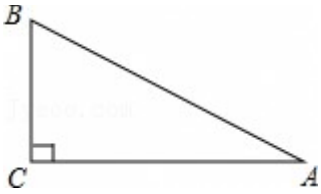
【答案】*A*

【分析】本题可画出三角形，结合图形运用三角函数定义求解.

【解答】解：由题意得：

$\sin A=\frac{BC}{AB}=\frac{1}{2}$.

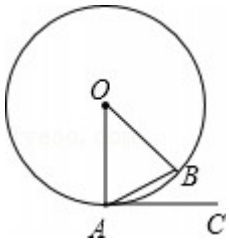
故选：*A*.



【点评】此题考查了三角函数的定义．可借助图形分析，确保正确率.

14. （2 分）如图，*A*，*B* 是⊙*O* 上的两点，*AC* 是⊙*O* 的切线，∠*B*＝70°，则∠*BAC* 等于（

）



A．70°　　B．35°　　C．20°　　D．10°

【答案】C

【分析】欲求$\angle BAC$，由AC是⊙O的切线知道$\angle OAC=90°$，又可推知$\angle OAB=\angle B=70°$，则$\angle BAC=\angle OAC-\angle OAB$可求.

【解答】解：$\because OA=OB$,

$\therefore \angle B=\angle OAB=70°$,

$\because AC$是⊙O的切线,

$\therefore OA\perp AC$,

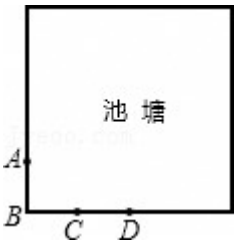
则$\angle BAC=20°$.

故选：C.

【点评】本题主要考查了切线的性质及三角形内角和定理.

15．（2分）如图所示，边长为$12m$的正方形池塘的周围是草地，池塘边A，B，C，D处各有一棵树，且$AB=BC=CD=3m$，现用长$4m$的绳子将羊拴在一棵树上，为了使在草地上活动区域的面积最大，应将绳子拴在其中的一棵树上，为了使羊在草地上活动区域的面积

最大，应将绳子拴在（　　）



A．A处　　B．B处　　C．C处　　D．D处

【答案】B

【分析】分别把A、B、C、D这四个点为圆心的扇形面积算出来，再进行比较即可选择出

B.

【解答】解：①$S_A=\frac{1}{2}\pi\times4^2+\frac{1}{4}\pi\times1^2=\frac{33}{4}\pi$（$m^2$）；

②$S_B=\frac{3}{4}\pi\times4^2=12\pi$（$m^2$）；

③$S_C=\frac{1}{2}\pi\times4^2+\frac{1}{4}\times\pi\times1^2=\frac{33}{4}\pi$（$m^2$）；

④$S_D=\frac{1}{2}\pi\times4^2=8\pi$（$m^2$）．

所以选B.

【点评】主要考查了扇形的面积计算．这个公式要牢记，面积公式：$S=\frac{n\pi r^2}{360}$.

二、填空题（共5小题，每小题2分，满分10分）

16．（2分）化简：$\frac{a}{a-b}-\frac{b}{a-b}=$__1__.

【答案】见试题解答内容

【分析】原式利用同分母分式的减法法则计算即可.

【解答】解：原式=$\frac{a-b}{a-b}$=1,

故答案为：1

【点评】此题考查了分式的加减法，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

17. （2分）分解因式：$3x^2-3$=__3（x+1）（x－1）__.

【答案】见试题解答内容

【分析】首先提取公因式3，然后运用平方差公式继续进行因式分解.

【解答】解：$3x^2-3$,

=3（x^2-1）,

=3（x+1）（x－1）.

【点评】本题考查提公因式法，公式法分解因式，注意：这里的公因式是数字3，因式分解要进行彻底.

18. （2分）写出一个无理数，使它与$\sqrt{2}$的积是有理数：__$3\sqrt{2}$__.

【答案】见试题解答内容

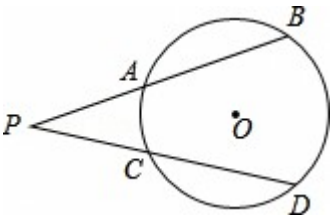
【分析】根据平方根的定义，$\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$是有理数，于是可知$3\sqrt{2}$，$4\sqrt{2}$，$-5\sqrt{2}$…与$\sqrt{2}$的积均为有理数.

【解答】解：∵无理数的平方是有理数，

∴$3\sqrt{2}$，$4\sqrt{2}$，$-5\sqrt{2}$…等与$\sqrt{2}$相乘，结果都是有理数.

【点评】此题主要考查了无理数的定义和性质，解题时因为任何无理数都是它本身的有理化因式，据此构造合适的无理数即可.

19．（2 分）如图，割线 PAB 与⊙O 交于点 A、B，割线 PCD 与⊙O 交于点 C、D，$PA=PC$，$PB=3cm$，则 $PD=$ 3 cm.



【答案】见试题解答内容

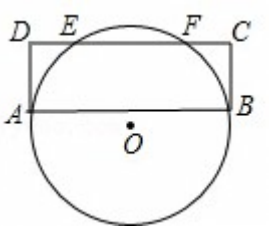
【分析】根据割线定理得 $PA\cdot PB=PC\cdot PD$，已知 $PA=PC$ 从而可得到 $PB=PD$.

【解答】解：∵$PA\cdot PB=PC\cdot PD$，$PA=PC$，$PB=3cm$

∴$PB=PD=3cm$.

【点评】此题主要考查割线定理的运用.

20．（2 分）如图，矩形 $ABCD$ 与⊙O 交于点 A、B、F、E，$DE=1cm$，$EF=3cm$，则 $AB=$ 5 cm.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据轴对称性易求 CD 长，$AB=CD$.

【解答】解：$\because DE=1$，$\therefore CF=1$，

$\because EF=3$，$\therefore DC=5$，

$\therefore AB=5$.

【点评】本题要综合利用垂径定理和矩形的性质来计算，所以学生学过的知识要会联系起来.

三、解答题（共 13 小题，满分 80 分）

21. （5 分）计算：$\frac{2}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{12}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】先分母有理化，化简二次根式，再合并同类二次根式.

【解答】解：原始$=2(2+\sqrt{3})-2\sqrt{3}=4$.

【点评】此题主要考查二次根式的运算，注意正确确定有理化因式是解题关键.

22. （5 分）解不等式组$\begin{cases}2(x-1)\leq 3x+1\\ \frac{x}{3}<\frac{x+1}{4}\end{cases}$．

【答案】见试题解答内容

【分析】先求出①的解集，再求出②的解集，求两者的公共部分．

【解答】解：由①得，$2x-2\leqslant 3x+1$

所以$x\geqslant -3$

由②得，$4x<3x+3$

所以$x<3$

因此解集为$-3\leqslant x<3$．

【点评】注意各个不等式的解集的公共部分就是这个不等式组的解集．

23. （5 分）已知方程$5x^2+kx-10=0$的一个根是-5，求它的另一个根及k的值．

【答案】见试题解答内容

【分析】根据根与系数的关系得到两根之积$=\frac{-10}{5}=-2$，可以算出另一根，然后利用两根之和为$-\frac{k}{5}$可求得k．

【解答】解：设方程的另一根是x_1，

那么$-5x_1=-2$，

$\therefore x_1=\frac{2}{5}$．

又∵$\frac{2}{5}$+（－5）=-$\frac{k}{5}$，

∴k＝－5[$\frac{2}{5}$+（－5）]＝23.

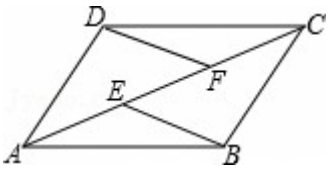
答：方程的另一根是$\frac{2}{5}$，k的值是23.

【点评】用到的知识点为：一元二次方程的两根之和为-$\frac{b}{a}$，两根之积为$\frac{c}{a}$.

24. （5分）已知：如图，E、F是平行四边形$ABCD$的对角线AC上的两点，AE＝CF.

求证：（1）△ADF≌△CBE；

（2）EB∥DF.



【答案】见试题解答内容

【分析】要证△ADF≌△CBE，因为AE＝CF，则两边同时加上EF，得到AF＝CE，又因为$ABCD$是平行四边形，得出AD＝CB，∠DAF＝∠BCE，从而根据SAS推出两三角形全等，由全等可得到∠DFA＝∠BEC，所以得到DF∥EB.

【解答】证明：（1）∵AE＝CF，

∴AE+EF＝CF+FE，即AF＝CE.

又$ABCD$是平行四边形，

∴AD＝CB，AD∥BC.

∴∠DAF＝∠BCE.

在△ADF与△CBE中$\begin{cases} AF=CE \\ AD=CB \\ \angle DAF=\angle BCE \end{cases}$,

∴△ADF≌△CBE（SAS）.

（2）∵△ADF≌△CBE,

∴∠DFA＝∠BEC.

∴DF∥EB.

【点评】本题考查三角形全等的判定方法，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、AAS、ASA、HL.

注意：AAA、SSA不能判定两个三角形全等，判定两个三角形全等时，必须有边的参与，若有两边一角对应相等时，角必须是两边的夹角.

25. （5分）江北水厂为了了解某小区居民的用水情况，随机抽查了该小区10户家庭的月用水量，结果如下：

（1）计算这10户家庭该月平均用水量；

（2）如果该小区有500户家庭，根据上面的计算结果，估计该小区居民每月共用水多少立方米?

月用水量（吨）	10	13	14	17	18
户　　数	2	2	3	2	1

【答案】见试题解答内容

【分析】根据平均数的概念计算，并用样本平均数去计算该小区居民每月用水量.

【解答】解：（1）这 10 户家庭月平均用水＝（10×2+13×2+14×3+17×2+18）÷10＝14（m^3）；

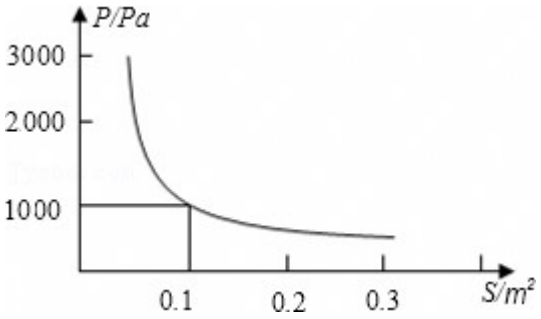
（2）该小区每月用水＝14×500＝7000（m^3）.

【点评】本题考查了平均数的计算和用样本估计总体的知识.

26. （6 分）在压力不变的情况下，某物体承受的压强 P（pa）是它的受力面积 Sm^2 的反比例函数，其图象如图所示.

（1）求 P 与 S 之间的函数关系式;

（2）求当 $S=0.5m^2$ 时物体承受的压强 P.



【答案】见试题解答内容

【分析】观察图象易知 p 与 S 之间的是反比例函数关系，所以可以设 $P=\frac{k}{S}$，依据图象上点 A 的坐标可以求得 p 与 S 之间的函数关系式.

【解答】解：（1）设 $P=\frac{K}{S}$，

∵点（0.1，1000）在这个函数的图象上，

$\therefore 1000=\frac{k}{0.1}$，

$\therefore k=100$，

$\therefore p$ 与 S 的函数关系式为 $p=\frac{100}{S}$；

（2）当 $S=0.5m^2$ 时，$p=\frac{100}{0.5}=200$（pa）.

【点评】现实生活中存在大量成反比例函数的两个变量，解答该类问题的关键是确定两个变量之间的函数关系，然后利用待定系数法求出它们的关系式.

27. （6 分）（1）如果二次函数 $y=x^2-2x+c$ 的图象经过点（1，2），求这个二次函数的解

析式，并写出该函数图象的对称轴；

（2）图象的对称轴是 y 轴的二次函数有无数个．试写出两个不同的二次函数解析式，使这两个函数图象的对称轴是 y 轴．

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）将（1，2）代入 $y=x^2-2x+c$ 即可求出 c 的值；

（2）写出一次项系数为 0 的二次函数的解析式即可．

【解答】解：（1）将（1，2）代入 $y=x^2-2x+c$，

得 $2=1^2-2+c$，

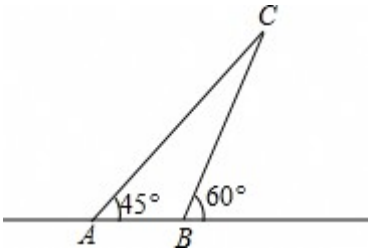
解得 $c=3$．

故这个二次函数的解析式为 $y=x^2-2x+3$，对称轴为 $x=-\frac{b}{2a}=-\frac{-2}{2}=1$；

（2）一次项系数为 0 的二次函数的解析式：$y=x^2+3$，$y=2x^2+6$ 等均可，答案不唯一．

【点评】此题考查了用待定系数法求二次函数解析式和对二次函数性质的掌握情况，有一定的开放性，但难度不大．

28．（6 分）如图，天空中有一个静止的广告气球 C，从地面 A 点测得 C 点的仰角为 45°，从地面 B 点测得 C 点的仰角为 60°．已知 $AB=20m$，点 C 和直线 AB 在同一铅垂平面上，求气球离地面的高度（结果保留根号）．



【答案】见试题解答内容

【分析】过点 C 作 $CD\perp AB$，交 AB 于点 D；设 $AD=x$．本题涉及到两个直角三角形△ADC、△BDC，应利用其公共边 AD 构造等量关系，解三角形可得 AD 与 BD 与 x 的关系；借助 $AB=AD-BD$ 构造方程关系式，进而可求出答案.

【解答】解：过点 C 作 $CD\perp AB$，交 AB 于点 D；设 $CD=x$,

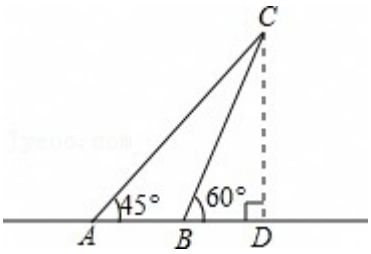
在 Rt△ADC 中，有 $AD=\frac{CD}{\tan 45°}=CD=x$,

在 Rt△BDC 中，有 $BD=\frac{CD}{\tan 60°}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$,

又有 $AB=AD-BD=20$；即 $x-\frac{\sqrt{3}}{3}x=20$,

解可得：$x=10(3+\sqrt{3})$，

答：气球离地面的高度 CD 为 $10(3+\sqrt{3})$ 米.



【点评】本题考查俯角、仰角的定义，要求学生能借助俯角、仰角构造直角三角形并结合

图形利用三角函数解直角三角形.

29. （6 分）某地举办乒乓球比赛的费用 y（元）包括两部分：一部分是租用比赛场地等固定不变的费用 b，另一部分与参赛的人数 x（人）成正比，当 $x=20$ 时，$y=1600$，当 $x=30$ 时，$y=2000$.

（1）求 y 与 x 之间的函数关系式；

（2）如果有 50 名运动员参赛，且全部费用由运动员分摊，那么每名运动员需支付多少元?

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由于当 $x=20$ 时，$y=1600$，当 $x=30$ 时，$y=2000$，根据待定系数法列方程，求函数关系式；

（2）先根据函数解析式求出有 50 名运动员参赛时的比赛总费用，再分摊给 50 名运动员即可.

【解答】解：（1）设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），

则 $\begin{cases}20k+b=1600\\30k+b=2000\end{cases}$

解之得 $\begin{cases}k=40\\b=800\end{cases}$

所以 y 与 x 的函数关系式为 $y=40x+800$；

（2）当 $x=50$ 时，$y=40\times50+800=2800$，

因为全部费用由运动员分摊，

所以 $\frac{2800}{50}=56$（元），

答：每名运动员需支付 56 元.

【点评】本题是贴近社会生活的应用题，赋予了生活气息，使学生真切地感受到“数学来源于生活”，体验到数学的“有用性”．这样设计体现了《新课程标准》的“问题情景－建立模型－解释、应用和拓展”的数学学习模式.

30．（7 分）我们知道：如果两个三角形不仅是相似三角形，而且每对对应点所在的直线都经过同一个点，那么这两个三角形叫做位似三角形，它们的相似比又称为位似比，这个点叫做位似中心．利用三角形的位似可以将一个三角形缩小或放大.

（1）选择：如图 1，点 O 是等边三角形 PQR 的中心，P'、Q'、R' 分别是 OP、OQ、OR 的中点，则 $\triangle P'Q'R'$ 与 $\triangle PQR$ 是位似三角形．此时，$\triangle P'Q'R'$ 与 $\triangle PQR$ 的位似比、位似中心分别为___（D）___；

（A）2、点 P，（B）$\frac{1}{2}$、点 P，（C）2、点 O，（D）$\frac{1}{2}$、点 O；

（2）如图 2，用下面的方法可以画 $\triangle AOB$ 的内接等边三角形．阅读后证明相应问题.

画法：

①在△AOB内画等边三角形CDE，使点C在OA上，点D在OB上；

②连接OE并延长，交AB于点E'，过点E'作$E'C'\parallel EC$，交OA于点C'，作$E'D'\parallel ED$，交OB于点D'；

③连接$C'D'$，则△$C'D'E'$是△AOB的内接三角形.

求证：△$C'D'E'$是等边三角形.

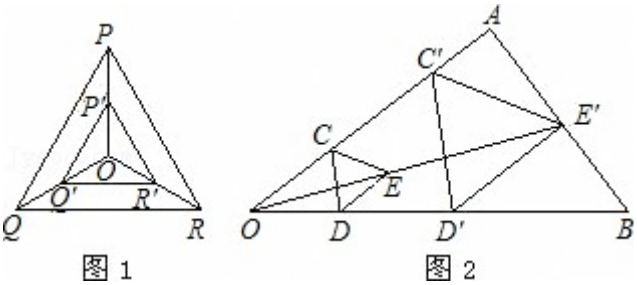


图1　　图2

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据中位线定理可知，△$P'Q'R'$∽△PQR，且相似比是1：2，所以位似比是1：2，位似中心为点O；

（2）根据作法可知：$E'C'\parallel EC$，$E'D'\parallel ED$，可证得△OCE∽△$OC'E'$，△ODE∽△$OD'E'$，根据相似可证的对应边的比相等，对应角相等，即可根据对应边的比成比例且夹角相等的三角形相似，可证得△CDE∽△$C'D'E'$，即可得结果.

【解答】（1）解：选择D.

∵△$P'Q'R'$∽△PQR，且相似比是1：2，

∴位似比是 1：2，位似中心为点 O.

故选 D;

（2）证明：∵$E'C' \parallel EC$，$E'D' \parallel ED$,

∴$\triangle OCE \backsim \triangle OC'E'$，$\triangle ODE \backsim \triangle OD'E'$

∴CE：$C'E'=OE$：OE'，DE：$D'E'=OE$：OE'，$\angle CEO=\angle C'E'O$，$\angle DEO=\angle D'E'O$

∴CE：$C'E'=DE$：$D'E'$，$\angle CED=\angle C'E'D'$

∴$\triangle CDE \backsim \triangle C'D'E'$

∵$\triangle CDE$ 是等边三角形,

∴$\triangle C'D'E'$是等边三角形.

【点评】此题考查了学生的应用能力，考查了相似三角形的判定与性质，考查了位似图形与相似图形的关系：位似是相似的特殊形式.

31. （7 分）某商店在“端午节”到来之际，以 2400 元购进一批盒装粽子，节日期间每盒按进价增加 20%作为售价，售出了 50 盒．节日过后每盒以低于进价 5 元作为售价，售完余下的粽子，整个买卖过程共盈利 350 元，求每盒粽子的进价.

【答案】见试题解答内容

【分析】本题可设每盒粽子的进价为 x 元，则一共进了$\frac{2400}{x}$盒粽子，其中 50 盒每盒赚

20%x 元，剩下的每盒赔 5 元，最后整个买卖过程共盈利 350 元，从而可列出方程，求出答案.

【解答】解：设每盒粽子的进价为 x 元，

由题意得 $20\%x\times50-(\frac{2400}{x}-50)\times5=350$

化简得 $x^2-10x-1200=0$

解方程得 $x_1=40$，$x_2=-30$

经检验 $x_1=40$，$x_2=-30$ 都是原方程的解，但 $x_2=-30$ 不合题意，舍去.

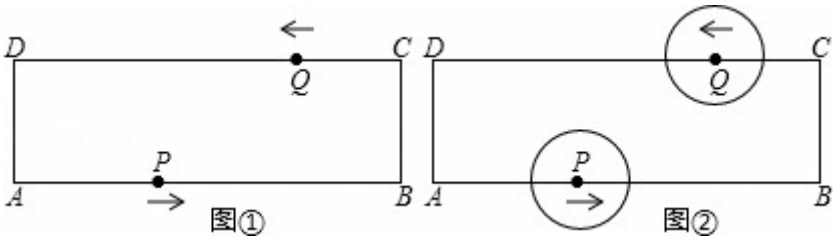
答：每盒粽子的进价为 40 元.

【点评】此类题目的关键在分析各量之间的关系，进而结合方程解决问题，另外还要注意解的合理性，从而确定取舍.

32. （9 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=20cm$，$BC=4cm$，点 P 从 A 开始沿折线 $A-B-C-D$ 以 $4cm/s$ 的速度移动，点 Q 从 C 开始沿 CD 边以 $1cm/s$ 的速度移动，如果点 P、Q 分别从 A、C 同时出发，当其中一点到达 D 时，另一点也随之停止运动．设运动时间为 t（s）.

（1）t 为何值时，四边形 $APQD$ 为矩形；

（2）如图，如果⊙P 和⊙Q 的半径都是 $2cm$，那么 t 为何值时，⊙P 和⊙Q 外切.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）四边形 $APQD$ 为矩形，也就是 $AP=DQ$，分别用含 t 的代数式表示，解即可；

（2）主要考虑有四种情况，一种是 P 在 AB 上，一种是 P 在 BC 上时．一种是 P 在 CD 上时，又分为两种情况，一种是 P 在 Q 右侧，一种是 P 在 Q 左侧．并根据每一种情况，找出相等关系，解即可．

【解答】解：（1）根据题意，当 $AP=DQ$ 时，四边形 $APQD$ 为矩形．此时，$4t=20-t$，解得 $t=4$（s）．

答：t 为 4 时，四边形 $APQD$ 为矩形；

（2）当 $PQ=4$ 时，$\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切．

①如果点 P 在 AB 上运动．只有当四边形 $APQD$ 为矩形时，$PQ=4$．由（1），得 $t=4$（s）；

②如果点 P 在 BC 上运动．此时 $t\geqslant 5$，则 $CQ\geqslant 5$，$PQ\geqslant CQ\geqslant 5>4$，$\therefore \odot P$ 与 $\odot Q$ 外离；

③如果点 P 在 CD 上运动，且点 P 在点 Q 的右侧．可得 $CQ=t$，$CP=4t-24$．当 $CQ-CP=4$ 时，$\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切．此时，$t-(4t-24)=4$，解得 $t=\frac{20}{3}(s)$；

④如果点 P 在 CD 上运动，且点 P 在点 Q 的左侧．当 $CP-CQ=4$ 时，$\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切．

此时，$4t-24-t=4$，

解得 $t=\frac{28}{3}(s)$，

∵点 P 从 A 开始沿折线 $A-B-C-D$ 移动到 D 需要 $11s$，点 Q 从 C 开始沿 CD 边移动到 D 需要 $20s$，而 $\frac{28}{3}<11$，

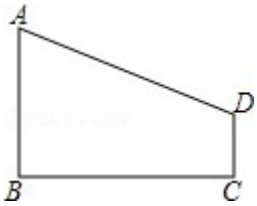
∴当 t 为 $4s$，$\frac{20}{3}s$，$\frac{28}{3}s$ 时，$\odot P$ 与 $\odot Q$ 外切．

【点评】考虑两圆外切时，要注意两圆的圆心距等于两圆的半径之和，大于的话就说明外离，小于的话就说明相交；还有要注意求出的 t 的值不能超过两点运动到 D 点的最小值，否则就不存在．

33．（8 分）如图，$AB\perp BC$，$DC\perp BC$，垂足分别为 B、C．

（1）当 $AB=4$，$DC=1$，$BC=4$ 时，在线段 BC 上是否点 P，使 $AP\perp PD$？如果存在求线段 BP 的长；如果不存在，请说明理由；

（2）设 $AB=a$，$DC=b$，$AD=c$，那么当 a、b、c 之间满足什么关系时，在直线 BC 上存在点 P，使 $AP\perp PD$．



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）△ABP∽△PCD得出∠BPA+∠DPC＝90°，即∠APD＝90°，求出BP的长；

（2）过D作DE⊥AB于E，根据勾股定理用a、b、c表示出BC的长，再根据（1）的结论得出关于x的方程，利用一元二次方程跟的判别式即可求解.

【解答】解：（1）存在.

如图所示，AP⊥PD,

∴∠APD＝90°,

∴∠APB+∠DPC＝90°,

又∵DC⊥BC,

∴∠DCP＝90°,

∴∠PDC+∠DPC＝90°,

∴∠APB＝∠PDC,

∵∠B＝∠C,

∴△ABP∽△PCD,

设 $BP=x$，则 $CP=4-x$，

$\therefore \frac{AB}{PC}=\frac{BP}{CD}$，即 $4:(4-x)=x:1$，

即 $x(4-x)=4$，

$\therefore x^2-4x+4=0$，

即 $(x-2)^2=0$，

得出 $x=2$，即 $BP=2$；

（2）过 D 作 $DE\perp AB$ 于 E，

易得 $DC=BE=b$，$AE=a-b$，$BC=DE=\sqrt{AD^2-(AB-CD)^2}=\sqrt{c^2-(a-b)^2}$，

由（1）得 $\triangle ABP\backsim\triangle PCD$，设 $PC=x$，

则 $\frac{x}{a}=\frac{b}{\sqrt{c^2-(a-b)^2}-x}$，

化简得方程：$x^4-(c^2-a^2-b^2)x^2+a^2b^2=0$，

若存在点 P，则方程有实数根，

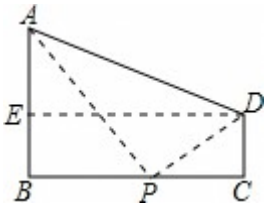
$\therefore \triangle=(c^2-a^2-b^2)^2-4a^2b^2=(c^2-a^2-b^2+2ab)(c2-a^2-b^2-2ab)=[(c^2-(a-b)^2][c^2-(a+b)^2]\geqslant 0$，

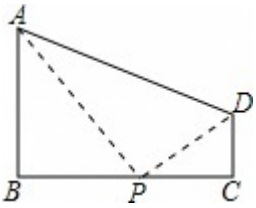
$\because c>a-b$，

$\therefore c^2-(a+b)^2\geqslant 0$,

$\therefore c\geqslant a+b$,

$\therefore$当 $c\geqslant a+b$ 时，在直线 BC 上存在点 P，使 $AP\perp PD$.





【点评】本题可以假设存在，根据相似三角形的性质得出比例式，找出 P 点.