参考答案

2005 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	B	C		A	D	B	C	A	A	C	C
题号	12										
答案	D										

一、选择题（共 12 小题，每小题 2 分，满分 24 分）

1. （2 分）如果 a 与 -2 互为倒数，那么 a 是（　　）

A. -2　　B. $-\frac{1}{2}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. 2

【答案】B

【分析】根据乘积是 1 的两个数叫做互为倒数解答.

【解答】解：∵a 与 -2 互为倒数，

∴a 是$-\frac{1}{2}$.

故选：B.

【点评】本题考查了倒数的定义，倒数的定义：若两个数的乘积是 1，我们就称这两个数互为倒数．是基础题，熟记概念是解题的关键.

2. （2 分）比 – 1 大 1 的数是（　　）

A. – 2　　B. – 1　　C. 0　　D. 1

【答案】*C*

【分析】此题非常简单，大几即在原数的基础上加几.

【解答】解：比 – 1 大 1 的数是 – 1+1＝0. 故选 *C*.

【点评】此题也可画出数轴，根据数轴上点的位置来解答.

3. （2 分）计算 $x^3 \cdot x^2$ 的结果是（　　）

A. x^3　　B. x^5　　C. x^2　　D. x

【答案】见试题解答内容

【解答】*B*

【分析】本题考查了同底数幂乘法. 根据同底数幂乘法运算法则进行计算即可.

【详解】解：$x^3 \cdot x^2 = x^5$.

故选：*B*.

4. （2 分）9 的算术平方根是（　　）

A. 3　　B. – 3　　C. 81　　D. – 81

【答案】*A*

【分析】一般地说，若一个非负数 x 的平方等于 a，即 $x^2=a$，则这个数 x 叫做 a 的算术平方根．根据算术平方根的定义可知，一个非负数的算术平方根一定是非负数，由此即可求出 9 的算术平方根.

【解答】解：∵$3^2=9$,

∴9 的算术平方根是 3.

故选：*A*.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义，易错点正确区别算术平方根与平方根的定义.

5. （2 分）反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的图象位于（　　）

A．第一、二象限　　B．第三、四象限

C．第一、三象限　　D．第二、四象限

【答案】*D*

【分析】根据反比例函数的图象和性质，$k=-2<0$，函数位于二、四象限.

【解答】解：$y=-\frac{2}{x}$ 中 $k=-2<0$,

根据反比例函数的性质，图象位于第二、四象限.

故选：*D*.

【点评】本题考查了反比例函数的性质：①、当 $k>0$ 时，图象分别位于第一、三象限；

当 $k<0$ 时，图象分别位于第二、四象限.

②、当 $k>0$ 时，在同一个象限内，y 随 x 的增大而减小；当 $k<0$ 时，在同一个象限，y 随 x 的增大而增大.

6. （2 分）二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的最小值是（　　）

A. -2　　B. 2　　C. -1　　D. 1

【答案】*B*

【分析】考查对二次函数顶点式的理解. 抛物线 $y=(x-1)^2+2$ 开口向上，有最小值，顶点坐标为（1，2），顶点的纵坐标 2 即为函数的最小值.

【解答】解：根据二次函数的性质，当 $x=1$ 时，二次函数 $y=(x-1)^2+2$ 的最小值是 2.

故选：*B*.

【点评】求二次函数的最大（小）值有三种方法，第一种可由图象直接得出，第二种是配方法，第三种是公式法.

7. （2 分）在比例尺为 1：40 000 的工程示意图上，将于 2005 年 9 月 1 日正式通车的南京地铁一号线（奥体中心至迈皋桥段）的长度约为 54.3*cm*，它的实际长度约为（　　）

A. 0.2172*km*　　B. 2.172*km*　　C. 21.72*km*　　D. 217.2*km*

【答案】*C*

【分析】比例尺＝图上距离：实际距离，按题目要求解答即可.

【解答】解：根据比例尺＝图上距离：实际距离，

得：它的实际长度为 54.3×40 000＝2 172000（*cm*）＝21.72（*km*），

故选：*C*.

【点评】理解比例尺的概念，掌握计算方法，但要注意单位的转换.

8. （2 分）下列四个几何体中，主视图、左视图与俯视图是全等图形的几何体是（　　）

A．球　　B．圆柱　　C．三棱柱　　D．圆锥

【答案】*A*

【分析】主视图、左视图、俯视图是分别从物体正面、正面和上面看，所得到的图形.

【解答】解：*A*、球的三视图是相等圆形，故 *A* 符合题意；

B、圆柱的三视图分别为长方形，长方形，圆，故 *B* 不符合题意；

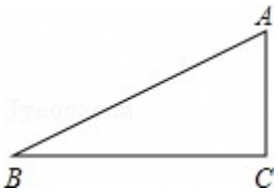
C、三棱柱三视图分别为长方形，长方形，三角形，故 *C* 不符合题意；

D、圆锥的三视图分别为三角形，三角形，圆及圆心，故 *D* 不符合题意.

故选：*A*.

【点评】本题考查了几何体的三种视图，注意所有的看到的棱都应表现在三视图中.

9. （2 分）如图，在△ABC 中，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，则 $\tan B$ 的值是（　　）



A. $\frac{3}{4}$　　B. $\frac{4}{3}$　　C. $\frac{3}{5}$　　D. $\frac{4}{5}$

【答案】A

【分析】先根据△ABC 的三边关系确定出其形状，再根据锐角三角函数的定义直接解答即可.

【解答】解：∵在△ABC 中，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，$3^2+4^2=5^2$，

∴△ABC 是直角三角形，且∠$C=90°$.

∴$\tan B=\frac{AC}{BC}=\frac{3}{4}$.

故选：A.

【点评】此题考查的是直角三角形的判定定理及锐角三角函数的定义，比较简单.

10. （2 分）随机掷一枚均匀的硬币两次，两次都是正面的概率是（　　）

A. $\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{4}$　　D. 无法确定

【答案】C

【分析】列举出所有情况，看两次都是正面的情况占总情况的多少即可.

【解答】解：随机掷一枚均匀的硬币两次，共 4 种情况：（正，正），（正，反），（反，正），（反，反）；

两次都是正面是其中的一种情况；

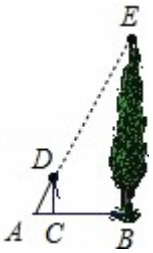
所以两次都是正面的概率是$\frac{1}{4}$.

故选：*C*.

【点评】此题考查概率的求法.

如果一个事件有 *n* 种可能，而且这些事件的可能性相同，其中事件 *A* 出现 *m* 种可能，那么事件 *A* 的概率 *P*（*A*）=$\frac{m}{n}$.

11. （2 分）如图，身高为 1.6*m* 的某学生想测量一棵大树的高度，她沿着树影 *BA* 由 *B* 到 *A* 走去，当走到 *C* 点时，她的影子顶端正好与树的影子顶端重合，测得 *BC*＝3.2*m*，*CA*＝0.8*m*，则树的高度为（　　）



A．4.8*m*　　B．6.4*m*　　C．8*m*　　D．10*m*

【答案】*C*

【分析】利用相似三角形对应线段成比例解题.

【解答】解：因为人和树均垂直于地面，所以和光线构成的两个直角三角形相似，

设树高 x 米，则 $\frac{AC}{AB}=\frac{1.6}{x}$，

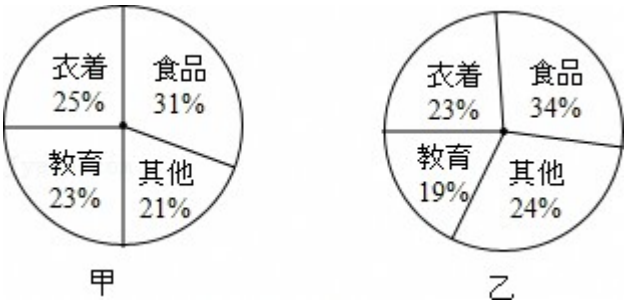
即 $\frac{0.8}{0.8+3.2}=\frac{1.6}{x}$

$\therefore x=8$

故选：C.

【点评】此题主要考查相似三角形中的对应线段成比例.

12. （2 分）如图所示是甲、乙两户居民家庭全年支出费用的扇形统计图，根据统计图，下面对全年食品支出费用判断正确的是（　　）



A．甲户比乙户多　　B．乙户比甲户多

C．甲、乙两户一样多　　D．无法确定哪一户多

【答案】D

【分析】根据扇形图的定义，本题中的总量不明确，所以在两个图中无法确定哪一户多.

【解答】解：因为两个扇形统计图的总体都不明确，

所以A、B、C都错误，

故选：D.

【点评】本题考查的是扇形图的定义．利用圆和扇形来表示总体和部分的关系用圆代表总体，圆中的各个扇形分别代表总体中的不同部分，扇形的大小反映部分占总体的百分比的大小，这样的统计图叫做扇形统计图.

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

13. （3 分）$\sqrt{10}$在两个连续整数a和b之间，且$a<\sqrt{10}<b$，那么$a=$__3__，$b=$__4__.

【答案】见试题解答内容

【分析】由于$9<10<16$，由此可以估计$\sqrt{10}$的近似值，然后就可以得出a，b的值.

【解答】解：由于$9<10<16$，

所以$3<\sqrt{10}<4$，

故$a=3$，$b=4$.

故填空答案：3，4.

【点评】此题主要考查了无理数的估算能力，现实生活中经常需要估算，估算应是我们具备的数学能力，“夹逼法”是估算的一般方法，也是常用方法.

14. （3 分）写出一个一元二次方程，使这个方程都有一个根为 0，并且二次项系数都为 1：

$x^2-x=0$.

【答案】见试题解答内容

【分析】由于所写方程都有一个根为 0，常数项为 0 即可．按要求二次项系数必须都为 1，而一次项系数为随意一常数就行.

【解答】解：∵方程都有一个根为 0,

根据两根之积公式可得方程中常数项必须为 0,

又∵二次项系数都为 1,

∴方程可写为 $x^2-x=0$.

故答案为：$x^2-x=0$.

【点评】此题为一开放性题目，答案不唯一，答案只要符合题意就行.

15. （3 分）如果两个相似三角形的相似比是 1：2，则其对应的面积比是 1：4 .

【答案】1：4.

【分析】根据相似三角形的面积比等于相似比的平方即可得解.

【解答】解：∵两个相似三角形的相似比是 1：2,

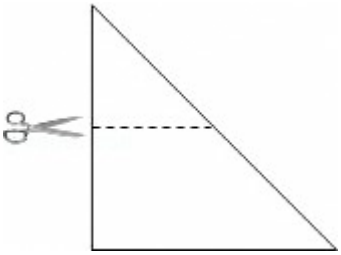
∴它们的面积比是 1：4.

故答案为：1：4.

【点评】此题主要考查相似三角形的性质：相似三角形的面积比等于相似比的平方.

16. （3 分）如图，将一张等腰直角三角形纸片沿中位线剪开可以拼成不同形状的四边形，

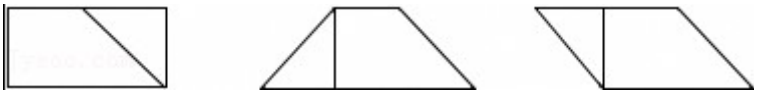
请写出其中一种四边形的名称 平行四边形或等腰梯形或矩形 .



【答案】见试题解答内容

【分析】让相等边重合，动手操作看拼合的形状即可.

【解答】解：



如图：可知可拼成平行四边形、等腰梯形和矩形三种不同的形状.

故答案为：平行四边形或等腰梯形或矩形.

【点评】这是一道生活联系实际的问题，不仅要用到等腰直角三角形及其中位线的性质、

等腰梯形、矩形的性质、还锻炼了学生的动手能力.

三、解答题（共 12 小题，满分 84 分）

17. （6 分）计算：$\frac{a^2-1}{a^2+2a+1}\div\frac{a^2-a}{a+1}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】分式的除法计算首先要转化为乘法运算，然后对式子进行化简，化简的方法就是把分子、分母进行分解因式，然后进行约分.

【解答】解：原式$=\frac{(a+1)(a-1)}{(a+1)^2}\times\frac{a+1}{a(a-1)}=\frac{1}{a}$.

【点评】在完成此类化简题时，应先将分子、分母中能够分解因式的部分进行分解因式.有些需要先提取公因式，通过分解因式，把分子分母中能够分解因式的部分，分解成乘积的形式，然后找到其中的公因式约去.

18. （6分）解方程组：$\begin{cases}x-2y=0\\3x+2y=8\end{cases}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】此题用代入法较简单.

【解答】解：由（1），得$x=2y$.　　（3）

把（3）代入（2），得$3\cdot 2y+2y=8$,

解得$y=1$.

把$y=1$代入（3），得$x=2$.

∴原方程组的解是$\begin{cases}x=2\\y=1\end{cases}$.

【点评】一要注意方程组的解的定义;

二要熟练解方程组的基本方法：代入消元法和加减消元法.

19. （6 分）解不等式组$\begin{cases}2(x+2)\leq 3x+3\\ \frac{x}{3}<\frac{x+1}{4}\end{cases}$，并写出不等式组的整数解.

【答案】见试题解答内容

【分析】先求出不等式组中每个不等式的解集，然后求出其公共解集，最后求其整数解即可.

【解答】解：$\begin{cases}2(x+2)\leq 3x+3 & ①\\ \frac{x}{3}<\frac{x+1}{4} & ②\end{cases}$

解不等式①得 $x\geqslant 1$

解不等式②得 $x<3$

∴原不等式组的解集是 $1\leqslant x<3$

∴原不等式组的整数解是 1，2.

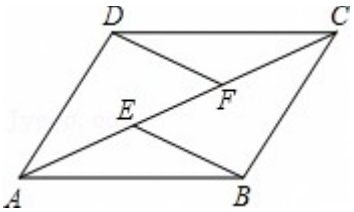
【点评】本题旨在考查不等式组的解法及整数解的确定．求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

20. （6 分）如图，E，F 是四边形 $ABCD$ 的对角线 AC 上两点，$AF=CE$，$DF=BE$，$DF\parallel BE$.

求证：

（1）△AFD≌△CEB；

（2）四边形$ABCD$是平行四边形.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）利用两边和它们的夹角对应相等的两三角形全等（SAS），这一判定定理容易证明△AFD≌△CEB.

（2）由△AFD≌△CEB，容易证明$AD=BC$且$AD\parallel BC$，可根据一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

【解答】证明：（1）∵$DF\parallel BE$，

∴∠DFE=∠BEF.

又∵$AF=CE$，$DF=BE$，

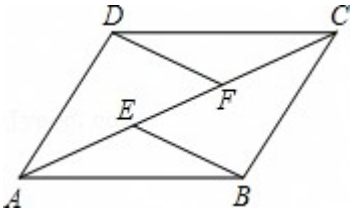
∴△AFD≌△CEB（SAS）.

（2）由（1）知△AFD≌△CEB，

∴∠DAC=∠BCA，$AD=BC$，

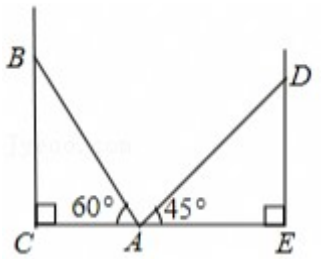
∴$AD\parallel BC$.

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形（一组对边平行且相等的四边形是平行四边形）.



【点评】此题主要考查了全等三角形的判定和平行四边形的判定，判定两个三角形全等的一般方法有：SSS、SAS、ASA、AAS、HL．平行四边形的判定，一组对边平行且相等的四边形是平行四边形.

21．（6 分）如图，在两面墙之间有一个底端在 A 点的梯子，当它靠在一侧墙上时，梯子的顶端在 B 点；当它靠在另一侧墙上时，梯子的顶端在 D 点．已知$\angle BAC=60°$，$\angle DAE=45°$，点 D 到地面的垂直距离 $DE=\sqrt{8}m$．求点 B 到地面的垂直距离 BC.



【答案】见试题解答内容

【分析】在 Rt△ADE 中，运用勾股定理可求出梯子的总长度，在 Rt△ABC 中，根据已知条件再次运用勾股定理可求出 BC 的长.

【解答】解：在 Rt△DAE 中，

∵∠DAE＝45°,

∴∠ADE＝∠DAE＝45°

AE＝DE=$\sqrt{8}$

∴AD^2＝AE^2+DE^2＝（$\sqrt{8}$）²+（$\sqrt{8}$）²＝16

∴AD＝4（m），即梯子的总长为 4m.

∴AB＝AD＝4（m）

在 Rt△ABC 中,

∵∠BAC＝60°,

∴∠ABC＝30°;

∴AC=$\frac{1}{2}AB$＝2;

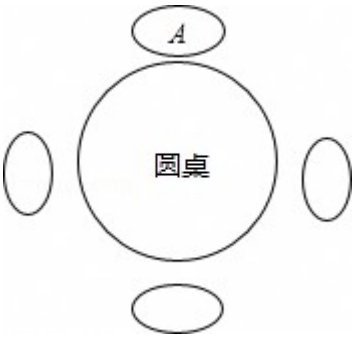
∴BC^2＝AB^2－AC^2＝4^2－2^2＝12;

∴BC=$\sqrt{12}$=2$\sqrt{3}$（m）;

∴点 B 到地面的垂直距离 BC=2$\sqrt{3}m$.

【点评】本题考查正确运用勾股定理的能力.

22. （6 分）一张圆桌旁有四个座位，A 先坐在如图所示的座位上，B、C、D 三人随机坐到其他三个座位上，求 A 与 B 不相邻而坐的概率.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据概率求法，找准两点：

①、全部情况的总数；

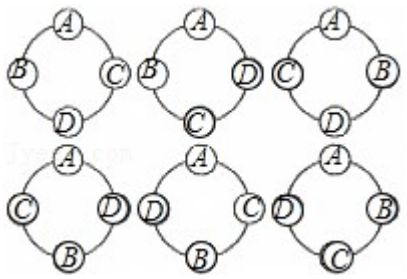
②、符合条件的情况数目．

二者的比值就是其发生的概率．

【解答】解：由于 A 的位置已经确定，B、C、D 随机而坐的情况共有 6 种（如图所示）：

6 种情况出现的可能性相同．其中 A 与 B 不相邻而坐的情况共有 2 种，所以所求概率是：

$P=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.



【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 n 种可能，而且这些事件的可能性相同，

其中事件 A 出现 m 种可能，那么事件 A 的概率 P（A）$=\frac{m}{n}$.

23. （8 分）某水果店有 200 个菠萝，原计划以 2.6 元/千克的价格出售，现在为了满足市场需要，水果店决定将所有的菠萝去皮后出售．以下是随机抽取的 5 个菠萝去皮前后相应的质量统计表（单位：千克）：

去皮前各菠萝的质量	1.0	1.1	1.4	1.2	1.3
去皮后各菠萝的质量	0.6	0.7	0.9	0.8	0.9

（1）计算所抽取的 5 个菠萝去皮前的平均质量和去皮后的平均质量，并估计这 200 个菠萝去皮前的总质量和去皮后的总质量.

（2）根据（1）的结果，要使去皮后这 200 个菠萝的销售总额与原计划的销售总额相同，那么去皮后的菠萝的售价应是每千克多少元?

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）随机抽取的 5 个菠萝的质量是一个样本，可以用这个样本的平均数去估计总体的平均数，从而求得总质量.

（2）去皮后这 200 个菠萝的销售总额与原计划的销售总额相同，先求得原计划的销售额，再根据去皮后的菠萝的售价＝销售额÷去皮后的总质量求解

【解答】解：（1）抽取的 5 个菠萝去皮前的平均质量为$\frac{1}{5}$（1.0+1.1+1.4+1.2+1.3）＝1.2（千克），

去皮后的平均质量为$\frac{1}{5}$（0.6+0.7+0.9+0.8+0.9）＝0.78（千克），

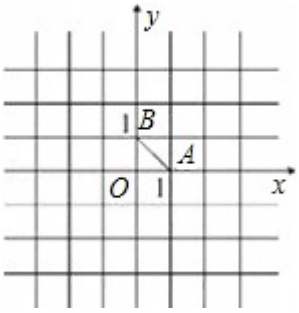
这 200 个菠萝去皮前的总质量为 1.2×200＝240（千克），

去皮后的总质量为 0.78×200＝156（千克）．

（2）原计划的销售额为 2.6×240＝624（元）．根据题意，得去皮后的菠萝的售价为 624÷156＝4（元/千克）．

【点评】本题考查从统计表中获取信息的能力，及统计中用样本估计总体的思想．

24．（6 分）如果将点 P 绕定点 M 旋转 180°后与点 Q 重合，那么称点 P 与点 Q 关于点 M 对称，定点 M 叫做对称中心．此时，M 是线段 PQ 的中点．如图，在直角坐标系中，△ABO 的顶点 A，B，O 的坐标分别为（1，0），（0，1），（0，0）．点列 P_1，P_2，P_3，…中的相邻两点都关于△ABO 的一个顶点对称：点 P_1 与点 P_2 关于点 A 对称，点 P_2 与点 P_3 关于点 B 对称，点 P_3 与点 P_4 关于点 O 对称，点 P_4 与点 P_5 关于点 A 对称，点 P_5 与点 P_6 关于点 B 对称，点 P_6 与点 P_7 关于点 O 对称…对称中心分别是 A，B，O，A，B，O，…，且这些对称中心依次循环．已知点 P_1 的坐标是（1，1），试求出点 P_2，P_7，P_{100} 的坐标．



【答案】见试题解答内容

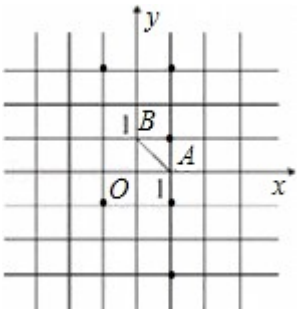
【分析】通过作图可知 6 个点一个循环，那么 P_7 的坐标和 P_1 的坐标相同，P_{100} 的坐标与 P_4 的坐标一样，通过图中的点可很快求出.

【解答】解：P_2 的坐标是（1，－1），P_7 的坐标是（1，1），P_{100} 的坐标是（1，－3）.

理由：作 P_1 关于 A 点的对称点，即可得到 P_2（1，－1），分析题意，知 6 个点一个循环，

故 P_7 的坐标与 P_1 的坐标一样，P_{100} 的坐标与 P_4 的坐标一样，

所以 P_7 的坐标等同于 P_1 的坐标为（1，1），P_{100} 的坐标等同于 P_4 的坐标为（1，－3）.



【点评】解决本题的关键是读懂题意，画出图形，仔细观察，分析，得到相应的规律.

25. （8 分）某洗衣机在洗涤衣服时，经历了进水、清洗、排水、脱水四个连续过程，其中进水、清洗、排水时洗衣机中的水量 y（升）与时间 x（分钟）之间的关系如折线图所示：

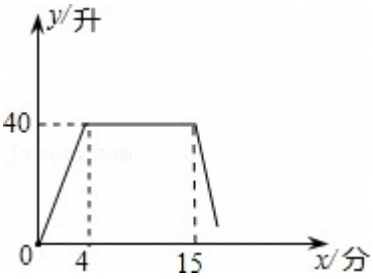
根据图象解答下列问题：

（1）洗衣机的进水时间是多少分钟清洗时洗衣机中的水量是多少升?

（2）已知洗衣机的排水速度为每分钟 19 升.

①如果排水时间为 2 分钟，求排水结束时洗衣机中剩下的水量.

②求排水时 y 与 x 之间的函数关系式，并写出 x 的取值范围.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由图象可知 0－4 分时是进水时间，4－15 分钟时时清洗时间，15 分钟以后是放水的时间.

（2）①可根据图象中的信息计算出剩下的水量.

②先设出 y 与 x 的通式，然后用待定系数法求解.

【解答】解：（1）由图可知洗衣机的进水时间是 4 分钟

清洗时洗衣机中的水量是 40 升

（2）①∵排水的时间是 2 分钟，排水速度为每分钟 19 升

∴排水结束时洗衣机中剩下的水量是 40﹣2×19＝2（升）

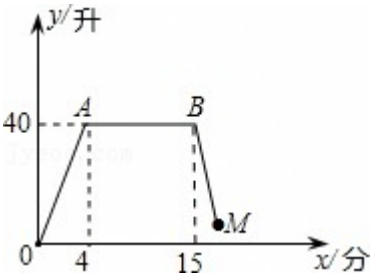
②∵B（15，40），M（17，2）

设 BM 的函数表达式为 $y=kx+b$

则 $\begin{cases}17k+b=2\\15k+b=40\end{cases}$

解这个方程组得，$\begin{cases}k=-19\\b=325\end{cases}$

∴$y=-19x+325$（$15\leqslant x\leqslant 17$）．



【点评】本题主要考查用待定系数法求一次函数关系式，并会用一次函数研究实际问题，具备在直角坐标系中的读图能力．注意自变量的取值范围不能遗漏．

26．（7 分）在平面内，如果一个图形绕一个定点旋转一定的角度后能与自身重合，那么就称这个图形是旋转对称图形，转动的这个角称为这个图形的一个旋转角．例如：正方形绕着它的对角线的交点旋转 90°后能与自身重合（如图），所以正方形是旋转对称图形，它有一个旋转角为 90 度．

（1）判断下列命题的真假（在相应的括号内填上“真”或“假”）．

①等腰梯形是旋转对称图形，它有一个旋转角为 180 度．（ 假 ）

②矩形是旋转对称图形，它有一个旋转角为 180°．（ 真 ）

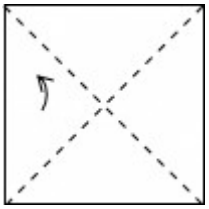
（2）填空：下列图形中，是旋转对称图形，且有一个旋转角为 120°的是 ①，③

（写出所有正确结论的序号）：①正三角形；②正方形；③正六边形；④正八边形．

（3）写出两个多边形，它们都是旋转对称图形，都有一个旋转角为 72°，并且分别满足下列条件：

①是轴对称图形，但不是中心对称图形： 如正五边形、正十五边形 ；

②既是轴对称图形，又是中心对称图形： 如正十边形、正二十边形 ．



【答案】见试题解答内容

【分析】根据旋转对称图形和中心对称图形的定义即可解答．

【解答】解：（1）等腰梯形必须旋转 360°才能与自身重合；矩形旋转 180°可以与自身重合．

①等腰梯形是旋转对称图形，它有一个旋转角为 180 度．（假）

②矩形是旋转对称图形，它有一个旋转角为 180°．（真）

（2）①只要旋转 120°的倍数即可；

②只要旋转 90°的倍数即可；

③只要旋转 60°的倍数即可；

④只要旋转 45°的倍数即可．

故是旋转对称图形，且有一个旋转角为 120°的是①、③．

（3）360°÷72°＝5．

①是轴对称图形，但不是中心对称图形：如正五边形，正十五边形；

②既是轴对称图形，又是中心对称图形：如正十边形，正二十边形．

【点评】根据定义，得一个正 n 边形只要旋转$\frac{360°}{n}$的倍数角即可．

奇数边的正多边形只是轴对称图形，偶数边的正多边形既是轴对称图形，又是中心对称图形．

如果一个图形绕某一点旋转 180°后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心．

27．（8 分）在一块长方形镜面玻璃的四周镶上与它的周长相等的边框，制成一面镜子．镜子的长与宽的比是 2：1．已知镜面玻璃的价格是每平方米 120 元，边框的价格是每米 30

元，另外制作这面镜子还需加工费 45 元．设制作这面镜子的总费用是 y 元，镜子的宽度是 x 米.

（1）求 y 与 x 之间的关系式.

（2）如果制作这面镜子共花了 195 元，求这面镜子的长和宽.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）依题意可得总费用＝镜面玻璃费用+边框的费用+加工费用，可得 $y=6x\times30+45+2x^2\times120$ 化简即可.

（2）根据共花了 195 元，即玻璃的费用+边框的费用+加工费＝195 元，即可列出方程求解.

【解答】解：（1）$y=（2x+2x+x+x）\times30+45+2x^2\times120$

$=240x^2+180x+45$；

（2）由题意可列方程为

$240x^2+180x+45=195$,

整理得 $8x^2+6x-5=0$，即 $（2x-1）（4x+5）=0$,

解得 $x_1=0.5$，$x_2=-1.25$（舍去）

$\therefore x=0.5$,

$\therefore 2x=1$,

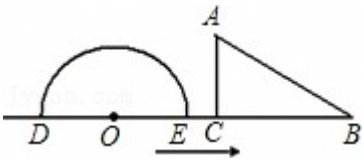
答：镜子的长和宽分别是 $1m$ 和 $0.5m$.

【点评】本题是一道一元二次方程的应用题，解这类题关键是理解题意，建立恰当的关系式予以求解.

28. （11 分）如图，已知半圆 O 的直径 $DE=12cm$，在△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC=30°$，$BC=12cm$，半圆 O 以 $2cm/s$ 的速度从左向右运动，在运动过程中，点 D、E 始终在直线 BC 上．设运动时间为 t（s），当 $t=0s$ 时，半圆 O 在△ABC 的左侧，$OC=8cm$.

（1）当 t 为何值时，△ABC 的一边所在直线与半圆 O 所在的圆相切?

（2）当△ABC 的一边所在直线与半圆 O 所在的圆相切时，如果半圆 O 与直线 DE 围成的区域与△ABC 三边围成的区域有重叠部分，求重叠部分的面积.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）随着半圆的运动分四种情况：①当点 E 与点 C 重合时，AC 与半圆相切，②当点 O 运动到点 C 时，AB 与半圆相切，③当点 O 运动到 BC 的中点时，AC 再次与半圆相切，④当点 O 运动到 B 点的右侧时，AB 的延长线与半圆所在的圆相切．分别求得半

圆的圆心移动的距离后，再求得运动的时间.

（2）在1中的②，③中半圆与三角形有重合部分．在②图中重叠部分是圆心角为90°，半径为6*cm*的扇形，故可根据扇形的面积公式求解．在③图中，所求重叠部分面积为＝$S_{\triangle POB}+S_{扇形DOP}$.

【解答】解：（1）①如图，当点*E*与点*C*重合时，*AC*⊥*OE*，*OC*＝*OE*＝6*cm*，所以*AC*与半圆*O*所在的圆相切，此时点*O*运动了2*cm*，所求运动时间为：$t=\frac{2}{2}=1$（*s*）

②如图，当点*O*运动到点*C*时，过点*O*作*OF*⊥*AB*，垂足为*F*.

在Rt△*FOB*中，∠*FBO*＝30°，*OB*＝12*cm*，则*OF*＝6*cm*，即*OF*等于半圆*O*的半径，所以*AB*与半圆*O*所在的圆相切．此时点*O*运动了8*cm*，所求运动时间为：$t=\frac{8}{2}=4$（*s*）

③如图，当点*O*运动到*BC*的中点时，*AC*⊥*OD*，*OC*＝*OD*＝6*cm*，所以*AC*与半圆*O*所在的圆相切．此时点*O*运动了14*cm*，所求运动时间为：$t=\frac{14}{2}=7$（*s*）．

④如图，当点*O*运动到*B*点的右侧，且*OB*＝12*cm*时，过点*O*作*OQ*⊥*AB*，垂足为*Q*.

在Rt△*QOB*中，∠*OBQ*＝30°，则*OQ*＝6*cm*，即*OQ*等于半圆*O*所在的圆的半径，

所以直线*AB*与半圆*O*所在的圆相切．此时点*O*运动了32*cm*，所求运动时间为：$t=\frac{32}{2}=16$（*s*）．

（2）当△*ABC* 的一边所在的直线与半圆 *O* 所在的圆相切时，半圆 *O* 与直径 *DE* 围成的区域与△*ABC* 三边围成的区域有重叠部分的只有如图②与③所示的两种情形.

①如图②，设 *OA* 与半圆 *O* 的交点为 *M*，易知重叠部分是圆心角为 90°，半径为 6*cm* 的扇形，所求重叠部分面积为：$S_{扇形EOM}=\frac{1}{4}\pi\times6^2=9\pi$（$cm^2$）

②如图③，设 *AB* 与半圆 *O* 的交点为 *P*，连接 *OP*，过点 *O* 作 *OH*⊥*AB*，垂足为 *H*.

则 *PH*＝*BH*．在 Rt△*OBH* 中，∠*OBH*＝30°，*OB*＝6*cm*

则 *OH*＝3*cm*，$BH=3\sqrt{3}cm$，$BP=6\sqrt{3}cm$，$S_{\triangle POB}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3=9\sqrt{3}$（$cm^2$）

又因为∠*DOP*＝2∠*DBP*＝60°

所以 $S_{扇形DOP}=\frac{60\pi\times6^2}{360}=6\pi$（$cm^2$）

所求重叠部分面积为：$S_{\triangle POB}+S_{扇形DOP}=9\sqrt{3}+6\pi$（$cm^2$）

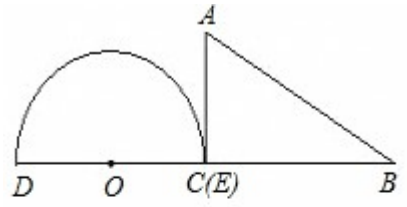


图 1

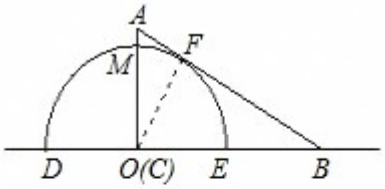


图 2

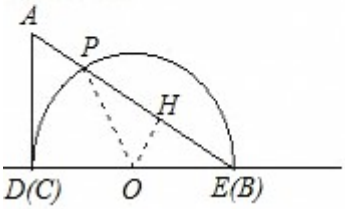


图 3

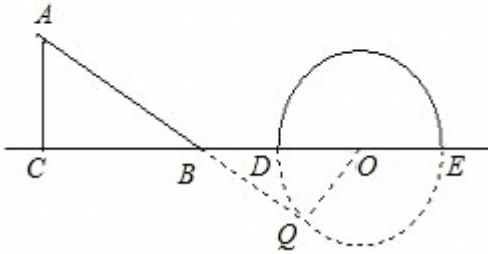


图 4

【点评】本题利用了直线与圆相切的概念，扇形的面积公式，直角三角形的面积公式，锐

角三角函数的概念求解.