参考答案

2006年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
答案	A	B	B	A	D	D	A	B	A	C	C
题号	12										
答案	B										

一、选择题（共12小题，每小题2分，满分24分）

1. （2分）如果a与-2的和为0，那么a是（　　）

A．2　　B．$\frac{1}{2}$　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．-2

【答案】A

【分析】根据相反数的概念，互为相反数的两个数和为0，即可得出答案.

【解答】解：由题意得$a-2=0$，则$a=2$.

故选：A.

【点评】相反数的定义：只有符号不同的两个数互为相反数，0的相反数是0.

2. （2分）计算$(x^3)^2$的结果是（　　）

A．x^5　　B．x^6　　C．x^8　　D．x^9

【答案】B

【分析】根据幂的乘方的法则进行计算.

【解答】解：根据幂的乘方法则，得：$(x^3)^2=x^{3\times2}=x^6$.

故选：B.

【点评】本题考查幂的乘方，底数不变，指数相乘.

3. （2 分）去年南京市接待入境旅游者约 876 000 人，这个数可以用科学记数法表示为（）

A．0.876×10^6　　B．8.76×10^5　　C．87.6×10^4　　D．876×10^3

【答案】B

【分析】确定 $a\times10^n$（$1\leqslant|a|<10$，n 为整数）中 n 的值是易错点，由于 876 000 有 6 位，所以可以确定 $n=6-1=5$.

【解答】解：$876\ 000=8.76\times10^5$.

故选：B.

【点评】把一个数 M 记成 $a\times10^n$（$1\leqslant|a|<10$，n 为整数）的形式，这种记数的方法叫做科学记数法．规律：

（1）当 $|a|\geqslant1$ 时，n 的值为 a 的整数位数减 1；

（2）当$|a|<1$时，n的值是第一个不是0的数字前0的个数，包括整数位上的0.

4. （2分）9的平方根是（　　）

A. ±3　　B. 3　　C. －3　　D. 81

【答案】*A*

【分析】直接根据平方根的定义求解即可.

【解答】解：∵$(\pm3)^2=9$,

∴9的平方根为±3.

故选：*A*.

【点评】本题考查了平方根的定义：若一个数的平方等于a，那么这个数叫a的平方根，记作$\pm\sqrt{a}$（$a\geqslant0$）.

5. （2分）某地今年1月1日至4日每天的最高气温与最低气温如下表：

日期	1月1日	1月2日	1月3日	1月4日
最高气温	5℃	4℃	0℃	4℃
最低气温	0℃	－2℃	－4℃	－3℃

其中温差最大的是（　　）

A. 1月1日　　B. 1月2日　　C. 1月3日　　D. 1月4日

【答案】*D*

【分析】首先要弄清温差的含义是最高气温与最低气温的差，那么这个实际问题就可以转化为减法运算，再比较差的大小即可.

【解答】解：∵5﹣0＝5，4﹣（﹣2）＝4+2＝6，0﹣（﹣4）＝0+4＝4，4﹣（﹣3）＝4+3＝7，

∴温差最大的是 1 月 4 日.

故选：*D*.

【点评】要弄清一些专业用语的含义，把实际问题转化为数学问题解决.

6. （2 分）其市气象局预报称：明天本市的降水概率为 70%，这句话指的是（　　）

A. 明天本市 70%的时间下雨，30%的时间不下雨

B. 明天本市 70%的地区下雨，30%的地区不下雨

C. 明天本市一定下雨

D. 明天本市下雨的可能性是 70%

【答案】*D*

【分析】根据概率的意义找到正确选项即可.

【解答】解：明天本市的降水概率为 70%，这句话指的是明天本市下雨的可能性是

70%.

故选：*D*.

【点评】关键是理解概率是反映事件的可能性大小的量.

7. （2 分）下列图形中，是中心对称图形的是（　　）

A．菱形　　B．等腰梯形

C．等边三角形　　D．等腰直角三角形

【答案】*A*

【分析】旋转 180°后与原图重合的图形是中心对称图形.

【解答】解：菱形，等腰梯形，等边三角形，等腰直角三角形都是轴对称图形；菱形既是轴对称图形，又是中心对称图形．故选 *A*.

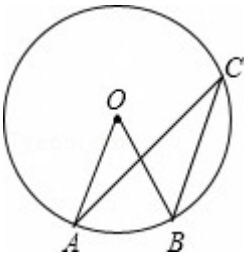
【点评】运用轴对称和中心对称图形概念，找出符合条件的图形.

【链接】如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合，这样的图形叫做轴对称图形，这条直线叫做对称轴.

如果一个图形绕某一点旋转 180°后能够与自身重合，那么这个图形就叫做中心对称图形，这个点叫做对称中心.

8. （2 分）如图，点 *A*、*B*、*C* 在⊙*O* 上，*AO*∥*BC*，∠*OBC*＝40°，则∠*ACB* 的度数是（

)



A．10°　　B．20°　　C．30°　　D．40°

【答案】*B*

【分析】由平行线所夹同位角相等得，$\angle O=\angle OBC$，再由圆的性质得$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle O$，即可求解.

【解答】解：$\because AO\parallel BC$

$\therefore \angle O=\angle OBC=40°$

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle O=20°$.

故选：*B*.

【点评】此题运用了平行线的性质、圆心角、圆周角定理求解.

9. （2 分）在$\triangle ABC$中，$\angle C=90°$，$AB=2$，$AC=1$，则 sin*B* 的值是（　　）

A．$\frac{1}{2}$　　B．$\frac{\sqrt{2}}{2}$　　C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D．2

【答案】*A*

【分析】根据三角函数的定义解答即可.

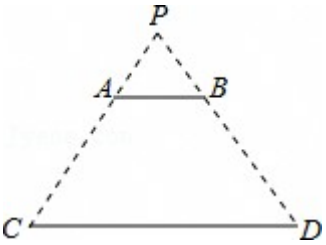
【解答】解：∵在△ABC中，$\angle C=90°$，$AB=2$，$AC=1$，

∴$\sin B=\frac{AC}{AB}=\frac{1}{2}$.

故选：A.

【点评】本题考查了在三角形中角的正弦值等于对边比斜边的概念.

10. （2分）如图，电灯P在横杆AB的正上方，AB在灯光下的影长为CD，$AB\parallel CD$，$AB=2m$，$CD=5m$，点P到CD的距离是$3m$，则点P到AB的距离是（　　）



A. $\frac{5}{6}m$　　B. $\frac{6}{7}m$　　C. $\frac{6}{5}m$　　D. $\frac{10}{3}m$

【答案】C

【分析】由平行得到两三角形相似，根据相似三角形的对应高的比等于相似比求解.

【解答】解：设点P到AB的距离是x m，

∵$AB\parallel CD$

∴△$ABP\backsim$△CDP

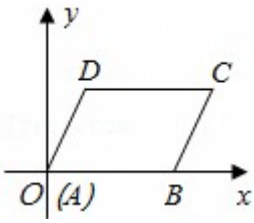
∴$\frac{x}{3}=\frac{2}{5}$

∴$x=\frac{6}{5}$

故选：*C*.

【点评】此题主要考查相似三角形的对应高的比等于相似比.

11. （2 分）在平面直角坐标系中，平行四边形 *ABCD* 的顶点 *A*，*B*，*D* 的坐标分别是（0，0），（5，0），（2，3），则顶点 *C* 的坐标是（　　）



A. （3，7）　　B. （5，3）　　C. （7，3）　　D. （8，2）

【答案】*C*

【分析】因为 *D* 点坐标为（2，3），由平行四边形的性质，可知 *C* 点的纵坐标一定是 3，又由 *D* 点相对于 *A* 点横坐标移动了 2，故可得 *C* 点横坐标为 2+5＝7，即顶点 *C* 的坐标（7，3）.

【解答】解：已知 *A*，*B*，*D* 三点的坐标分别是（0，0），（5，0），（2，3），

∵*AB* 在 *x* 轴上，

∴点 *C* 与点 *D* 的纵坐标相等，都为 3，

又∵*D* 点相对于 *A* 点横坐标移动了 2－0＝2，

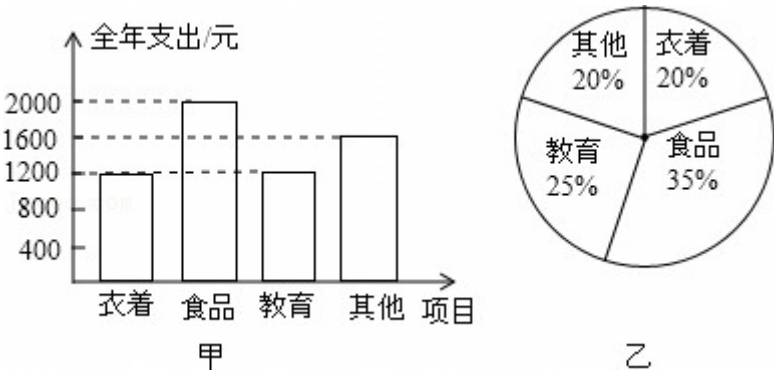
∴*C* 点横坐标为 2+5＝7，

∴即顶点 C 的坐标（7，3）．

故选：C.

【点评】本题主要是对平行四边形的性质与点的坐标的表示等知识的直接考查．同时考查了数形结合思想，题目的条件既有数又有形，解决问题的方法也要既依托数也依托形，体现了数形的紧密结合，但本题对学生能力的要求并不高．

12．（2 分）如图是两户居民家庭全年各项支出的统计图，根据统计图，下列对两户教育支出占全年总支出的百分比作出的判断中，正确的是（　　）



A．甲户比乙户大　　B．乙户比甲户大

C．甲，乙两户一样大　　D．无法确定哪一户大

【答案】B

【分析】根据条形统计图求出甲户教育支出占全年总支出的百分比，再结合扇形统计图中的乙户教育支出占全年总支出的百分比是 25%，进行比较即可．

【解答】解：甲户教育支出占全年总支出的百分比 1200÷（1200×2+2000+1600）＝20%，

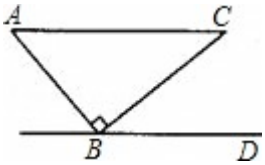
乙户教育支出占全年总支出的百分比是 25%.

故选：*B*.

【点评】本题考查的是条形统计图和扇形统计图的综合运用．读懂统计图，从不同的统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

二、填空题（共 4 小题，每小题 3 分，满分 12 分）

13．（3 分）如图，在△*ABC* 中，∠*ABC*＝90°，∠*A*＝50°，*BD*∥*AC*，则∠*CBD* 的度数是 40 度.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据三角形内角和定理由∠*ABC*＝90°，∠*A*＝50°，可以求出∠*C*，又因为 *BD*∥*AC*，由此可以求出∠*CBD*.

【解答】解：已知在△*ABC* 中，∠*ABC*＝90°，∠*A*＝50°，

那么∠*C*＝180°－∠*ABC*－∠*A*＝180°－90°－50°＝40°，

因为 *BD*∥*AC*，

则∠CBD＝∠C＝40°.

则∠CBD的度数是40度.

故应填：40.

【点评】本题考查了三角形内角和定理以及平行线的性质：两直线平行，内错角相等.

14. （3分）某种灯的使用寿命为1000小时，它的可使用天数y与平均每天使用的小时数x之间的关系式为 __$y=\frac{1000}{x}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据等量关系“工作时间＝工作总量÷工效”即可列出关系式.

【解答】解：由题意得：使用天数y与平均每天使用的小时数x之间的关系式为$y=\frac{1000}{x}$.

故本题答案为：$y=\frac{1000}{x}$.

【点评】本题考查了反比例函数在实际生活中的应用，重点是找出题中的等量关系.

15. （3分）写出一个有理数和无理数，使它们都是大于－2的负数：__－1，$-\sqrt{2}$__（答案不唯一）.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据无理数、有理数的定义用数形结合的方法即可求解.

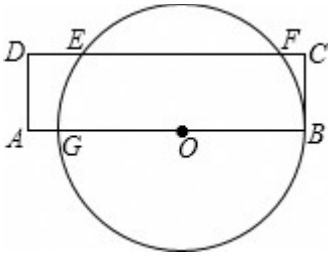
【解答】解：由题意可得我们要写的两个数，一个是有理数，一个是无理数，

只要它们都介于 -2 与 0 之间即可，比如 -1，$-\sqrt{2}$等.

本题的结论是开放的，其正确答案有多个.

【点评】本题考查有理数和无理数的概念及实数的大小比较．可以利用数形结合的方法解答，即在数轴上找到表示 -2 和 0 的点，它们之间的点所表示的有理数或无理数都是我们要找的数.

16．（3 分）如图，矩形 $ABCD$ 与圆心在 AB 上的⊙O 交于点 G、B、F、E，$GB=8cm$，$AG=1cm$，$DE=2cm$，则 $EF=$ __6__ cm.



【答案】见试题解答内容

【分析】过 O 作 $OW\perp CD$，垂足为 W，求出 DW、EW，再根据垂径定理即可求出 EF 的长.

【解答】解：作 $OW\perp CD$，交 CD 于点 W，

则四边形 $OWDA$，$OWCB$ 都是矩形，

∵$GB=8$，

$\therefore OG=OB=\frac{1}{2}BG=4cm$,

$\because AG=1$,

$\therefore OA=DW=5$,

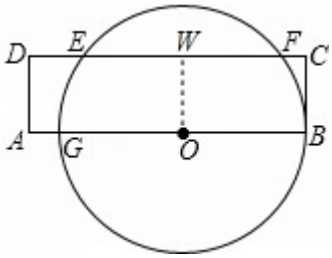
$\because DE=2$,

$\therefore EW=3$,

$\because OW\perp EF$,

$\therefore EW=WF$,

$\therefore EF=2EW=6cm$.



【点评】本题利用了垂径定理和矩形的性质：矩形是轴对称图形求解.

三、解答题（共 12 小题，满分 84 分）

17. （6 分）计算：$\frac{a^2}{a^2+2a}\cdot\left(\frac{a^2}{a-2}-\frac{4}{a-2}\right)$

【答案】见试题解答内容

【分析】第一个分式的分母能因式分解要进行因式分解，先算小括号的，再算乘法，约分

化简即可.

【解答】解：原式$=\frac{a^2}{a(a+2)}\cdot\frac{a^2-4}{a-2}$（2分）

$=\frac{a^2}{a(a+2)}\cdot\frac{(a-2)(a+2)}{a-2}$（4分）

$=a$.（6分）

【点评】分式的四则运算是整式四则运算的进一步发展，在计算时，首先要弄清楚运算顺序，先去括号，再进行分式的乘除.

18.（6分）解不等式组$\begin{cases}\frac{x-1}{2}\leq 1\\ x-2<4(x+1)\end{cases}$，并写出不等式组的正整数解.

【答案】见试题解答内容

【分析】先求出每个不等式的解集，再确定其公共解，得到不等式组的解集，然后求其正整数解.

【解答】解：解不等式$\frac{x-1}{2}\leq 1$得$x\leqslant 3$,

解不等式$x-2<4(x+1)$得$x>-2$,

∴原不等式组的解集是$-2<x\leqslant 3$,

∴原不等式组的正整数解是1，2，3.

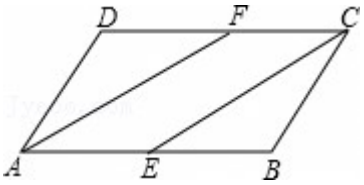
【点评】考查不等式组的解法及整数解的确定．求不等式组的解集，应遵循以下原则：同

大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

19. （6分）已知：如图，▱$ABCD$中，E、F分别是AB、CD的中点．求证：

（1）△AFD≌△CEB；

（2）四边形$AECF$是平行四边形.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据平行四边形的性质可得到两边及夹角对应相等，根据SAS判定△AFD≌△CEB；根据有一对边平行且相等的四边形是平行四边形可判定四边形$AECF$是平行四边形.

【解答】证明：（1）在▱$ABCD$中，$AD=CB$，$AB=CD$，$\angle D=\angle B$，

∵E、F分别是AB、CD的中点，

∴$DF=\frac{1}{2}CD$，$BE=\frac{1}{2}AB$.

∴$DF=BE$.

∴△AFD≌△CEB.

（2）在▱$ABCD$中，$AB=CD$，$AB\parallel CD$．由（1），得$BE=DF$.

∴$AE=CF$．∴四边形$AECF$是平行四边形．

【点评】此题考查了平行四边形的性质及判定，全等三角形的判定等知识点的综合运用能力．

20．（6分）饮料店为了了解本店罐装饮料上半年的销售情况，随机调查了8天该种饮料的日销售量，结果如下

（单位：听）：33，32，28，32，25，24，31，35．

（1）这8天的平均日销售量是多少听?

（2）根据上面的计算结果，估计上半年（按181天计算）该店能销售这种饮料多少听?

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）利用平均数的定义计算；

（2）由第一问求得的平均日销售量，则上半年的销售量为181天×平均日销售量即可．

【解答】解：（1）这8天的平均日销售量是：$\frac{1}{8}\times$（33+32+28+32+25+24+31+35）＝30（听）．

（2）30×181＝5430（听）．

∴估计上半年该店能销售这种饮料5430听．

【点评】生产中遇到的估算产量问题，通常采用样本估计总体的方法．

21. （6 分）某停车场的收费标准如下：中型汽车的停车费为 6 元/辆，小型汽车的停车费为 4 元/辆．现在停车场有 50 辆中、小型汽车，这些车共缴纳停车费 230 元，问中、小型汽车各有多少辆?

【答案】见试题解答内容

【分析】本题有两个定量：车辆总数，停车费总数．可根据这两个定量得到两个等量关系：中型汽车的辆数+小型汽车的辆数＝50；中型汽车的停车费+小型汽车的停车费＝230．依等量关系列方程组，再求解．

【解答】解：设中型汽车有 x 辆，小型汽车有 y 辆．

根据题意，得 $\begin{cases} x+y=50 \\ 6x+4y=230 \end{cases}$，

解这个方程组，得 $\begin{cases} x=15 \\ y=35 \end{cases}$．

答：中型汽车有 15 辆，小型汽车有 35 辆．

【点评】本题考查二元一次方程组的应用．找到两个定量，车辆总数，停车费总数，并根据定量得到两个等量关系是解题关键．

22. （6 分）某校有 A、B 两个餐厅，甲、乙、丙三名学生各自随机选择其中的一个餐厅用餐：

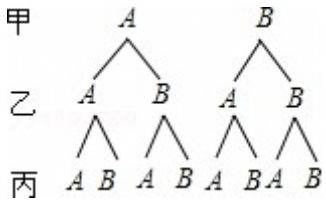
（1）求甲、乙、丙三名学生在同一个餐厅用餐的概率；

（2）求甲、乙、丙三名学生中至少有一人在 B 餐厅用餐的概率.

【答案】见试题解答内容

【分析】此题需要三步完成；因为有三名学生选择餐厅，可以看作需三次完成的事件，所以需要采用树状图法.

【解答】解：（1）画树状图得：



甲、乙、丙三名学生在同一个餐厅用餐的概率为 $\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$；

（2）∵共有 8 种等可能的情况，其中甲、乙、丙三名学生中至少有一人在 B 餐厅用餐的有 7 种情况,

∴甲、乙、丙三名学生中至少有一人在 B 餐厅用餐的概率为 $\frac{7}{8}$.

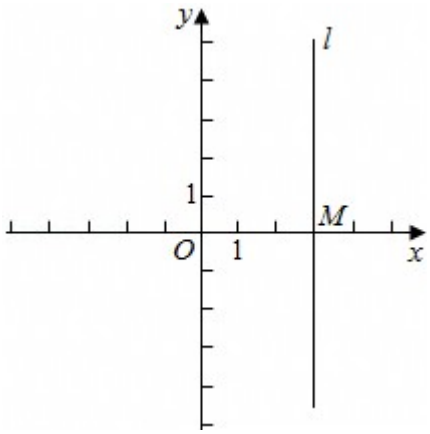
【点评】此题考查的是用树状图法求概率．树状图法适用于两步或两步以上完成的事件；解题时还要注意是放回实验还是不放回实验．用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比.

23．（7 分）在平面直角坐标系中，直线 l 过点 M（3，0），且平行于 y 轴.

（1）如果△ABC 三个顶点的坐标分别是 A（－2，0），B（－1，0），C（－1，2），

$\triangle ABC$ 关于 y 轴的对称图形是 $\triangle A_1B_1C_1$，$\triangle A_1B_1C_1$ 关于直线 l 的对称图形是 $\triangle A_2B_2C_2$，写出 $\triangle A_2B_2C_2$ 的三个顶点的坐标；

（2）如果点 P 的坐标是（$-a$，0），其中 $a>0$，点 P 关于 y 轴的对称点是 P_1，点 P_1 关于直线 l 的对称点是 P_2，求 PP_2 的长．



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据关于 y 轴对称点的坐标特点是横坐标互为相反数，纵坐标相同可以得到 $\triangle A_1B_1C_1$ 各点坐标，又关于直线 l 的对称图形点的坐标特点是纵坐标相同，横坐标之和等于 3 的二倍，由此求出 $\triangle A_2B_2C_1$ 的三个顶点的坐标；

（2）P 与 P_1 关于 y 轴对称，利用关于 y 轴对称点的特点：纵坐标不变，横坐标变为相反数，求出 P_1 的坐标，再由直线 l 的方程为直线 $x=3$，利用对称的性质求出 P_2 的坐标，即可 PP_2 的长．

【解答】解：（1）△$A_2B_2C_2$的三个顶点的坐标分别是A_2（4，0），B_2（5，0），C_2（5，2）；

（2）如图1，当$0<a\leqslant 3$时，∵P与P_1关于y轴对称，P（$-a$，0），

∴P_1（a，0），

又∵P_1与P_2关于l：直线$x=3$对称，

设P_2（x，0），可得：$\frac{x+a}{2}=3$，即$x=6-a$，

∴P_2（$6-a$，0），

则$PP_2=6-a-(-a)=6-a+a=6$.

如图2，当$a>3$时，

∵P与P_1关于y轴对称，P（$-a$，0），

∴P_1（a，0），

又∵P_1与P_2关于l：直线$x=3$对称，

设P_2（x，0），可得：$\frac{x+a}{2}=3$，即$x=6-a$，

∴P_2（$6-a$，0），

则$PP_2=6-a-(-a)=6-a+a=6$.

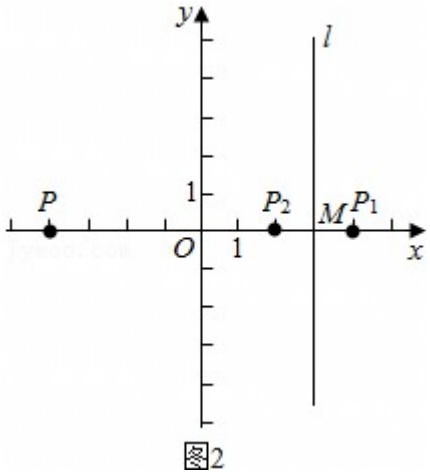


图2

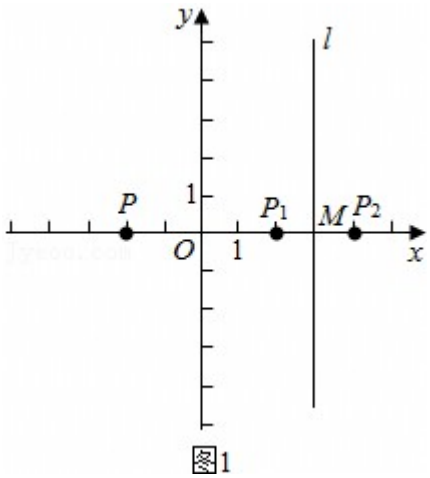


图1

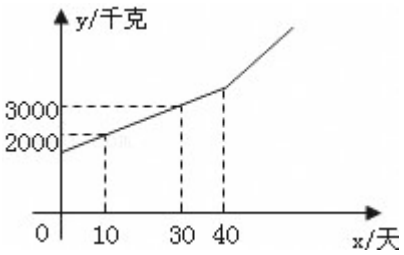
【点评】本题考查学生“轴对称”与坐标的相关知识的试题，尤其是第（2）小题设置的问题既具有一定的开放性又重点考查了分类的数学思想，使试题的考查有较高的效度.

24. （8 分）某块试验田里的农作物每天的需水量 y（千克）与生长时间 x（天）之间的关系如折线图所示．这些农作物在第 10 天、第 30 天的需水量分别为 2000 千克、3000 千克，在第 40 天后每天的需水量比前一天增加 100 千克.

（1）分别求出 $x\leqslant 40$ 和 $x>40$ 时 y 与 x 之间的关系式；

（2）如果这些农作物每天的需水量大于或等于 4000 千克时需要进行人工灌溉，那么应从

第几天开始进行人工灌溉?



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）设 $y=kx+b$．把已知坐标代入求出 k，b 的值．求出 y 与 x 的函数关系式；

再根据 x 的取值求出各段的函数解析式；

（2）令 $y\geqslant 4000$ 时，转化为不等式问题求解．

【解答】解：（1）当 $x\leqslant 40$ 时，设 $y=kx+b$．

根据题意，得 $\begin{cases}2000=10k+b\\3000=30k+b\end{cases}$

解这个方程组，得 $\begin{cases}k=50\\b=1500\end{cases}$

∴当 $x\leqslant 40$ 时，y 与 x 之间的关系式是 $y=50x+1500$；

∴当 $x=40$ 时，$y=50\times 40+1500=3500$；

当 $x>40$ 时，根据题意，得 $y=100(x-40)+3500$，

即 $y=100x-500$．

∴当 $x>40$ 时，y 与 x 之间的关系式是 $y=100x-500$．

（2）当 $y \geqslant 4000$ 时，y 与 x 之间的关系式是 $y=100x-500$.

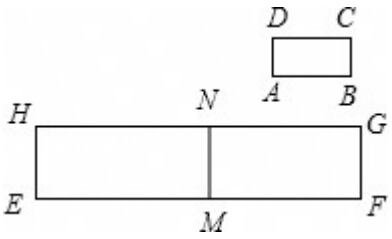
解不等式 $100x-500 \geqslant 4000$.

得 $x \geqslant 45$.

∴应从第 45 天开始进行人工灌溉.

【点评】本题通过一次函数的知识，考查学生解决实际问题的能力，要求学生根据问题提供的信息读懂图象，并善于从图象中得到正确的信息．要求学生将所给的函数图象与其表示的实际意义联系起来，并结合图象分析和解决问题.

25．（8 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2AD$，线段 $EF=10$．在 EF 上取一点 M，分别以 EM、MF 为一边作矩形 $EMNH$、矩形 $MFGN$，使矩形 $MFGN \backsim$ 矩形 $ABCD$．令 $MN=x$，当 x 为何值时，矩形 $EMNH$ 的面积 S 有最大值，最大值是多少?



【答案】见试题解答内容

【分析】利用矩形相似，可得到比例线段，先设其中一段，$MN=x$，再利用面积公式可得到 S 关于 x 的二次函数，利用二次函数可求最大值.

【解答】解：∵矩形 $MFGN$∽矩形 $ABCD$，

∴$\frac{MN}{AD}=\frac{MF}{AB}$．（1 分）

∵$AB=2AD$，$MN=x$，

∴$MF=2x$．（2 分）

∴$EM=EF-MF=10-2x$（$0<x<5$）．

∴$S=x(10-2x)$（5 分）

$=-2x^2+10x$

$=-2(x-\frac{5}{2})^2+\frac{25}{2}$．

∴当 $x=\frac{5}{2}$时，S 有最大值为$\frac{25}{2}$．（8 分）

【点评】利用矩形相似选择二次函数模型，考查学生在新情境中的知识迁移能力．

26．（8 分）西瓜经营户以 2 元/千克的价格购进一批小型西瓜，以 3 元/千克的价格出售，每天可售出 200 千克．为了促销，该经营户决定降价销售．经调查发现，这种小型西瓜每降价 0.1 元/千克，每天可多售出 40 千克．另外，每天的房租等固定成本共 24 元．该经营户要想每天盈利 200 元，应将每千克小型西瓜的售价降低多少元?

【答案】见试题解答内容

【分析】设应将每千克小型西瓜的售价降低 x 元．那么每千克的利润为：（$3-2-x$）元，

由于这种小型西瓜每降价 0.1 元/千克，每天可多售出 40 千克．所以降价 x 元，则每天售出数量为：（$200+\frac{40x}{0.1}$）千克．本题的等量关系为：每千克的利润×每天售出数量－固定成本＝200.

【解答】解：设应将每千克小型西瓜的售价降低 x 元.

根据题意，得[（3－2）－x]（$200+\frac{40x}{0.1}$）－24＝200.

方程可化为：$50x^2-25x+3=0$,

解这个方程，得 $x_1=0.2$，$x_2=0.3$.

为了促销，$x=0.3$,

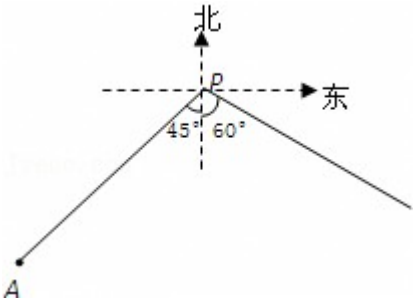
答：应将每千克小型西瓜的售价降低 0.3 元.

【点评】考查学生分析、解决实际问题能力，又能较好地考查学生“用数学”的意识.

27．（8 分）如图，小岛 A 在港口 P 的南偏西 45°方向，距离港口 81 海里处．甲船从 A 出发，沿 AP 方向以 9 海里/时的速度驶向港口，乙船从港口 P 出发，沿南偏东 60°方向，以 18 海里/时的速度驶离港口，现两船同时出发.

（1）出发后几小时两船与港口 P 的距离相等；

（2）出发后几小时乙船在甲船的正东方向？（结果精确到 0.1 小时）（参考数据：$\sqrt{2}\approx1.41$，$\sqrt{3}\approx1.73$）



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）求几小时后两船与港口的距离相等，可以转化为方程的问题解决.

（2）过点 P 作 $PE\perp CD$，垂足为 E．则点 E 在点 P 的正南方向，则得到相等关系，C、D 两点到在南北方向上经过的距离相等，因而根据方程就可以解决.

【解答】解：（1）设出发后 x 小时两船与港口 P 的距离相等.

根据题意得 $81-9x=18x$.

解这个方程得 $x=3$.

答：出发后 3 小时两船与港口 P 的距离相等.

（2）设出发后 y 小时乙船在甲船的正东方向，

此时甲、乙两船的位置分别在点 C，D 处.

连接 CD，过点 P 作 $PE\perp CD$，垂足为 E.

则点 E 在点 P 的正南方向.

在 Rt$\triangle CEP$ 中，$\angle CPE=45°$，

∴$PE=PC\cdot\cos45°$.

在 Rt△PED 中，∠$EPD=60°$,

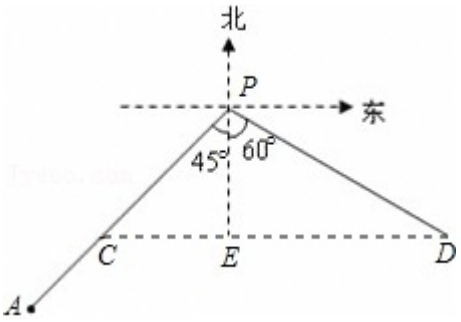
∴$PE=PD\cdot\cos60°$.

∴$PC\cdot\cos45°=PD\cdot\cos60°$.

∴$(81-9y)\cos45°=18y\cdot\cos60°$.

解得 $y\approx3.7$.

答：出发后约 3.7 小时乙船在甲船的正东方向.



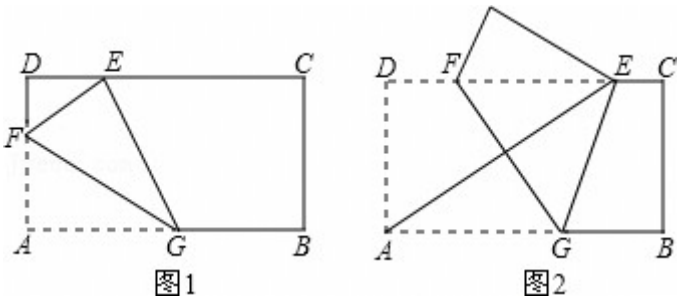
【点评】在船舶运动过程中，构建解直角三角形的问题，考查学生对所学知识的变式认识能力.

28. （9 分）已知矩形纸片 $ABCD$，$AB=2$，$AD=1$，将纸片折叠，使顶点 A 与边 CD 上的点 E 重合.

（1）如果折痕 FG 分别与 AD、AB 交于点 F、G（如图 1），$AF=\frac{2}{3}$，求 DE 的长；

（2）如果折痕 FG 分别与 CD、AB 交于点 F、G（如图 2），△AED 的外接圆与直线 BC

相切，求折痕 FG 的长.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据 AF，AD 的长可以求得 DF 的长，根据折叠知 $EF=AF$，再根据勾股定理即可计算得到 DE 的长；

（2）根据直角三角形的外接圆的圆心是斜边的中点，则折痕与 AE 的交点 O 即是其外接圆的圆心．设 $DE=x$，根据三角形 ADE 的中位线定理求得 $OM=\frac{1}{2}x$，进一步表示出 ON 的长．根据直线和圆相切，则圆心到直线的距离等于圆的半径得到 $AE=2ON$，在直角三角形 ADE 中，根据勾股定理列方程求解．再根据直角三角形 FOE 相似于直角三角形 ADE，求得 OF 的长，从而根据轴对称的性质得到 $FG=2OF$.

【解答】解：（1）在矩形 $ABCD$ 中，$AB=2$，$AD=1$，$AF=\frac{2}{3}$，$\angle D=90°$.

根据轴对称的性质，得 $EF=AF=\frac{2}{3}$.

$\therefore DF=AD-AF=\frac{1}{3}$.

在 Rt$\triangle DEF$ 中，$DE=\sqrt{(\frac{2}{3})^2-(\frac{1}{3})^2}=\frac{\sqrt{3}}{3}$.　（3 分）

（2）设 AE 与 FG 的交点为 O.

根据轴对称的性质，得 $AO=EO$.

取 AD 的中点 M，连接 MO.

则 $MO=\frac{1}{2}DE$，$MO\parallel DC$.

设 $DE=x$，则 $MO=\frac{1}{2}x$,

在矩形 $ABCD$ 中，$\angle C=\angle D=90°$,

$\therefore AE$ 为$\triangle AED$ 的外接圆的直径，O 为圆心.

延长 MO 交 BC 于点 N，则 $ON\parallel CD$.

$\therefore \angle CNM=180°-\angle C=90°$.

$\therefore ON\perp BC$，四边形 $MNCD$ 是矩形.

$\therefore MN=CD=AB=2$. $\therefore ON=MN-MO=2-\frac{1}{2}x$.

$\because \triangle AED$ 的外接圆与 BC 相切,

$\therefore ON$ 是$\triangle AED$ 的外接圆的半径.

$\therefore OE=ON=2-\frac{1}{2}x$，$AE=2ON=4-x$.

在 Rt$\triangle AED$ 中，$AD^2+DE^2=AE^2$,

$\therefore 1^2+x^2=(4-x)^2$.

解这个方程，得 $x=\frac{15}{8}$．（6 分）

$\therefore DE=\frac{15}{8}$，$OE=2-\frac{1}{2}x=\frac{17}{16}$．

根据轴对称的性质，得 $AE\perp FG$．

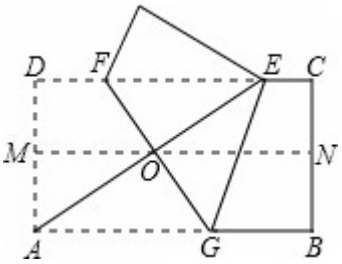
$\therefore \angle FOE=\angle D=90°$．可得 $FO=\frac{17}{30}$．

又 $AB\parallel CD$，$\therefore \angle EFO=\angle AGO$，$\angle FEO=\angle GAO$．

$\therefore \triangle FEO\cong\triangle GAO$．$\therefore FO=GO$．

$\therefore FG=2FO=\frac{17}{15}$．

$\therefore$ 折痕 FG 的长是 $\frac{17}{15}$．（9 分）



【点评】本题通过矩形纸片折叠，利用轴对称图形的性质，在丰富的图形关系中，考查学生获取信息和利用所得信息认识新事物的能力，本题对图形折叠前后的不变量的把握、直线与圆位置关系的准确理解、方程思想的运用意识和策略等具有可再抽象性．