# 参考答案

## 2009年南京市中考数学试卷

| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | A | B | C | B | D | B | C | A |

**一、选择题（本大题共有8小题，每小题3分，共24分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号涂在答题卡相应位置上）**

1. （3分）﹣2的相反数是（　　）

A．2　　B．﹣2　　C．$-\frac{1}{2}$　　D．$\frac{1}{2}$

【答案】*A*

【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“﹣”号，求解即可．

【解答】解：﹣2的相反数是：﹣（﹣2）＝2，

故选：*A*．

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“﹣”号：一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0的相反数是0．不要把相反数的意义与倒数的意义混淆．

2. （3分）计算$(a^2)^3$的结果是（　　）

A．$a^5$　　B．$a^6$　　C．$a^8$　　D．3 $a^2$

【答案】*B*

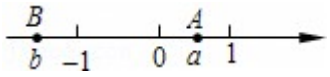
【分析】直接利用幂的乘方运算法则求出答案.

【解答】解：$(a^2)^3=a^6$.

故选：*B*.

【点评】此题主要考查了幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键.

3．（3 分）如图，数轴上 *A*，*B* 两点分别对应实数 *a*，*b*，则下列结论正确的是（　　）




A．$a+b>0$　　B．$ab>0$　　C．$a-b>0$　　D．$|a|-|b|>0$

【答案】*C*

【分析】本题要先观察 *a*，*b* 在数轴上的位置，得 $b<-1<0<a<1$，然后对四个选项逐一分析.

【解答】解：*A*、∵$b<-1<0<a<1$，∴$|b|>|a|$，∴$a+b<0$，故选项 *A* 错误；

*B*、∵$b<-1<0<a<1$，∴$ab<0$，故选项 *B* 错误；

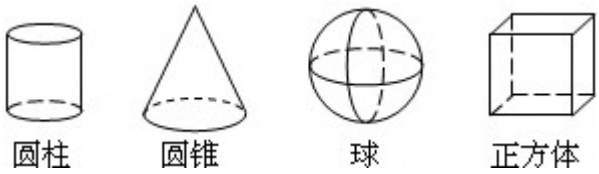
*C*、∵$b<-1<0<a<1$，∴$a-b>0$，故选项 *C* 正确；

*D*、∵$b<-1<0<a<1$，∴$|a|-|b|<0$，故选项 *D* 错误.

故选：*C*.

【点评】本题考查了实数与数轴的对应关系，数轴上右边的数总是大于左边的数.

4. （3 分）下面四个几何体中，左视图是四边形的几何体共有（　　）




A．1 个　　B．2 个　　C．3 个　　D．4 个

【答案】*B*

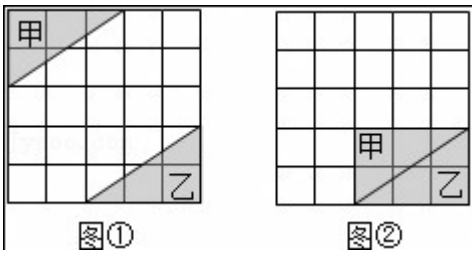
【分析】四个几何体的左视图：圆柱是矩形，圆锥是等腰三角形，球是圆，正方体是正方形，由此可确定答案.

【解答】解：因为圆柱的左视图是矩形，圆锥的左视图是等腰三角形，球的左视图是圆，正方体的左视图是正方形，

所以，左视图是四边形的几何体是圆柱和正方体，故选：*B*.

【点评】考查立体图形的左视图，考查学生的观察能力.

5. （3 分）如图，在 5×5 方格纸中，将图①中的三角形甲平移到图②中所示的位置，与三角形乙拼成一个矩形，那么，下面的平移方法中，正确的是（　　）



图① 图②

A．先向下平移 3 格，再向右平移 1 格

B．先向下平移 2 格，再向右平移 1 格

C．先向下平移 2 格，再向右平移 2 格

D．先向下平移 3 格，再向右平移 2 格

【答案】*D*

【分析】根据图形，对比图①与图②中位置关系，对选项进行分析，排除错误答案.

【解答】解：观察图形可知：平移是先向下平移 3 格，再向右平移 2 格.

故选：*D*.

【点评】本题是一道简单考题，考查的是图形平移的方法.

6. （3 分）某商场试销一种新款衬衫，一周内销售情况如表所示：

| 型号（厘米） | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 数量（件） | 25 | 30 | 36 | 50 | 28 | 8 |

商场经理要了解哪种型号最畅销，则上述数据的统计量中，对商场经理来说最具有意义的是（　　）

A．平均数　　B．众数　　C．中位数　　D．方差

【答案】*B*

【分析】根据题意可知最畅销的应为众数，本题得以解决.

【解答】解：由题意可知，

最畅销的型号应该是销售量最多的型号，

故对商场经理来说最具有意义的是众数，

故选：*B*.

【点评】本题考查统计量的选择，解题的关键是明确题意，找出满足所求问题的条件.

7．（3 分）如图，给出下列四组条件：

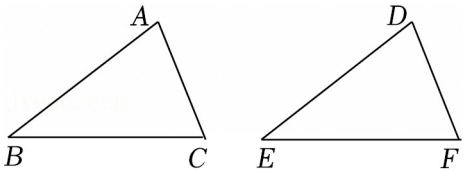
① $AB=DE$，$BC=EF$，$AC=DF$；

② $AB=DE$，$\angle B=\angle E$，$BC=EF$；

③ $\angle B=\angle E$，$BC=EF$，$\angle C=\angle F$；

④ $AB=DE$，$AC=DF$，$\angle B=\angle E$.

其中，能使$\triangle ABC\cong\triangle DEF$的条件共有（　　）




A．1 组　　B．2 组　　C．3 组　　D．4 组

【答案】$C$

【分析】要使$\triangle ABC\cong\triangle DEF$的条件必须满足$SSS$、$SAS$、$ASA$、$AAS$，可据此进行判断.

【解答】解：第①组满足$SSS$，能证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

第②组满足$SAS$，能证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

第③组满足$ASA$，能证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

第④组只是$SSA$，不能证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

所以有3组能证明$\triangle ABC\cong\triangle DEF$.

故符合条件的有3组.

故选：$C$.

【点评】本题考查三角形全等的判定方法；判定两个三角形全等的一般方法有：$SSS$、$SAS$、$ASA$、$AAS$、$HL$．添加时注意：$AAA$、$SSA$不能判定两个三角形全等，不能添加，根据已知结合图形及判定方法选择条件是正确解答本题的关键.

8. （3分）下面是按一定规律排列的一列数：

第1个数：$\frac{1}{2}-(1+\frac{-1}{2})$；

第2个数：$\frac{1}{3}-(1+\frac{-1}{2})(1+\frac{(-1)^2}{3})(1+\frac{(-1)^3}{4})$；

第3个数：$\frac{1}{4}-(1+\frac{-1}{2})(1+\frac{(-1)^2}{3})(1+\frac{(-1)^3}{4})(1+\frac{(-1)^4}{5})(1+\frac{(-1)^5}{6})$；

…

第 $n$ 个数：$\frac{1}{n+1}-\left(1+\frac{-1}{2}\right)\left(1+\frac{(-1)^2}{3}\right)\left(1+\frac{(-1)^3}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{(-1)^{2n-1}}{2n}\right)$.

那么，在第 10 个数，第 11 个数，第 12 个数，第 13 个数中，最大的数是（　　）

A．第 10 个数　　B．第 11 个数　　C．第 12 个数　　D．第 13 个数

【答案】$A$

【分析】根据题意找出规律然后依次解得答案进行比较.

【解答】解：第 1 个数：$\frac{1}{2}-\left(1+\frac{-1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=0$;

第 2 个数：$\frac{1}{3}-\left(1+\frac{-1}{2}\right)\left(1+\frac{(-1)^2}{3}\right)\left(1+\frac{(-1)^3}{4}\right)=\frac{1}{3}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{6}$;

第 3 个数：$\frac{1}{4}-\left(1+\frac{-1}{2}\right)\left(1+\frac{(-1)^2}{3}\right)\left(1+\frac{(-1)^3}{4}\right)\left(1+\frac{(-1)^4}{5}\right)\left(1+\frac{(-1)^5}{6}\right)=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$;

按此规律，第 $n$ 个数：

$\frac{1}{n+1}-\left(1+\frac{-1}{2}\right)\left(1+\frac{(-1)^2}{3}\right)\left(1+\frac{(-1)^3}{4}\right)\cdots\left(1+\frac{(-1)^{2n-1}}{2n}\right)=\frac{1}{n+1}-\frac{1}{2}=\frac{1-n}{2(n+1)}$.

可得：$n$ 越大，第 $n$ 个数越小，所以选 $A$.

故选：$A$.

【点评】本题主要考查在算式运算过程中，寻找被减数与减数和差的规律.

**二、填空题（本大题共有 10 小题，每小题 3 分，共 30 分．不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）**

9. （3分）计算：（﹣3）$^2$=__9__.

【答案】见试题解答内容

【分析】原式利用乘方的意义计算即可得到结果.

【解答】解：原式=9,

故答案为：9

【点评】此题考查了有理数的乘方，熟练掌握乘方的意义是解本题的关键.

10. （3分）使$\sqrt{x-1}$有意义的$x$的取值范围是 __$x\geqslant 1$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】先根据二次根式有意义的条件列出关于$x$的不等式，求出$x$的取值范围即可.

【解答】解：∵$\sqrt{x-1}$有意义,

∴$x-1\geqslant 0$，解得$x\geqslant 1$.

故答案为：$x\geqslant 1$.

【点评】本题考查的是二次根式有意义的条件，熟知二次根式中的被开方数是非负数是解答此题的关键.

11. （3分）江苏省的面积约为102 600$km^2$，这个数据用科学记数法可表示为 __$1.026\times 10^5$__ $km^2$.

【答案】见试题解答内容

【分析】科学记数法就是将一个数字表示成（$a\times10$ 的 $n$ 次幂的形式），其中 $1\leqslant|a|<10$，$n$ 表示整数．$n$ 为整数位数减 1，即从左边第一位开始，在首位非零的后面加上小数点，再乘以 10 的 $n$ 次幂.

【解答】解：102 600$=1.026\times10^5$（$km^2$）．

故答案为：$1.026\times10^5$.

【点评】用科学记数法表示一个数的方法是

（1）确定 $a$：$a$ 是只有一位整数的数；

（2）确定 $n$：当原数的绝对值≥10 时，$n$ 为正整数，$n$ 等于原数的整数位数减 1；当原数的绝对值＜1 时，$n$ 为负整数，$n$ 的绝对值等于原数中左起第一个非零数前零的个数（含整数位数上的零）．

12. （3 分）反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$的图象在第__二、四__象限.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据反比例函数的性质解答.

【解答】解：∵$k=-1<0$,

∴反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$中，图象在第二、四象限.

【点评】反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 的图象在第二、四象限．本题主要考查反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象，当 $k>0$ 时，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在一三象限；当 $k<0$ 时，反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 的图象在二、四象限.

13. （3 分）某县 2008 年农民人均年收入为 7 800 元，计划到 2010 年，农民人均年收入达到 9 100 元．设人均年收入的平均增长率为 $x$，则可列方程 $7800（x+1）^2=9100$ ．

【答案】见试题解答内容

【分析】主要考查增长率问题，一般用增长后的量＝增长前的量×（1+增长率），如果设人均年收入的平均增长率为 $x$，根据题意即可列出方程.

【解答】解：设人均年收入的平均增长率为 $x$，根据题意可列出方程为：$7800（x+1）^2=9100$.

故答案为：$7800（x+1）^2=9100$.

【点评】本题重点考查列一元二次方程解答有关平均增长率问题．本题易错误为：$7800（1+x）\times 2=9100$，其错误的原因是把 2009 年、2010 年人均年收入相对的整体“1”看成 2008 年的人均年收入．对于平均增长率问题，在理解的基础上，可归结为 $a（1+x）^2=b$（$a<b$）；平均降低率问题，在理解的基础上，可归结为 $a（1-x）^2=b$（$a>b$）．

14. （3分）若 $3a^2-a-2=0$，则 $5+2a-6a^2=$ __1__.

【答案】见试题解答内容

【分析】先观察 $3a^2-a-2=0$，找出与代数式 $5+2a-6a^2$ 之间的内在联系后，代入求值.

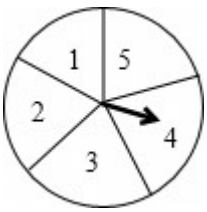
【解答】解：∵$3a^2-a-2=0$，∴$3a^2-a=2$，

∴$5+2a-6a^2=5-2(3a^2-a)=5-2\times2=1$.

故答案为：1.

【点评】本题主要考查了代数式求值问题．代数式中的字母表示的数没有明确告知，而是隐含在题设中，把所求的代数式变形整理出题设中的形式，利用“整体代入法”求代数式的值.

15. （3分）如图，一个圆形转盘被等分成五个扇形区域，上面分别标有数字1、2、3、4、5，转盘指针的位置固定，转动转盘后任其自由停止．转动转盘一次，当转盘停止转动时，记指针指向标有偶数所在区域的概率为 $P$（偶数），指针指向标有奇数所在区域的概率为 $P$（奇数），指针落在线上时记右边区域，则 $P$（偶数） __＜__ $P$（奇数）（填“＞”“＜”或“＝”）.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据题意分别求出奇数和偶数在整个圆形转盘中所占的比例，再进行比较即可.

【解答】解：∵一个圆形转盘被等分成五个扇形区域，有 2 个偶数区，3 个奇数区，

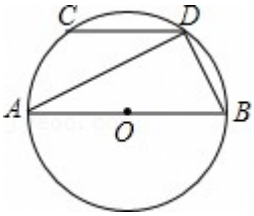
∴有 $P$（偶数）$=\frac{2}{5}$，$P$（奇数）$=\frac{3}{5}$，所以 $P$（偶数）$<P$（奇数）.

故答案为：<.

【点评】此题考查概率的求法：如果一个事件有 $n$ 种可能，而且这些事件的可能性相同，

其中事件 $A$ 出现 $m$ 种可能，那么事件 $A$ 的概率 $P$（$A$）$=\frac{m}{n}$.

16. （3 分）如图，$AB$ 是⊙$O$ 的直径，弦 $CD\parallel AB$．若∠$ABD$＝65°，则∠$ADC$＝__25__度.




【答案】见试题解答内容

【分析】根据圆周角定理和直角三角形两锐角互余解答.

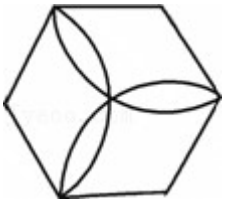
【解答】解：∵$CD\parallel AB$，∴∠$ADC$＝∠$BAD$，

又∵$AB$ 是⊙$O$ 的直径，∴∠$ADB$＝90°，∴∠$ADC$＝∠$BAD$＝90°－∠$ABD$＝25°.

故答案为：25

【点评】本题主要考查直径所对的圆周角是直角，两直线平行内错角相等等性质.

17. （3 分）已知正六边形的边长为 1*cm*，分别以它的三个不相邻的顶点为圆心，1*cm* 长为半径画弧（如图），则所得到的三条弧的长度之和为 __2π__ *cm*（结果保留 π）.



【答案】见试题解答内容

【分析】本题主要考查求正多边形的每一个内角，以及弧长计算公式.

【解答】解：方法一：

先求出正六边形的每一个内角=$\frac{(6-2)\times 180°}{6}=120°$,

所得到的三条弧的长度之和=$3\times\frac{120\pi r}{180}=2\pi$（*cm*）；

方法二：先求出正六边形的每一个外角为 60°,

得正六边形的每一个内角 120°,

每条弧的度数为 120°,

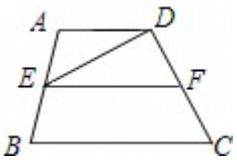
三条弧可拼成一整圆，其三条弧的长度之和为 2π*cm*.

故答案为：2π.

【点评】与圆有关的计算，注意圆与多边形的结合.

18. （3 分）如图，已知 *EF* 是梯形 *ABCD* 的中位线，△*DEF* 的面积为 4$cm^2$，则梯形 *ABCD*

的面积为 __16__ $cm^2$.




【答案】见试题解答内容

【分析】设梯形的高为 $h$ $cm$，根据已知△$DEF$ 的高为梯形高的一半，从而根据三角形的面积可求得中位线与高的乘积，即求得了梯形的面积.

【解答】解：设梯形的高为 $h$ $cm$，

∵$EF$ 是梯形 $ABCD$ 的中位线，

∴△$DEF$ 的高为$\frac{h}{2}$，

∵△$DEF$ 的面积为$\frac{1}{2}\times EF\times\frac{h}{2}=\frac{1}{4}h\cdot EF=4$，

∴$h\cdot EF=16$（$cm^2$），

∴梯形 $ABCD$ 的面积为 $EF\cdot h=16$（$cm^2$）.

故答案为：16.

【点评】此题主要考查梯形中位线定理的运用.

**三、解答题（本大题共有 10 小题，共 96 分．请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤）**

19. （8 分）计算：

（1）$|-2|-(1+\sqrt{2})^{0}+\sqrt{4}$；

（2）$(a-\frac{1}{a})\div\frac{a^2-2a+1}{a}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】按照实数的运算法则依次计算，注意负指数为正指数的倒数；任何非 0 数的 0 次幂等于 1.

【解答】解：（1）原式＝2－1+2＝3.

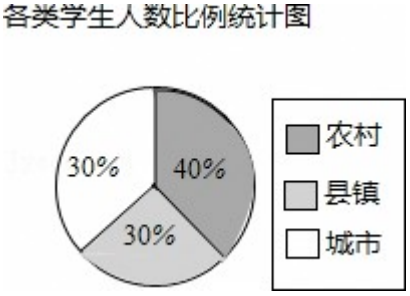
（2）原式$=\frac{a^2-1}{a}\div\frac{(a-1)^2}{a}=\frac{(a+1)(a-1)}{a}\times\frac{a}{(a-1)^2}=\frac{a+1}{a-1}$.

【点评】（1）本题是一道常见的且难度不大的实数运算基础题，主要考查绝对值、零次方和算术平方根，属于容易题.

（2）本题是一道难度中等的分式混合运算题，其运算顺序是先将括号内通分，再将分式除法转化为分式乘法．本题通分后容易错的地方时将多项式 $a^2-1$，$a^2-2a+1$ 因式分解错误.

20．（8 分）某市对九年级学生进行了一次学业水平测试，成绩评定分 $A$、$B$、$C$、$D$ 四个等第．为了解这次数学测试成绩情况，相关部门从该市的农村、县镇、城市三类群体的学生中共抽取 2000 名学生的数学成绩进行统计分析，相应数据的统计图表如下：

各类学生人数比例统计图




各类学生成绩人数比例统计表:

| 等第<br>人数<br>类别 | *A* | *B* | *C* | *D* |
|---|---|---|---|---|
| 农村 | ▲ | 200 | 240 | 80 |
| 县镇 | 290 | 132 | 130 | ▲ |
| 城市 | 240 | ▲ | 132 | 48 |

（注：等第 *A*、*B*、*C*、*D* 分别代表优秀、良好、合格、不合格）

（1）请将上面表格中缺少的三个数据补充完整;

（2）若该市九年级共有 60000 名学生参加测试，试估计该市学生成绩合格以上（含合格）的人数.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据扇形图可分别求出农村人口、县镇人口、城市人口，进而求出缺少的数据即可；

（2）利用样本来估计总体即可.

【解答】解：（1）∵农村人口＝2000×40%＝800,

∴农村 $A$ 等第的人数＝800－200－240－80＝280；

∵县镇人口＝2000×30%＝600,

∴县镇 $D$ 等第的人数＝600－290－132－130＝48；

∵城市人口＝2000×30%＝600,

∴城市 $B$ 等第的人数＝600－240－132－48＝180

故分别填：280，48，180.

（2）抽取的学生中，成绩不合格的人数共有（80+48+48）＝176（人），

所以成绩合格以上的人数为 2000－176＝1824（人），

估计该市成绩合格以上的人数为$\frac{1824}{2000}$×60000＝54720（人）.

答：估计该市成绩合格以上的人数约为 54720 人.

【点评】本题是一道利用统计知识解答实际问题的重点考题．主要考查利用统计图表，处理数据的能力和利用样本估计总体的思想．解答这类题目，观察图表要细致，对应的图例

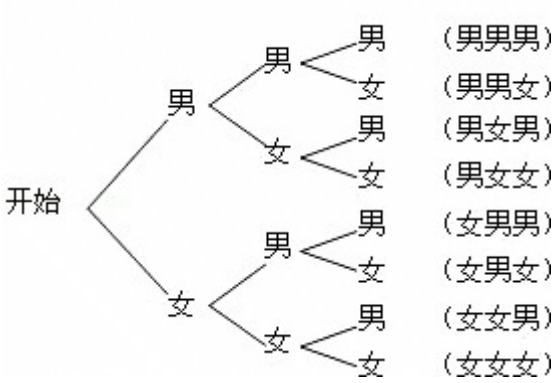
及其关系不能错位，计算要认真准确.

21. （8 分）一家医院某天出生了 3 个婴儿，假设生男生女的机会相同，那么这 3 个婴儿中，出现 1 个男婴、2 个女婴的概率是多少?

【答案】见试题解答内容

【分析】本题先利用树状图，求出医院某天出生了 3 个婴儿的 8 种等可能性，再求出出现 1 个男婴、2 个女婴有三种，概率为$\frac{3}{8}$.

【解答】解：用树状图分析如下：




∴一共有 8 种情况，出现 1 个男婴、2 个女婴的有 3 种情况，

∴$P$（1 个男婴，2 个女婴）=$\frac{3}{8}$.

答：出现 1 个男婴，2 个女婴的概率是$\frac{3}{8}$. （8 分）

【点评】本题利用树状图比较合适，利用列表不太方便. 一般来说求等可能性，只有两个层次，既可以用树状图，又可以用列表；有三个层次时，适宜用树状图求出所有的等可能

性．用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比．

22．（8 分）一辆汽车从 $A$ 地驶往 $B$ 地，前$\frac{1}{3}$路段为普通公路，其余路段为高速公路．已知汽车在普通公路上行驶的速度为 $60km/h$，在高速公路上行驶的速度为 $100km/h$，汽车从 $A$ 地到 $B$ 地一共行驶了 $2.2h$．

请你根据以上信息，就该汽车行驶的“路程”或“时间”，提出一个用二元一次方程组解决的问题，并写出解答过程．

【答案】见试题解答内容

【分析】在阅读考题中，要能获取题中相应的等量关系：从 $A$ 地驶往 $B$ 地，前$\frac{1}{3}$路段为普通公路，其余路段为高速公路．得到：高速公路的长度＝普通公路长度的两倍；汽车从 $A$ 地到 $B$ 地一共行驶了 $2.2h$．最简单的是根据在普通公路的时间和在高速公路的时间提出问题，再设未知数，列方程组，解答问题．

【解答】方式 1：问题：普通公路和高速公路各为多少千米?

解：设普通公路长为 $x$（$km$），高速公路长为 $y$（$km$）．

根据题意，得$\begin{cases} 2x=y \\ \frac{x}{60}+\frac{y}{100}=2.2 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=60 \\ y=120 \end{cases}$，

答：普通公路长为 60*km*，高速公路长为 120*km*.

方式 2：问题：汽车在普通公路和高速公路上各行驶了多少小时?

解：设汽车在普通公路上行驶了 $x$（*h*），高速公路上行驶了 $y$（*h*）.

根据题意，得 $\begin{cases} x+y=2.2 \\ 60x\times 2=100y \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=1 \\ y=1.2 \end{cases}$，

答：汽车在普通公路上行驶了 1*h*，高速公路上行驶了 1.2*h*.

方式 3：问题：普通公路和两地公路总长各为多少千米?

解：设普通公路长 *xkm*，两地公路总长 *ykm*.

根据题意，得 $\begin{cases} x=\dfrac{1}{3}y \\ \dfrac{x}{60}+\dfrac{y-x}{100}=2.2 \end{cases}$，

解得 $\begin{cases} x=60 \\ y=180 \end{cases}$，

答：普通公路长 60*km*，两地公路总长 180*km*.

方式 4：问题：普通公路有多少千米，汽车在普通公路上行驶了多少小时?

解：设普通公路长 $x$（*km*），汽车在普通公路上行驶了 $y$（*h*）.

根据题意，得$\begin{cases} x=60y \\ 2x=100\times(2.2-y) \end{cases}$，

解得$\begin{cases} x=60 \\ y=1 \end{cases}$，

答：普通公路长 60*km*，汽车在普通公路上行驶了 1*h*.

【点评】这是一道较为新颖的行程问题的应用题，考查学生分析问题，提出问题并解决问题的能力.

本题中常见的错误是：

（1）阅读能力差，找不出题中的数量关系，无法提出问题；

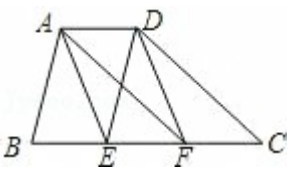
（2）对二元一次方程组的模型没有掌握，列不出方程组；

（3）少数人计算能力差，书写不规范等．找到两个等量关系是解决问题的关键.

23. （10 分）如图，在梯形 *ABCD* 中，*AD*∥*BC*，*AB*∥*DE*，*AF*∥*DC*，*E*、*F* 两点在边 *BC* 上，且四边形 *AEFD* 是平行四边形.

（1）*AD* 与 *BC* 有何等量关系，请说明理由；

（2）当 *AB*＝*DC* 时，求证：平行四边形 *AEFD* 是矩形.




【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由题中所给平行线，不难得出四边形 $ABED$ 和四边形 $AFCD$ 都是平行四边形，而四边形 $AEFD$ 也是平行四边形，三个平行四边形都共有一条边 $AD$，所以可得出 $AD=\frac{1}{3}BC$ 的结论.

（2）根据矩形的判定和定义，对角线相等的平行四边形是矩形．只要证明 $AF=DE$ 即可得出结论.

【解答】（1）解：$AD=\frac{1}{3}BC$.

理由如下：

$\because AD\parallel BC$，$AB\parallel DE$，$AF\parallel DC$，

$\therefore$四边形 $ABED$ 和四边形 $AFCD$ 都是平行四边形.

$\therefore AD=BE$，$AD=FC$，

又$\because$四边形 $AEFD$ 是平行四边形，

$\therefore AD=EF$.

$\therefore AD=BE=EF=FC$.

$\therefore AD=\frac{1}{3}BC$.

（2）证明：$\because$四边形 $ABED$ 和四边形 $AFCD$ 都是平行四边形，

$\therefore DE=AB$，$AF=DC$.

∵$AB=DC$,

∴$DE=AF$.

又∵四边形$AEFD$是平行四边形,

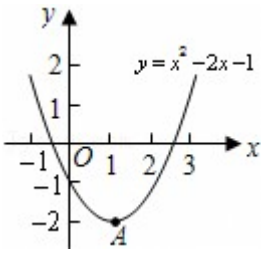
∴平行四边形$AEFD$是矩形.

【点评】本题考查了梯形、平行四边形的性质和矩形的判定，是一道集众多四边形于一体的小综合题，难度中等稍偏上的考题．有的学生往往因为基础知识不扎实，做到一半就做不下去了，建议老师平时教学中，重视一题多变，适当地变式联系，可以触类旁通.

24. （10分）如图，已知二次函数$y=x^2-2x-1$的图象的顶点为$A$．二次函数$y=ax^2+bx$的图象与$x$轴交于原点$O$及另一点$C$，它的顶点$B$在函数$y=x^2-2x-1$的图象的对称轴上.

（1）求点$A$与点$C$的坐标;

（2）当四边形$AOBC$为菱形时，求函数$y=ax^2+bx$的关系式.




【答案】见试题解答内容

【分析】（1）二次函数$y=ax^2+bx$的顶点在已知二次函数抛物线的对称轴上，可知两个函数对称轴相等，因此先根据已知函数求出对称轴．根据函数解析式得出顶点$A$的坐标与

对称轴，故可得出二次函数 $y=ax^2+bx$ 关于 $x=1$ 对称，且函数与 $x$ 轴的交点分别是原点和 $C$ 点，所以点 $C$ 和点 $O$ 关于直线 $l$ 对称，故可得出点 $C$ 的坐标；

（2）因为四边形 $AOBC$ 是菱形，根据菱形性质，可以得出点 $O$ 和点 $C$ 关于直线 $AB$ 对称，点 $B$ 和点 $A$ 关于直线 $OC$ 对称，因此，可求出点 $B$ 的坐标，根据二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象经过点 $B$（1，2），$C$（2，0），将 $B$，$C$ 代入解析式得出 $ab$ 的值，进而得出其解析式.

【解答】解：（1）∵$y=x^2-2x-1=(x-1)^2-2$，

∴顶点 $A$ 的坐标为（1，－2）.

∵二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象与 $x$ 轴交于原点 $O$ 及另一点 $C$，它的顶点 $B$ 在函数 $y=x^2-2x-1$ 的图象的对称轴上.

∴二次函数 $y=ax^2+bx$ 的对称轴为：直线 $x=1$，

∴点 $C$ 和点 $O$ 关于直线 $x=1$ 对称，

∴点 $C$ 的坐标为（2，0）.

（2）因为四边形 $AOBC$ 是菱形，所以点 $B$ 和点 $A$ 关于直线 $OC$ 对称，

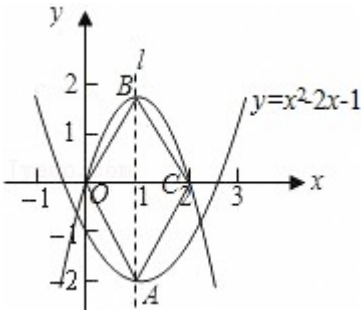
因此，点 $B$ 的坐标为（1，2）.

因为二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图象经过点 $B$（1，2），$C$（2，0），

所以$\begin{cases} a+b=2 \\ 4a+2b=0 \end{cases}$，

解得$\begin{cases} a=-2 \\ b=4 \end{cases}$，

所以二次函数$y=ax^2+bx$的关系式为$y=-2x^2+4x$.

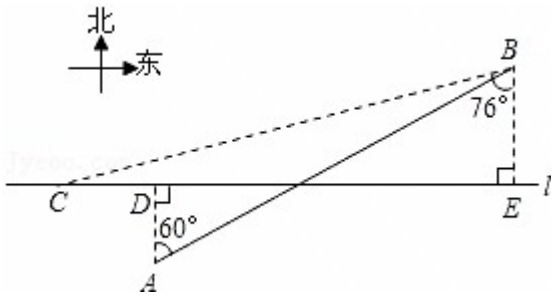



【点评】本题主要考查利用二次函数和菱形的对称性求有关的点，再用待定系数法求二次函数解析式，是难度中等的考题.

25. （10分）如图，在航线$l$的两侧分别有观测点$A$和$B$，点$A$到航线$l$的距离为$2km$，点$B$位于点$A$北偏东60°方向且与$A$相距$10km$处．现有一艘轮船从位于点$B$南偏西76°方向的$C$处，正沿该航线自西向东航行，$5min$后该轮船行至点$A$的正北方向的$D$处.

（1）求观测点$B$到航线$l$的距离；

（2）求该轮船航行的速度（结果精确到$0.1km/h$）．（参考数据：$\sqrt{3}\approx1.73$，$\sin76°\approx0.97$，$\cos76°\approx0.24$，$\tan76°\approx4.01$）




【答案】见试题解答内容

【分析】第（1）题中已将观测点 $B$ 到航线 $l$ 的距离用辅助线 $BE$ 表示出来，要求 $BE$，先求出 $OA$，$OB$，再在 Rt△$OBE$ 中，求出 $BE$ 即可.

第（2）题中，要求轮船航行的速度，需求出 $CE$，$CD$ 的长度，最后才能求出轮船航行的速度.

【解答】解：（1）设 $AB$ 与 $l$ 交于点 $O$.

在 Rt△$AOD$ 中，

∵∠$OAD$＝60°，$AD$＝2（$km$），

∴$OA=\frac{AD}{\cos 60°}$=4（$km$）.

∵$AB$＝10（$km$），

∴$OB$＝$AB$－$OA$＝6（$km$）.

在 Rt△$BOE$ 中，∠$OBE$＝∠$OAD$＝60°，

∴$BE$＝$OB$·cos60°＝3（$km$）.

答：观测点 $B$ 到航线 $l$ 的距离为 $3km$.

（2）在 Rt△$AOD$ 中，$OD=AD\cdot\tan60°=2\sqrt{3}$（$km$），

在 Rt△$BOE$ 中，$OE=BE\cdot\tan60°=3\sqrt{3}$（$km$），

∴$DE=OD+OE=5\sqrt{3}$（$km$）．

在 Rt△$CBE$ 中，$\angle CBE=76°$，$BE=3$（$km$），

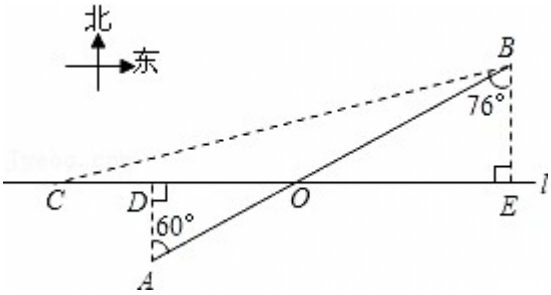
∴$CE=BE\cdot\tan\angle CBE=3\tan76°$.

∴$CD=CE-DE=3\tan76°-5\sqrt{3}\approx3.38$（$km$）．

∵$5$（$min$）$=\frac{1}{12}(h)$,

∴$v=\frac{s}{t}=\frac{CD}{\frac{1}{12}}=12CD=12\times3.38\approx40.6$（$km/h$）．

答：该轮船航行的速度约为 $40.6km/h$.

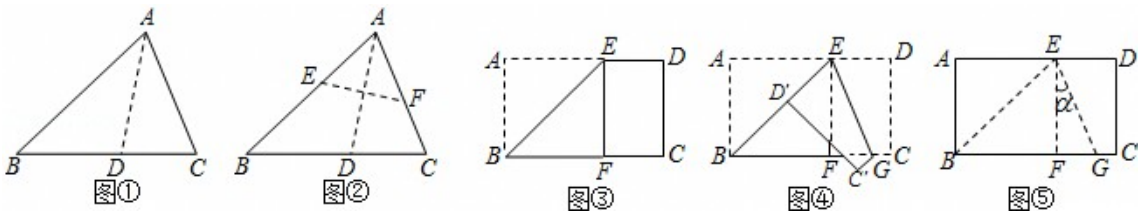



【点评】本题重点考查解直角三角形应用的问题．注意分析题意，构造直角三角形，利用三角函数求解.

26．（10 分）（1）观察与发现：小明将三角形纸片 $ABC$（$AB>AC$）沿过点 $A$ 的直线折叠，

使得 $AC$ 落在 $AB$ 边上，折痕为 $AD$，展开纸片（如图①）；在第一次的折叠基础上第二次折叠该三角形纸片，使点 $A$ 和点 $D$ 重合，折痕为 $EF$，展平纸片后得到△$AEF$（如图②）．小明认为△$AEF$ 是等腰三角形，你同意吗？请说明理由．

（2）实践与运用：将矩形纸片 $ABCD$ 沿过点 $B$ 的直线折叠，使点 $A$ 落在 $BC$ 边上的点 $F$ 处，折痕为 $BE$（如图③）；再沿过点 $E$ 的直线折叠，使点 $D$ 落在 $BE$ 上的点 $D'$处，折痕为 $EG$（如图④）；再展平纸片（如图⑤）．求图⑤中∠α的大小．




【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由两次折叠知，点 $A$ 在 $EF$ 的中垂线上，所以 $AE=AF$；

（2）由图知，$\angle\alpha=\angle FED-(180°-\angle AEB)\div 2$．

【解答】解：（1）同意．如图，设 $AD$ 与 $EF$ 交于点 $G$．

由折叠知，$AD$ 平分∠$BAC$，所以∠$BAD$＝∠$CAD$．

又由折叠知，∠$AGE$＝∠$DGE$，∠$AGE$+∠$DGE$＝180°，

所以∠$AGE$＝∠$AGF$＝90°，

所以∠$AEF$＝∠$AFE$．所以 $AE=AF$，

即△*AEF* 为等腰三角形.

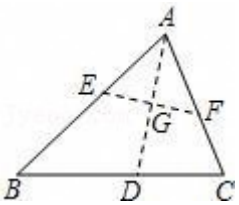
（2）由折叠知，四边形 *ABFE* 是正方形，∠*AEB*＝45°，

所以∠*BED*＝135 度.

又由折叠知，∠*BEG*＝∠*DEG*，

所以∠*DEG*＝67.5 度.

从而∠α＝67.5°－45°＝22.5°.




【点评】本题是一道折叠操作性考题．重点考查学生通过观察学习，领悟感受，探究发现折叠图形的对称只是，培养其自主学习能力，本题的关键是成轴对称的两个图形全等，对应角相等.

在解答此题时，有的人往往知道结论，书写不规范，建议教师在以后的教学中，在培养学生自主学习能力的同时，还要注重培养有条理表达和规范证明的能力.

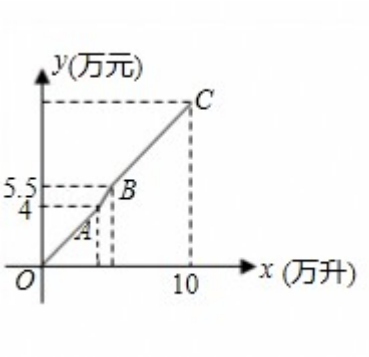
27．（12 分）某加油站五月份营销一种油品的销售利润 *y*（万元）与销售量 *x*（万升）之间函数关系的图象如图中折线所示，该加油站截止到 13 日调价时的销售利润为 4 万元，截

止至 15 日进油时的销售利润为 5.5 万元．（销售利润＝（售价－成本价）×销售量）请你根据图象及加油站五月份该油品的所有销售记录提供的信息，解答下列问题：

（1）求销售量 $x$ 为多少时，销售利润为 4 万元；

（2）分别求出线段 $AB$ 与 $BC$ 所对应的函数关系式；

（3）我们把销售每升油所获得的利润称为利润率，那么，在 $OA$、$AB$、$BC$ 三段所表示的销售信息中，哪一段的利润率最大？（直接写出答案）




五月份销售记录

1日：有库存6万升，成本价4元/升，售价5元/升。
13日：售价调整为5.5元/升。
15日：进油4万升，成本价4.5元/升。
31日：本月共销售10万升。

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据销售记录每升利润为 1 元，所以销售利润为 4 万元时销售量为 4 万升；

（2）设 $BC$ 所对应的函数关系式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），求出图象中 $B$ 点和 $C$ 点的坐标代入关系式中即可．

（3）判断利润率最大，应该看倾斜度．

【解答】解：解法一：

（1）根据题意，当销售利润为 4 万元，销售量为 4÷（5－4）＝4（万升）．

答：销售量 $x$ 为 4 万升时销售利润为 4 万元；

（2）点 $A$ 的坐标为（4，4），从 13 日到 15 日销售利润为 5.5－4＝1.5（万元），

所以销售量为 1.5÷（5.5－4）＝1（万升），所以点 $B$ 的坐标为（5，5.5）．

设线段 $AB$ 所对应的函数关系式为 $y=kx+b$，则 $\begin{cases}4=4k+b\\5.5=5k+b\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1.5\\b=-2\end{cases}$

∴线段 $AB$ 所对应的函数关系式为 $y=1.5x-2$（$4\leqslant x\leqslant 5$）．

从 15 日到 31 日销售 5 万升，利润为 1×1.5+4×（5.5－4.5）＝5.5（万元）．

∴本月销售该油品的利润为 5.5+5.5＝11（万元），所以点 $C$ 的坐标为（10，11）．

设线段 $BC$ 所对应的函数关系式为 $y=mx+n$，则 $\begin{cases}5.5=5m+n\\11=10m+n\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=1.1\\n=0\end{cases}$

所以线段 $BC$ 所对应的函数关系式为 $y=1.1x$（$5\leqslant x\leqslant 10$）；

（3）线段 $AB$ 倾斜度最大，所以利润率最高．

解法二：

（1）根据题意，线段 $OA$ 所对应的函数关系式为 $y=(5-4)x$，即 $y=x$（$0\leqslant x\leqslant 4$）．

当 $y=4$ 时，$x=4$．

答：销售量为 4 万升时，销售利润为 4 万元．

（2）设线段 $AB$ 所对应的函数关系式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），则 $\begin{cases}4=4k+b\\5.5=5k+b\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}k=1.5\\b=-2\end{cases}$

∴线段 $AB$ 所对应的函数关系式为 $y=1.5x-2$（$4\leqslant x\leqslant5$）.

设 $BC$ 所对应的函数关系式为 $y=kx+b$（$k\neq0$），

∵截止至 15 日进油时的销售利润为 5.5 万元,

且 13 日油价调整为 5.5 元/升,

∴$5.5=4+(5.5-4)x$,

$x=1$（万升）.

∴$B$ 点坐标为（5，5.5）.

∵15 日进油 4 万升，进价 4.5 元/升,

又∵本月共销售 10 万升,

∴本月总利润为:

$y=5.5+(5.5-4)\times(6-4-1)+4\times(5.5-4.5)$

$=5.5+1.5+4$

$=11$（万元）.

∴$C$ 点坐标为（10，11）.

将 $B$ 点和 $C$ 点坐标代入 $y=kx+b$ 得方程组为:

$\begin{cases}5k+b=5.5\\10k+b=11\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}k=1.1\\b=0\end{cases}$．

故线段 $BC$ 所对应的函数关系式为：$y=1.1x$．（$5\leqslant x\leqslant 10$）．

（3）线段 $AB$ 倾斜度最大，所以利润率最高．

【点评】这是一道分段函数难度中上的考题，主要考查从图表获取信息和利用一次函数解决实际问题的能力．本题的关键是要仔细审题，找出数量变化与对应函数图象的关系，思考：线段 $AB$，$OA$，$BC$ 对应的函数有哪些不同其根本原因是每升的成本，利润的变化，导致销售量的变化，正确计算出三种情形中的每升利润，是解决这一分段函数的重中之重．

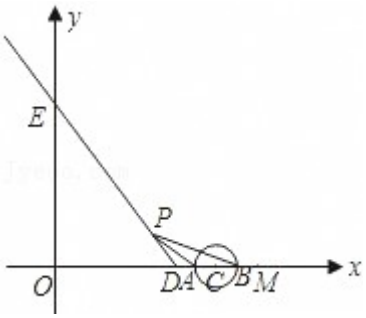
28．（12 分）如图，已知射线 $DE$ 与 $x$ 轴和 $y$ 轴分别交于点 $D$（3，0）和点 $E$（0，4）．动点 $C$ 从点 $M$（5，0）出发，以 1 个单位长度/秒的速度沿 $x$ 轴向左做匀速运动，与此同时，动点 $P$ 从点 $D$ 出发，也以 1 个单位长度/秒的速度沿射线 $DE$ 的方向做匀速运动．设运动时间为 $t$ 秒．

（1）请用含 $t$ 的代数式分别表示出点 $C$ 与点 $P$ 的坐标；

（2）以点 $C$ 为圆心、$\frac{1}{2}t$ 个单位长度为半径的⊙$C$ 与 $x$ 轴交于 $A$、$B$ 两点（点 $A$ 在点 $B$ 的左侧），连接 $PA$、$PB$．

①当⊙$C$与射线$DE$有公共点时，求$t$的取值范围；

②当△$PAB$为等腰三角形时，求$t$的值.




【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据题意，得$t$秒时，点$C$的横坐标为$5-t$，纵坐标为0；过点$P$作$PQ\perp x$轴于点$Q$，根据相似三角形对应边成比例列出比例式求出$PQ$、$DQ$再求出$OQ$，从而得解；

（2）①当点$A$到达点$D$时，所用的时间是$t$的最小值，此时$DC=OC-OD=5-t-3=\frac{1}{2}$，得到$t\geq\frac{4}{3}$；

当圆$C$在点$D$左侧且与$ED$相切时，为$t$的最大值.

如图，易得Rt△$CDF$∽Rt△$EDO$，有$\frac{CF}{4}=\frac{3-(5-t)}{5}$，求解得到$t$的最大值.

②当△$PAB$为等腰三角形时，有三种情况：$PA=AB$，$PA=PB$，$PB=AB$．根据勾股定理，求得每种情况的$t$的值.

【解答】解：（1）如图，$t$秒时，有$PD=t$，$DE=5$，$OE=4$，$OD=3$，

则$PQ$：$EO=DQ$：$OD=PD$：$ED$，

$\therefore PQ=\frac{4}{5}t$，$DQ=\frac{3}{5}t$.

$\therefore C$（$5-t$，0），$P\left(3-\frac{3}{5}t,\frac{4}{5}t\right)$.

（2）

①当⊙$C$的圆心$C$由点$M$（5，0）向左运动，使点$A$到点$D$并随⊙$C$继续向左运动时，

有$5-\frac{3}{2}t\le 3$，即$t\ge\frac{4}{3}$.

当点$C$在点$D$左侧时，过点$C$作$CF\perp$射线$DE$，垂足为$F$，

则由$\angle CDF=\angle EDO$，

得$\triangle CDF\backsim\triangle EDO$，

则$\frac{CF}{4}=\frac{3-(5-t)}{5}$，

解得$CF=\frac{4t-8}{5}$.

由$CF\le\frac{1}{2}t$，即$\frac{4t-8}{5}\le\frac{1}{2}t$，解得$t\le\frac{16}{3}$.

$\therefore$当⊙$C$与射线$DE$有公共点时，$t$的取值范围为$\frac{4}{3}\le t\le\frac{16}{3}$.

②当$PA=AB$时，过$P$作$PQ\perp x$轴，垂足为$Q$.

有$PA^2=PQ^2+AQ^2=\frac{16}{25}t^2+\left(5-\frac{3}{2}t-3+\frac{3}{5}t\right)^2$.

$\therefore\frac{29}{20}t^2-\frac{18}{5}t+4=t^2$，

即 $9t^2-72t+80=0$,

解得 $t_1=\frac{4}{3}$，$t_2=\frac{20}{3}$.

当 $PA=PB$ 时，有 $PC\perp AB$，此时 $P$，$C$ 横坐标相等,

$\therefore 5-t=3-\frac{3}{5}t$,

解得 $t_3=5$;

当 $PB=AB$ 时，有

$PB^2=PQ^2+BQ^2=\frac{16}{25}t^2+\left(5-\frac{1}{2}t-3+\frac{3}{5}t\right)^2$,

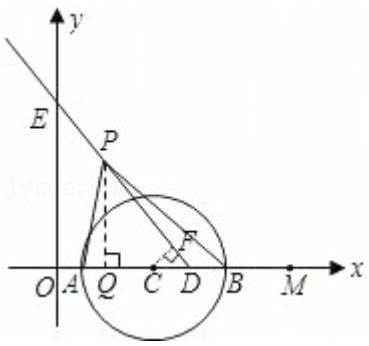
$\therefore \frac{13}{20}t^2+\frac{2}{5}t+4=t^2$,

即 $7t^2-8t-80=0$,

解得 $t_4=4$，$t_5=-\frac{20}{7}$（不合题意，舍去）.

$\therefore$ 当△$PAB$ 是等腰三角形时，$t=\frac{4}{3}$，或 $t=4$，或 $t=5$，或 $t=\frac{20}{3}$.

又$\because C$ 是从 $M$ 点向左运动的，故 $t=\frac{4}{3}$，或 $t=4$，或 $t=5$ 或 $t=\frac{20}{3}$.




【点评】本题为代数与几何有一定难度的综合题，它综合考查了用变量 $t$ 表示点的坐标,

直线（射线）与圆的位置关系，相似三角形和方程不等式等方面的知识.

重点考查学生是否认真审题，挖掘出题中的隐含条件，综合运用数学知识解决实际问题的能力，以及运用转化的思想，方程的思想，数形结合的思想和分类讨论的思想解决实际问题的能力.

由于本题入口平台较高，不少学生在第（1）题中就畏缩不前，第（2）题中的第①题中，不少学生把射线 $DE$ 误为直线，在第（2）题中的第②题，分类讨论不全面.