参考答案

2011 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	D	C	D	B	B

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分,在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. （2 分）$\sqrt{9}$的值等于（　　）

A．3　　B．－3　　C．±3　　D．$\sqrt{3}$

【答案】*A*

【分析】此题考查的是 9 的算术平方根，需注意的是算术平方根必为非负数.

【解答】解：∵$\sqrt{9}$=3,

故选：*A*.

【点评】此题主要考查了算术平方根的定义，一个正数只有一个算术平方根，0 的算术平方根是 0.

2. （2 分）下列运算正确的是（　　）

A．$a^2+a^3=a^5$　　B．$a^2\cdot a^3=a^6$　　C．$a^3+a^2=a$　　D．$(a^2)^3=a^6$

【答案】D

【分析】根据合并同类项法则、积的乘方和幂的乘方的法则运算.

【解答】解：A、a^2与a^3不是同类项，不能合并，故本选项错误；

B、$a^2 \cdot a^3 = a^{2+3} = a^5 \neq a^6$，故本选项错误；

C、a^3与a^2不是同类项，不能合并，故本选项错误；

D、$(a^2)^3 = a^{2\times3} = a^6$，故本选项正确.

故选：D.

【点评】此题考查了幂的乘方与积的乘方、合并同类项等知识，属于基本题型.

3. （2 分）在第六次全国人口普查中，南京市常住人口约为 800 万人，其中 65 岁及以上人口占 9.2%，则该市 65 岁及以上人口用科学记数法表示约为（　　）

A．0.736×10^6人　　B．7.36×10^4人

C．7.36×10^5人　　D．7.36×10^6人

【答案】C

【分析】先计算出该市 65 岁及以上人口数，然后用科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值$\geqslant10$时，n是正数；当原数的

绝对值＜1 时，n 是负数.

【解答】解：该市 65 岁及以上人口：8000000×9.2%＝736000（人）

将 736 000 人用科学记数法表示 7.36×10^5 人.

故选：C.

【点评】本题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

4．（2 分）为了了解某初中学校学生的视力情况，需要抽取部分学生进行调查．下列抽取学生的方法最合适的是（　　）

A．随机抽取该校一个班级的学生

B．随机抽取该校一个年级的学生

C．随机抽取该校一部分男生

D．分别从该校初一、初二、初三年级中各班随机抽取 10%的学生

【答案】D

【分析】根据抽取的样本要具有代表性，即可判断.

【解答】解：因为要了解初中的视力情况范围较大、难度较大，所以应采取抽样调查的方法比较合适，

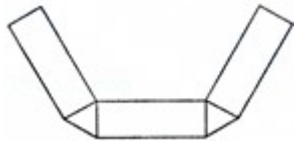
但抽取的样本是否具有代表性，直接关系到对总体估计的准确程度.

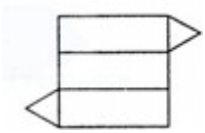
故选：*D*.

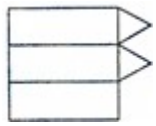
【点评】本题考查了调查方法的选择，要根据抽样调查的方法优缺点，再结合实际情况去分析，难度适中.

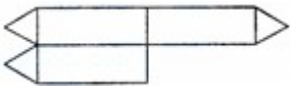
5. （2 分）如图是一个三棱柱．下列图形中，能通过折叠围成一个三棱柱的是（　　）



A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】*B*

【分析】利用三棱柱及其表面展开图的特点解题．三棱柱上、下两底面都是三角形.

【解答】解：*A*、折叠后有二个侧面重合，不能得到三棱柱；

B、折叠后可得到三棱柱；

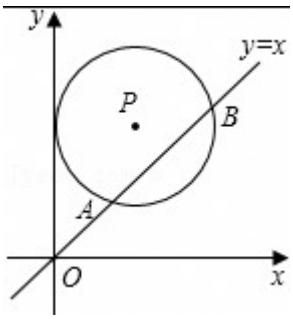
C、折叠后有二个底面重合，不能得到三棱柱；

D、多了一个底面，不能得到三棱柱.

故选：B.

【点评】本题考查了三棱柱表面展开图，上、下两底面应在侧面展开图长方形的两侧，且都是三角形.

6. （2 分）如图，在平面直角坐标系中，⊙P 的圆心是（2，a）（$a>2$），半径为 2，函数 $y=x$ 的图象被⊙P 截得的弦 AB 的长为$2\sqrt{3}$，则 a 的值是（　　）



A．$2\sqrt{2}$　　B．$2+\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．$2+\sqrt{3}$

【答案】B

【分析】过 P 点作 $PE\perp AB$ 于 E，过 P 点作 $PC\perp x$ 轴于 C，交 AB 于 D，连接 PA．分别求出 PD、DC，相加即可.

【解答】解：过 P 点作 $PE\perp AB$ 于 E，过 P 点作 $PC\perp x$ 轴于 C，交 AB 于 D，连接 PA.

∵$PE\perp AB$，$AB=2\sqrt{3}$，半径为 2，

∴$AE=\frac{1}{2}AB=\sqrt{3}$，$PA=2$，

根据勾股定理得：$PE=\sqrt{2^2-(\sqrt{3})^2}=1$，

∵点A在直线$y=x$上,

∴$\angle AOC=45°$,

∵$\angle DCO=90°$,

∴$\angle ODC=45°$,

∴$\triangle OCD$是等腰直角三角形,

∴$OC=CD=2$,

∴$\angle PDE=\angle ODC=45°$,

∴$\angle DPE=\angle PDE=45°$,

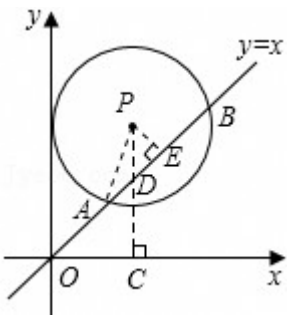
∴$DE=PE=1$,

∴$PD=\sqrt{2}$.

∵$\odot P$的圆心是（2，a），

∴$a=PD+DC=2+\sqrt{2}$.

故选：B.



【点评】本题综合考查了一次函数与几何知识的应用，题中运用圆与直线的关系以及直角三角形等知识求出线段的长是解题的关键．注意函数 $y=x$ 与 x 轴的夹角是 45°.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分,不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7. （2 分）－2 的相反数是 __2__.

【答案】见试题解答内容

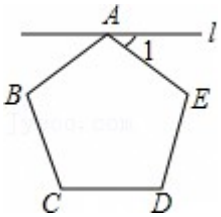
【分析】根据一个数的相反数就是在这个数前面添上“－”号，求解即可.

【解答】解：－2 的相反数是：－（－2）＝2,

故答案为：2.

【点评】本题考查了相反数的意义，一个数的相反数就是在这个数前面添上“－”号，一个正数的相反数是负数，一个负数的相反数是正数，0 的相反数是 0．不要把相反数的意义与倒数的意义混淆.

8. （2 分）如图，过正五边形 $ABCDE$ 的顶点 A 作直线 $l \parallel CD$，则∠1＝__36°__.



【答案】见试题解答内容

【分析】由已知 $l \parallel CD$，可得出∠1＝∠2，又由正五边形 $ABCDE$ 得∠BAE＝540°÷5＝108°，从而求出∠1 的度数.

【解答】解：连接 BE

∵多边形 $ABCDE$ 是正五边形，

∴∠BAE=$\frac{180°\times(5-2)}{5}$=108°，∠$ABE$＝∠$AEB$，

∵直线 $l \parallel CD$，$BE \parallel CD$，

∴直线 $l \parallel BE$，

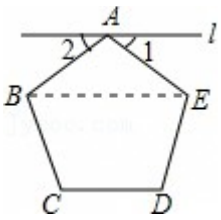
∴∠2＝∠ABE，∠1＝∠AEB，

∴∠1＝∠2=$\frac{1}{2}$（180°－∠BAE），

即 2∠1＝180°－108°，

∴∠1＝36°.

故答案为：36°.



【点评】此题考查的知识点是平行线的性质及正多边形的性质，解题的关键是由正多边形的性质和已知得出答案.

9. （2 分）计算（$\sqrt{2}+1$）（$2-\sqrt{2}$）＝__$\sqrt{2}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据二次根式的混合运算直接去括号得出，再进行合并同类二次根式即可.

【解答】解：（$\sqrt{2}+1$）（$2-\sqrt{2}$），

$=2\sqrt{2}-\sqrt{2}\times\sqrt{2}+1\times2-1\times\sqrt{2}$,

$=2\sqrt{2}-2+2-\sqrt{2}$,

$=\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

【点评】此题主要考查了二次根式的混合运算，在加减的过程中，有同类二次根式的要合并，注意认真计算，防止出错.

10. （2 分）等腰梯形的腰长为 5*cm*，它的周长是 22*cm*，则它的中位线长为__6__*cm*.

【答案】6.

【分析】根据等腰梯形的腰长和周长求出 *AD*+*BC*，根据梯形的中位线定理即可求出答案.

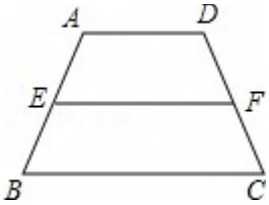
【解答】解：∵等腰梯形的腰长为 5*cm*，它的周长是 22*cm*,

∴*AD*+*BC*＝22－5－5＝12（*cm*），

∵*EF* 为梯形的中位线,

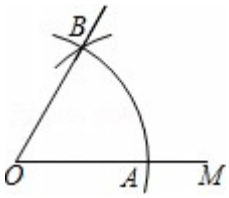
∴$EF=\frac{1}{2}$（$AD+BC$）＝6（cm），

故答案为：6.



【点评】本题主要考查对等腰梯形的性质，梯形的中位线定理等知识点的理解和掌握，理解梯形的中位线定理[知道 $EF=\frac{1}{2}$（$AD+BC$）]是解此题的关键.

11. （2 分）如图所示，以 O 为圆心，任意长为半径画弧．与射线 OM 交于点 A，再以 A 为圆心，AO 为半径画弧，两弧交于点 B，画射线 OB，则 $\cos\angle AOB$ 的值等于 __$\frac{1}{2}$__.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据作图可以证明△AOB 是等边三角形，则∠AOB＝60°，据此即可求解.

【解答】解：连接 AB,

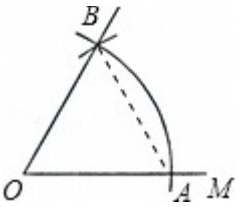
由作法可知：OA＝OB，AO＝AB

∴OA＝AB＝OB，即三角形 OAB 为等边三角形,

∴∠AOB＝60°,

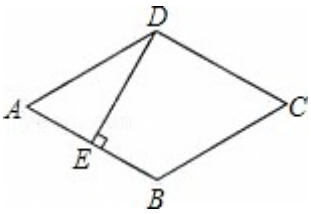
∴$\cos\angle AOB=\cos 60°=\frac{1}{2}$.

故答案为：$\frac{1}{2}$.



【点评】本题主要考查了特殊角的三角函数值，正确理解△ABO是等边三角形是解题的关键.

12. （2分）如图，菱形$ABCD$的边长是$2cm$，E是AB的中点，且$DE\perp AB$，则菱形$ABCD$的面积为__$2\sqrt{3}$__cm^2.



【答案】见试题解答内容

【分析】因为$DE\perp AB$，E是AB的中点，所以$AE=1cm$，根据勾股定理可求出DE的长，菱形的面积＝底边×高，从而可求出解.

【解答】解：∵E是AB的中点，

∴$AE=1cm$，

∵$DE\perp AB$，

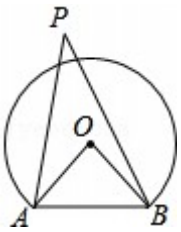
∴$DE=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}cm$.

∴菱形的面积为：$2\times\sqrt{3}=2\sqrt{3}cm^2$.

故答案为：$2\sqrt{3}$.

【点评】本题考查菱形的性质，四边都相等，菱形面积的计算公式以及勾股定理的运用等.

13. （2 分）如图，海边立有两座灯塔 A、B，暗礁分布在经过 A、B 两点的弓形（弓形的弧是⊙O 的一部分）区域内，$\angle AOB=80°$．为了避免触礁，轮船 P 与 A、B 的张角$\angle APB$ 的最大值为__40°__.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据已知得出当 P 点在圆上时，轮船 P 与 A、B 的张角$\angle APB$ 的最大，根据圆周角定理得出答案.

【解答】解：∵海边立有两座灯塔 A、B，暗礁分布在经过 A、B 两点的弓形（弓形的弧是⊙O 的一部分）区域内，$\angle AOB=80°$.

∴当 P 点在圆上时，不进入经过 A、B 两点的弓形（弓形的弧是⊙O 的一部分）区域内，

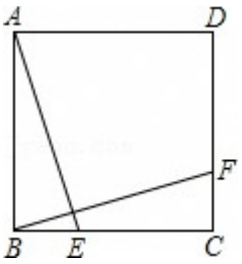
轮船 P 与 A、B 的张角 $\angle APB$ 最大，

此时为 $\angle AOB=80°$ 的一半，为 $40°$.

故答案为：$40°$.

【点评】此题主要考查了圆周角定理的应用，根据条件得出当 P 点在圆上时，轮船 P 与 A、B 的张角 $\angle APB$ 最大是解决问题的关键.

14. （2 分）如图，E、F 分别是正方形 $ABCD$ 的边 BC、CD 上的点，$BE=CF$，连接 AE、BF．将 $\triangle ABE$ 绕正方形的中心按逆时针方向旋转到 $\triangle BCF$，旋转角为 α（$0°<\alpha<180°$），则 $\angle\alpha=$ 90° .



【答案】见试题解答内容

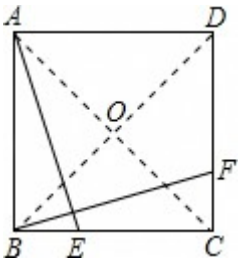
【分析】首先作出旋转中心，根据正方形的性质即可求解.

【解答】解：∵四边形 $ABCD$ 是正方形.

∴$\angle AOB=90°$,

故 $\alpha=90°$.

故答案为：90°.



【点评】本题主要考查了旋转的性质，以及正方形的性质，正确理解正方形的性质以及旋转角是解题的关键.

15. （2 分）设函数 $y=\frac{2}{x}$ 与 $y=x-1$ 的图象的交点坐标为（a，b），则 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 的值为__$-\frac{1}{2}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】把交点坐标代入 2 个函数后，得到 $ab=2$，$b-a=-1$，再利用整体代入法求 $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$ 的值即可.

【解答】解：∵函数 $y=\frac{2}{x}$ 与 $y=x-1$ 的图象的交点坐标为（a，b），

∴$b=\frac{2}{a}$，$b=a-1$，

∴$ab=2$，$b-a=-1$，

∴$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{b-a}{ab}=-\frac{1}{2}$.

故答案为：$-\frac{1}{2}$.

【点评】本题主要考查反比例函数与一次函数的交点问题，解题的关键是灵活运用所学知

识解决问题.

16. （2 分）甲、乙、丙、丁四位同学围成一圈依序循环报数，规定：

①甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4，接着甲报 5，乙报 6…按此规律，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1．当报到的数是 50 时，报数结束；

②若报出的数为 3 的倍数，则报该数的同学需拍手一次．在此过程中，甲同学需拍手的次数为__4__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据报数规律得出甲共报数 13 次，分别为 1，5，9，13，17，21，25，29，33，37，41，45，49，即可得出报出的数为 3 的倍数的个数，即可得出答案.

【解答】解：∵甲、乙、丙、丁首次报出的数依次为 1、2、3、4，接着甲报 5，乙报 6…按此规律，后一位同学报出的数比前一位同学报出的数大 1．当报到的数是 50 时，报数结束；

∴50÷4＝12 余 2，

∴甲共报数 13 次，分别为 1，5，9，13，17，21，25，29，33，37，41，45，49，

∵报出的数为 3 的倍数，则报该数的同学需拍手一次.

∴在此过程中，甲同学需报到：9，21，33，45 这 4 个数时，应拍手 4 次.

故答案为：4.

【点评】此题主要考查了数字规律，得出甲的报数次数以及分别报数的数据是解决问题的关键.

三、解答题（本大题共 12 小题，共 88 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （6 分）解不等式组$\begin{cases}5+2x\geq 3\\ \frac{x+1}{3}>\frac{x}{2}\end{cases}$，并写出不等式组的整数解.

【答案】见试题解答内容

【分析】首先解出两个不等式的解集，然后求出公共解集，找出符合条件的整数解即可.

【解答】解：$\begin{cases}5+2x\geq 3①\\ \frac{x+1}{3}>\frac{x}{2}②\end{cases}$，

由①得：$x\geqslant -1$,

由②得：$x<2$,

∴不等式组的解集为：$-1\leqslant x<2$,

∴不等式组的整数解是：-1，0，1.

【点评】此题主要考查了不等式组的解法，求不等式组的解集，应遵循以下原则：同大取较大，同小取较小，小大大小中间找，大大小小解不了.

18. （6分）计算（$\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$）$\div\frac{b}{b-a}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】首先把除法运算转化成乘法运算，然后找出最简公分母，进行通分，化简.

【解答】解：原式＝（$\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$）$\cdot\frac{b-a}{b}$

＝（$\frac{a}{a^2-b^2}-\frac{1}{a+b}$）$\cdot$（$-\frac{a-b}{b}$），

$=-\frac{b}{(a+b)(a-b)}\cdot\frac{a-b}{b}$，

$=-\frac{1}{a+b}$.

【点评】此题主要考查了分式的混合运算，通分、因式分解和约分是解答的关键.

19. （6分）解方程：$x^2-4x-1=0$.

【答案】见试题解答内容

【分析】配方法的一般步骤：（1）把常数项移到等号的右边；

（2）把二次项的系数化为1；

（3）等式两边同时加上一次项系数一半的平方.

【解答】解：∵$x^2-4x-1=0$，

∴$x^2-4x=1$，

∴$x^2-4x+4=1+4$，

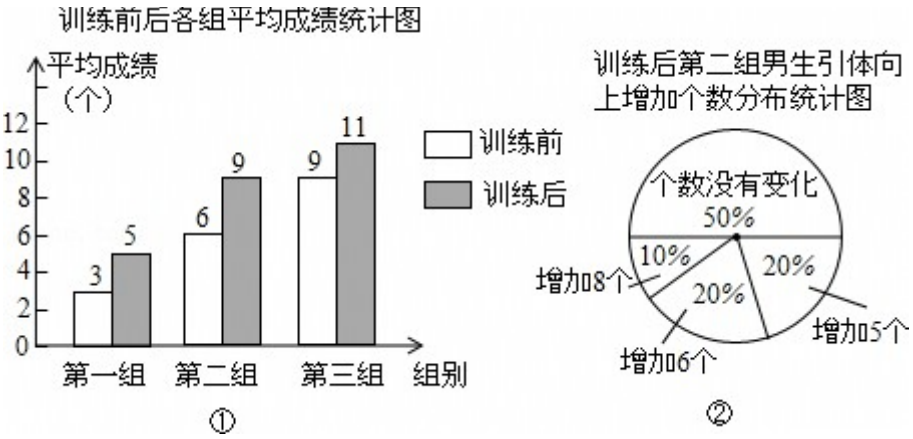
∴（$x-2$）$^2=5$,

∴$x=2\pm\sqrt{5}$,

∴$x_1=2+\sqrt{5}$，$x_2=2-\sqrt{5}$.

【点评】此题考查了配方法解一元二次方程，解题时要注意解题步骤的准确应用．选择用配方法解一元二次方程时，最好使方程的二次项的系数为 1，一次项的系数是 2 的倍数.

20．（7 分）某校部分男生分 3 组进行引体向上训练．对训练前后的成绩进行统计分析，相应数据的统计图如下.



（1）求训练后第一组平均成绩比训练前增长的百分数；

（2）小明在分析了图表后，声称他发现了一个错误：“训练后第二组男生引体向上个数没有变化的人数占该组人数的 50%，所以第二组的平均成绩不可能提高 3 个这么多．”你同意小明的观点吗？请说明理由；

（3）你认为哪一组的训练效果最好？请提供一个解释来支持你的观点.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）用训练后的成绩减去训练前的成绩除以训练前的成绩乘以100%即可；

（2）求出第二组的平均成绩增加的个数与小明的说法相比较即可作出判断；

（3）可以从训练前后成绩增长的百分数去分析，也可以通过个数比较.

【解答】解：（1）训练后第一组平均成绩比训练前增长的百分数是

$\frac{5-3}{3}\times100\%\approx67\%$；

（2）我不同意小明的观点，

设第二组男生的人数为x人，

第二组的平均成绩增加（$8\times10\%\cdot x+6\times20\%\cdot x+5\times20\%\cdot x+0\times50\%\cdot x$）$\div x=3$个.

故不同意小明的观点；

（3）本题答案不唯一，下列解法供参考.

我认为第一组的训练效果最好；

训练后每组的平均成绩比训练前增长的百分数分别为：

第一组：$\frac{5-3}{3}\times100\%\approx67\%$，

第二组：$\frac{9-6}{6}\times100\%=50\%$，

第三组：$\frac{11-9}{9}\times100\%\approx22\%$，

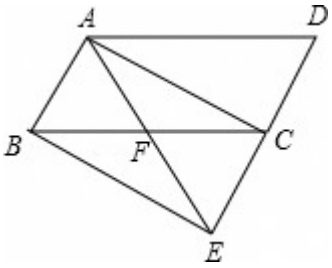
训练后第一组的平均成绩比训练前增长的百分数最大，所以第一组的训练效果最好.

【点评】本题考查了条形统计图和扇形统计图的知识，解决此类题目的关键是正确的识图，通过正确的识图，从中整理出进一步解题的信息.

21. （7分）如图，将▱$ABCD$的边DC延长到点E，使$CE=DC$，连接AE，交BC于点F.

（1）求证：$\triangle ABF\cong\triangle ECF$；

（2）若$\angle AFC=2\angle D$，连接AC、BE，求证：四边形$ABEC$是矩形.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）先由已知平行四边形$ABCD$得出$AB\parallel DC$，$AB=DC$，进而判断出$\angle ABF=\angle ECF$，从而证得$\triangle ABF\cong\triangle ECF$；

（2）由（1）得的结论先证得四边形$ABEC$是平行四边形，通过角的关系得出$FA=FE=FB=FC$，$AE=BC$，得证.

【解答】证明：（1）∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$AB \parallel DC$，$AB=DC$，

∴$\angle ABF=\angle ECF$，

∵$EC=DC$，

∴$AB=EC$，

在△ABF和△ECF中，

∵$\angle ABF=\angle ECF$，$\angle AFB=\angle EFC$，$AB=EC$，

∴△$ABF\cong$△ECF（AAS）．

（2）∵$AB=EC$，$AB \parallel EC$，

∴四边形$ABEC$是平行四边形，

∴$FA=FE$，$FB=FC$，

∵四边形$ABCD$是平行四边形，

∴$\angle ABC=\angle D$，

又∵$\angle AFC=2\angle D$，

∴$\angle AFC=2\angle ABC$，

∵$\angle AFC=\angle ABC+\angle BAF$，

∴$\angle ABC=\angle BAF$，

∴$FA=FB$,

∴$FA=FE=FB=FC$,

∴$AE=BC$,

∴平行四边形$ABEC$是矩形.

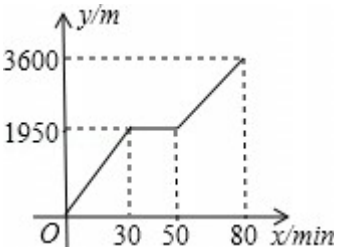
【点评】此题考查的知识点是平行四边形的判定与性质，全等三角形的判定和性质及矩形的判定，关键是先由平行四边形的性质证三角形全等，然后推出平行四边形通过角的关系证矩形.

22. （7分）小颖和小亮上山游玩，小颖乘坐缆车，小亮步行，两人相约在山顶的缆车终点会合．已知小亮行走到缆车终点的路程是缆车到山顶的线路长的2倍．小颖在小亮出发后50min才乘上缆车，缆车的平均速度为180m/min．设小亮出发x min后行走的路程为y m，图中的折线表示小亮在整个行走过程中y与x的函数关系.

（1）小亮行走的总路程是 __3600__ m，他途中休息了 __20__ min；

（2）①当$50\leqslant x\leqslant 80$时，求$y$与$x$的函数关系式；

②当小颖到达缆车终点时，小亮离缆车终点的路程是多少?



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）纵坐标为小亮行走的路程，其休息的时间为纵坐标不随 x 的值的增加而增加；

（2）根据当 $50\leqslant x\leqslant 80$ 时函数图象经过的两点的坐标，利用待定系数法求得函数的解析式即可.

【解答】解：（1）3600，20；

（2）①当 $50\leqslant x\leqslant 80$ 时，设 y 与 x 的函数关系式为 $y=kx+b$，

根据题意，当 $x=50$ 时，$y=1950$；当 $x=80$ 时，$y=3600$

$\therefore \begin{cases}1950=50k+b\\3600=80k+b\end{cases}$

解得：$\begin{cases}k=55\\b=-800\end{cases}$

∴函数关系式为：$y=55x-800$.

②缆车到山顶的线路长为 $3600\div 2=1800$ 米，

缆车到达终点所需时间为 $1800\div 180=10$ 分钟

小颖到达缆车终点时，小亮行走的时间为 10+50＝60 分钟，

把 $x=60$ 代入 $y=55x-800$，得 $y=55\times60-800=2500$.

∴当小颖到达缆车终点时，小亮离缆车终点的路程是 3600－2500＝1100 米.

【点评】本题考查了一次函数的应用，解决此类题目最关键的地方是经过认真审题，从中整理出一次函数模型，用一次函数的知识解决此类问题.

23. （7 分）从 3 名男生和 2 名女生中随机抽取 2014 年南京青奥会志愿者．求下列事件的概率：

（1）抽取 1 名，恰好是女生；

（2）抽取 2 名，恰好是 1 名男生和 1 名女生.

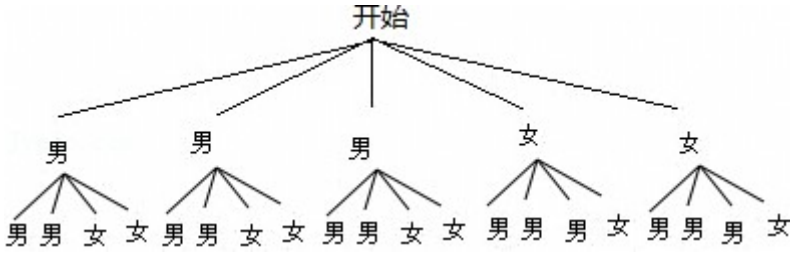
【答案】见试题解答内容

【分析】（1）女生人数除以学生总数即为所求概率；

（2）列举出所有情况，看恰好是 1 名男生和 1 名女生的情况数占总情况数的多少即可.

【解答】解：（1）5 名学生中有 2 名女生，所以抽取 1 名，恰好是女生的概率为 $\frac{2}{5}$；

（2）由树形图可得出：共有 20 种情况，恰好是 1 名男生和 1 名女生的情况数有 12 种，



所以概率为 $\frac{3}{5}$．

【点评】考查求概率问题；用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比；得到所求的情况数是解决本题的关键.

24. （7 分）已知函数 $y=mx^2-6x+1$（m 是常数）.

（1）求证：不论 m 为何值，该函数的图象都经过 y 轴上的一个定点；

（2）若该函数的图象与 x 轴只有一个交点，求 m 的值.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据解析式可知，当 $x=0$ 时，y 值与 m 值无关，故可知不论 m 为何值，函数 $y=mx^2-6x+1$ 的图象都经过 y 轴上一个定点（0，1）.

（2）应分两种情况讨论：①当函数为一次函数时，与 x 轴有一个交点；

②当函数为二次函数时，利用根的判别式解答.

【解答】解：（1）当 $x=0$ 时，$y=1$.

所以不论 m 为何值，函数 $y=mx^2-6x+1$ 的图象都经过 y 轴上一个定点（0，1）；

（2）①当 $m=0$ 时，函数 $y=mx^2-6x+1=-6x+1$ 是一次函数，所以函数图象与 x 轴只有

一个交点；

②当 $m\neq0$ 时，函数 $y=mx^2-6x+1$ 是二次函数，若函数图象与 x 轴只有一个交点，则方程 $mx^2-6x+1=0$ 有两个相等的实数根，

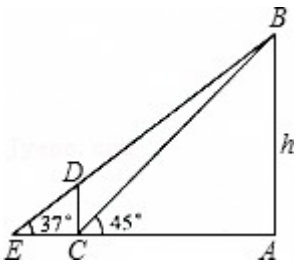
所以 $\Delta=(-6)^2-4m=0$，解得 $m=9$.

综上，若函数 $y=mx^2-6x+1$ 的图象与 x 轴只有一个交点，则 m 的值为 0 或 9.

【点评】此题考查了抛物线与 x 轴的交点或一次函数与 x 轴的交点，是典型的分类讨论思想的应用.

25. （7 分）如图，某数学课外活动小组测量电视塔 AB 的高度．他们借助一个高度为 $30m$ 的建筑物 CD 进行测量，在点 C 处测得塔顶 B 的仰角为 45°，在点 E 处测得 B 的仰角为 37°（B、D、E 三点在一条直线上）．求电视塔的高度 h.

（参考数据：sin37°≈0.60，cos37°≈0.80，tan37°≈0.75）



【答案】见试题解答内容

【分析】在 Rt△ECD 中，根据三角函数即可求得 EC，然后在 Rt△BAE 中，根据三角函数

即可求得电视塔的高.

【解答】解：在 Rt△ECD 中，$\tan\angle DEC=\frac{DC}{EC}$，

$\therefore EC=\frac{DC}{\tan\angle DEC}\approx\frac{30}{0.75}=40$（$m$），

在 Rt△BAE 中，$\tan\angle BEA=\frac{BA}{EA}$，

$\therefore\frac{h}{h+40}=0.75$，

$\therefore h=120$（m），

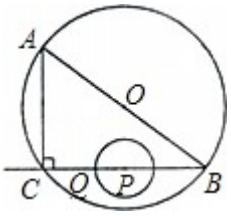
答：电视塔的高度约为 120m.

【点评】本题主要考查了仰角俯角的定义，正确理解三角函数的定义是解决本题的关键.

26. （8 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$AC=6cm$，$BC=8cm$. P 为 BC 的中点，动点 Q 从点 P 出发，沿射线 PC 方向以 2cm/s 的速度运动，以 P 为圆心，PQ 长为半径作圆. 设点 Q 运动的时间为 t s.

（1）当 $t=1.2$ 时，判断直线 AB 与⊙P 的位置关系，并说明理由；

（2）已知⊙O 为△ABC 的外接圆. 若⊙P 与⊙O 相切，求 t 的值.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据已知求出 $AB=10cm$，进而得出$\triangle PBD\backsim\triangle ABC$，利用相似三角形的性质得出圆心 P 到直线 AB 的距离等于$\odot P$ 的半径，即可得出直线 AB 与$\odot P$ 相切；

（2）根据 $BO=\frac{1}{2}AB=5cm$，得出$\odot P$ 与$\odot O$ 只能内切，进而求出$\odot P$ 与$\odot O$ 相切时，t 的值.

【解答】解：（1）直线 AB 与$\odot P$ 相切，

如图，过 P 作 $PD\perp AB$，垂足为 D，

在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，

$\because AC=6cm$，$BC=8cm$，

$\therefore AB=10cm$，

$\because P$ 为 BC 中点，

$\therefore PB=4cm$，

$\because\angle PDB=\angle ACB=90°$，

$\angle PBD=\angle ABC$，

$\therefore\triangle PBD\backsim\triangle ABC$，

$\therefore\frac{PD}{AC}=\frac{PB}{AB}$，

即$\frac{PD}{6}=\frac{4}{10}$，

∴PD＝2.4（cm），

当t＝1.2时，PQ＝2t＝2.4（cm），

∴PD＝PQ，即圆心P到直线AB的距离等于⊙P的半径，

∴直线AB与⊙P相切；

（2）∵∠ACB＝90°，

∴AB为△ABC的外接圆的直径，

∴BO=$\frac{1}{2}AB$＝5cm，

连接OP，

∵P为BC中点，PO为△ABC的中位线，

∴PO=$\frac{1}{2}AC$＝3cm，

∵点P在⊙O内部，

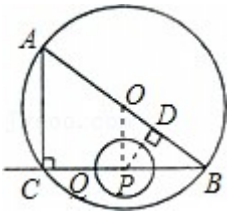
∴⊙P与⊙O只能内切，

∴当⊙P在⊙O内部时：5－2t＝3，

当⊙O在⊙P内部时2t－5＝3，

∴t＝1或4，

∴⊙P与⊙O相切时，t的值为1或4.



【点评】此题主要考查了相似三角形的性质与判定以及直线与圆的位置关系和圆与圆的位置关系，正确判定直线与圆的位置关系是重点知识同学们应重点复习.

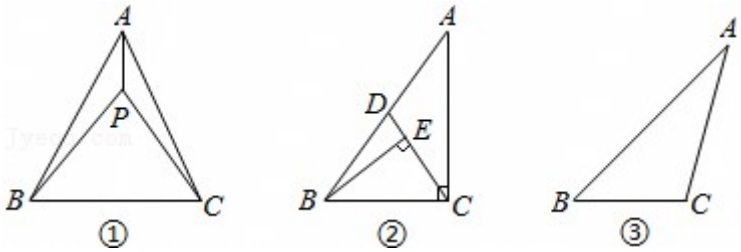
27. （9 分）如图①，P 为△ABC 内一点，连接 PA、PB、PC，在△PAB、△PBC 和△PAC 中，如果存在一个三角形与△ABC 相似，那么就称 P 为△ABC 的自相似点.

（1）如图②，已知 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，$\angle ABC>\angle A$，CD 是 AB 上的中线，过点 B 作 $BE\perp CD$，垂足为 E. 试说明 E 是△ABC 的自相似点；

（2）在△ABC 中，$\angle A<\angle B<\angle C$.

①如图③，利用尺规作出△ABC 的自相似点 P（写出作法并保留作图痕迹）；

②若△ABC 的内心 P 是该三角形的自相似点，求该三角形三个内角的度数.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据已知条件得出 $\angle BEC=\angle ACB$，以及 $\angle BCE=\angle ABC$，得出△BCE∽△ABC，即可得出结论；

（2）①根据作一角等于已知角即可得出△ABC的自相似点；

②根据∠PBC＝∠A，∠BCP＝∠ABC＝∠2∠PBC＝2∠A，∠ACB＝2∠BCP＝4∠A，即可得出各内角的度数.

【解答】解：（1）在Rt△ABC中，∠ACB＝90°，CD是AB上的中线，

∴$CD=\frac{1}{2}AB$，

∴CD＝BD，

∴∠BCE＝∠ABC，

∵BE⊥CD，∴∠BEC＝90°，

∴∠BEC＝∠ACB，

∴△BCE∽△ABC，

∴E是△ABC的自相似点；

（2）①如图所示，

作法：①在∠ABC内，作∠CBD＝∠A，

②在∠ACB内，作∠BCE＝∠ABC，BD交CE于点P，

则P为△ABC的自相似点；

② ∵P 是△ABC 的内心，∴$\angle PBC=\frac{1}{2}\angle ABC$，$\angle PCB=\frac{1}{2}\angle ACB$,

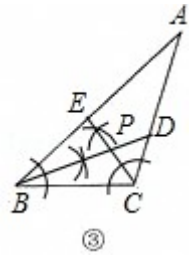
∵△ABC 的内心 P 是该三角形的自相似点,

∴$\angle PBC=\angle A$，$\angle BCP=\angle ABC=2\angle PBC=2\angle A$，$\angle ACB=2\angle BCP=4\angle A$,

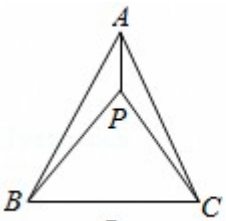
∴$\angle A+2\angle A+4\angle A=180°$,

∴$\angle A=\frac{180°}{7}$,

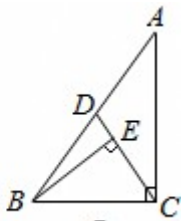
∴该三角形三个内角度数为：$\frac{180°}{7}$，$\frac{360°}{7}$，$\frac{720°}{7}$.



③



①



②

【点评】此题主要考查了相似三角形的判定以及三角形的内心作法和作一角等于已知角，

此题综合性较强，注意从已知分析获取正确的信息是解决问题的关键.

28. （11 分）【问题情境】

已知矩形的面积为 a（a 为常数，$a>0$），当该矩形的长为多少时，它的周长最小？最小值是多少?

【数学模型】

设该矩形的长为x，周长为y，则y与x的函数关系式为$y=2(x+\frac{a}{x})$（$x>0$）.

【探索研究】

（1）我们可以借鉴以前研究函数的经验，先探索函数$y=x+\frac{1}{x}$（$x>0$）的图象和性质.

①填写下表，画出函数的图象；

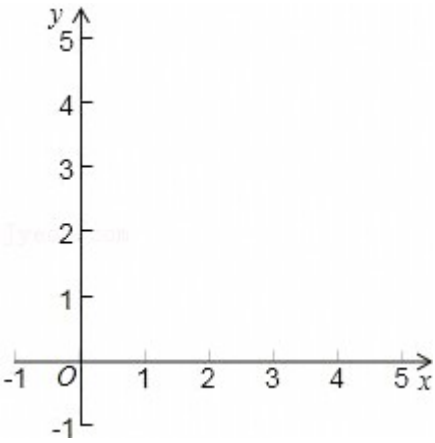
x	…	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4	…
y	…								…

②观察图象，写出该函数两条不同类型的性质；

③在求二次函数$y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$）的最大（小）值时，除了通过观察图象，还可以通过配方得到．请你通过配方求函数$y=x+\frac{1}{x}$（$x>0$）的最小值.

【解决问题】

（2）用上述方法解决“问题情境”中的问题，直接写出答案.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）①把 x 的值代入解析式计算即可；②根据图象所反映的特点写出即可；

③根据完全平方公式（$a+b$）$^2=a^2+2ab+b^2$，进行配方即可得到最小值；

（2）根据完全平方公式（$a+b$）$^2=a^2+2ab+b^2$，进行配方得到 $y=2[(\sqrt{x}-\sqrt{\frac{a}{x}})^2+2\sqrt{a}]$，即可

求出答案.

【解答】解：（1）①故答案为：$\frac{17}{4}$，$\frac{10}{3}$，$\frac{5}{2}$，2，$\frac{5}{2}$，$\frac{10}{3}$，$\frac{17}{4}$.

函数 $y=x+\frac{1}{x}$ 的图象如图：

②答：函数两条不同类型的性质是：当 $0<x<1$ 时，y 随 x 的增大而减小，当 $x>1$ 时，y

随 x 的增大而增大；当 $x=1$ 时，函数 $y=x+\frac{1}{x}$（$x>0$）的最小值是 2.

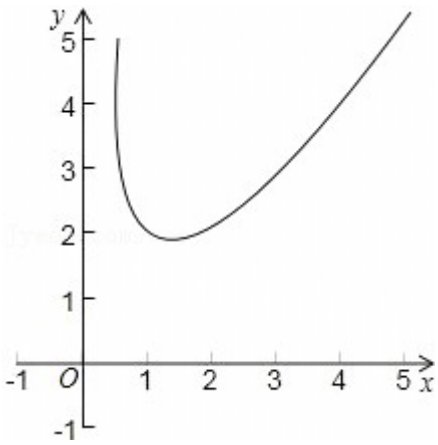
③ $y=x+\frac{1}{x}=\frac{x^2+1}{x}=\frac{x^2-2x+1}{x}+2=\frac{(x-1)^2}{x}+2$,

$\because x>0$，所以 $\frac{(x-1)^2}{x}\geq 0$,

所以当 $x=1$ 时，$\frac{(x-1)^2}{x}$ 的最小值为 0，

∴函数 $y=x+\frac{1}{x}$（$x>0$）的最小值是 2.

（2）答：矩形的面积为 a（a 为常数，$a>0$），当该矩形的长为 $\sqrt{a}$ 时，它的周长最小，最小值是 $4\sqrt{a}$.



【点评】本题主要考查对完全平方公式，反比例函数的性质，二次函数的最值，配方法的应用，一次函数的性质等知识点的理解和掌握，能熟练地运用学过的性质进行计算是解此题的关键.