参考答案

2017 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6
答案	C	C	D	B	C	A

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分。在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的）

1. （2 分）计算 12+（－18）÷（－6）－（－3）×2 的结果是（　　）

A．7　　B．8　　C．21　　D．36

【答案】*C*

【分析】原式先计算乘除运算，再计算加减运算即可得到结果.

【解答】解：原式＝12+3+6＝21，

故选：*C*.

【点评】此题考查了有理数的混合运算，熟练掌握运算法则是解本题的关键.

2. （2 分）计算 $10^6\times(10^2)^3\div10^4$ 的结果是（　　）

A．10^3　　B．10^7　　C．10^8　　D．10^9

【答案】*C*

【分析】先算幂的乘方，再根据同底数幂的乘除法运算法则计算即可求解.

【解答】解：$10^6\times(10^2)^3\div10^4$

$=10^6\times10^6\div10^4$

$=10^{6+6-4}$

$=10^8$.

故选：*C*.

【点评】考查了幂的乘方，同底数幂的乘除法，关键是熟练掌握计算法则正确进行计算.

3. （2 分）不透明袋子中装有一个几何体模型，两位同学摸该模型并描述它的特征．甲同学：它有 4 个面是三角形；乙同学：它有 8 条棱．该模型的形状对应的立体图形可能是（ ）

A．三棱柱　　B．四棱柱　　C．三棱锥　　D．四棱锥

【答案】*D*

【分析】根据四棱锥的特点，可得答案.

【解答】解：四棱锥的底面是四边形，侧面是四个三角形，

底面有四条棱，侧面有 4 条棱，

故选：*D*.

【点评】本题考查了认识立体图形，熟记常见几何体的特征是解题关键.

4. （2 分）若$\sqrt{3}<a<\sqrt{10}$，则下列结论中正确的是（　　）

A．$1<a<3$　　B．$1<a<4$　　C．$2<a<3$　　D．$2<a<4$

【答案】*B*

【分析】首先估算$\sqrt{3}$和$\sqrt{10}$的大小，再做选择.

【解答】解：∵$1<\sqrt{3}<2$，$3<\sqrt{10}<4$，

又∵$\sqrt{3}<a<\sqrt{10}$，

∴$1<a<4$，

故选：*B*.

【点评】本题主要考查了估算无理数的大小，首先估算$\sqrt{3}$和$\sqrt{10}$的大小是解答此题的关键.

5. （2 分）若方程$(x-5)^2=19$的两根为 a 和 b，且 $a>b$，则下列结论中正确的是（　　）

A．a 是 19 的算术平方根

B．b 是 19 的平方根

C．$a-5$ 是 19 的算术平方根

D．$b+5$ 是 19 的平方根

【答案】C

【分析】结合平方根和算术平方根的定义可做选择.

【解答】解：∵方程$(x-5)^2=19$的两根为a和b,

∴$a-5$和$b-5$是19的两个平方根，且互为相反数,

∵$a>b$,

∴$a-5$是19的算术平方根,

故选：C.

【点评】本题主要考查了平方根和算术平方根的定义，熟记定义是解答此题的关键．一般地，如果一个正数x的平方等于a，即$x^2=a$，那么这个正数x叫做a的算术平方根．记为根号a.

6. （2分）过三点A（2，2），B（6，2），C（4，5）的圆的圆心坐标为（　　）

A. $(4,\frac{17}{6})$　　B. （4，3）　　C. $(5,\frac{17}{6})$　　D. （5，3）

【答案】A

【分析】过A、B、C三点的圆的圆心，必在线段AB的垂直平分线上，故可设$\triangle ABC$的外心E（4，t），根据$EC=AE$列出方程，求解即可.

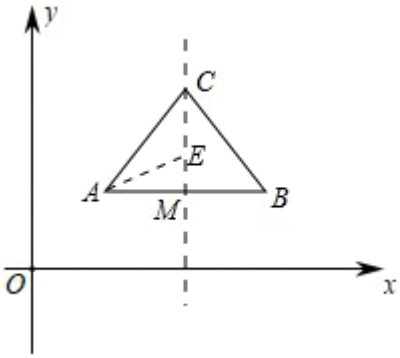
【解答】解：如图，设$\triangle ABC$的外心E（4，t），则$CE=5-t$，$EM=t-2$,

∵$EC=AE$,

∴$5-t=\sqrt{2^2+(t-2)^2}$,

解得 $t=\frac{17}{6}$，可得结论.

故选：A.



【点评】本题主要考查了待定系数法求一次函数的解析式，求两直线的交点，圆心是弦的垂直平分线的交点，理解圆心的作法是解决本题的关键.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分）

7. （2 分）计算：$|-3|=$ 3 ；$\sqrt{(-3)^2}=$ 3 .

【答案】见试题解答内容

【分析】根据绝对值的性质，二次根式的性质，可得答案.

【解答】解：$|-3|=3$，$\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{3^2}=3$,

故答案为：3，3.

【点评】本题考查了二次根式的性质与化简，利用二次根式的性质是解题关键.

8. （2 分）2016 年南京实现 *GDP* 约 10500 亿元，成为全国第 11 个经济总量超过万亿的城市，用科学记数法表示 10500 是__ 1.05×10^4 __.

【答案】见试题解答内容

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值是易错点，由于 10500 有 5 位，所以可以确定 $n=5-1=4$.

【解答】解：$10500=1.05\times10^4$.

故答案为：1.05×10^4.

【点评】此题考查科学记数法表示较大的数的方法，准确确定 a 与 n 值是关键.

9. （2 分）若分式 $\frac{2}{x-1}$ 在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是__ $x\neq1$ __.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据分式有意义，分母不等于 0 列式计算即可得解.

【解答】解：由题意得 $x-1\neq0$,

解得 $x\neq1$.

故答案为：$x\neq1$.

【点评】本题考查了分式有意义的条件，从以下三个方面透彻理解分式的概念：

（1）分式无意义⇔分母为零；

（2）分式有意义⇔分母不为零；

（3）分式值为零⇔分子为零且分母不为零.

10. （2 分）计算$\sqrt{12}+\sqrt{8}\times\sqrt{6}$的结果是__$6\sqrt{3}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】先根据二次根式的乘法法则得到原式＝$2\sqrt{3}+\sqrt{8\times6}$，然后化简后合并即可.

【解答】解：原式＝$2\sqrt{3}+\sqrt{8\times6}$

＝$2\sqrt{3}+4\sqrt{3}$

＝$6\sqrt{3}$.

故答案为 $6\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把各二次根式化为最简二次根式，再进行二次根式的乘除运算，然后合并同类二次根式.

11. （2 分）方程$\frac{2}{x+2}-\frac{1}{x}=0$ 的解是__$x=2$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】先把分式方程转化成整式方程，求出方程的解，最后进行检验即可.

【解答】解：$\frac{2}{x+2}-\frac{1}{x}=0$,

方程两边都乘以 x（x+2）得：2x －（x+2）＝0,

解得：$x=2$，

检验：当 $x=2$ 时，$x(x+2)\neq 0$，

所以 $x=2$ 是原方程的解，

故答案为：$x=2$.

【点评】本题考查了解分式方程，能把分式方程转化成整式方程是解此题的关键，注意：解分式方程一定要进行检验.

12. （2 分）已知关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 的两根为 -3 和 -1，则 $p=$ 4 ，$q=$ 3 .

【答案】见试题解答内容

【分析】由根与系数的关系可得出关于 p 或 q 的一元一次方程，解之即可得出结论.

【解答】解：∵关于 x 的方程 $x^2+px+q=0$ 的两根为 -3 和 -1，

∴$-3+(-1)=-p$，$(-3)\times(-1)=q$，

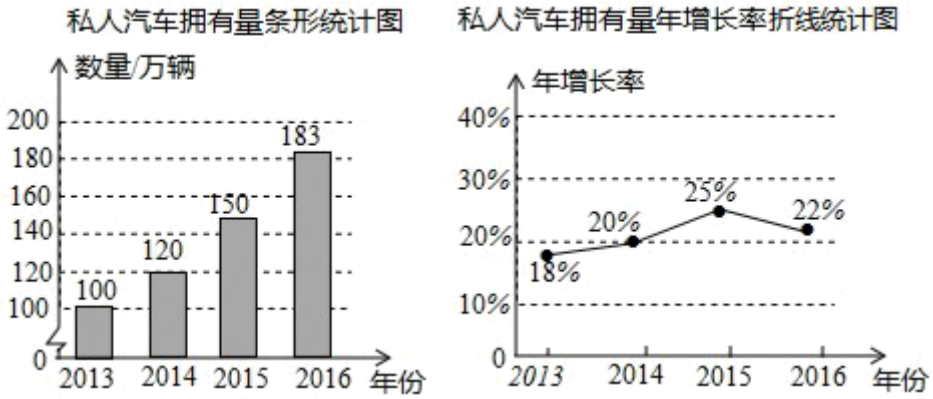
∴$p=4$，$q=3$.

故答案为：4；3.

【点评】本题考查了根与系数的关系，根据根与系数的关系找出 $-3+(-1)=-p$、$(-3)\times(-1)=q$ 是解题的关键.

13. （2 分）如图是某市 2013－2016 年私人汽车拥有量和年增长率的统计图．该市私人汽车

拥有量年净增量最多的是__2016__年，私人汽车拥有量年增长率最大的是__2015__年.



【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用条形统计图以及折线统计图分别分析得出答案.

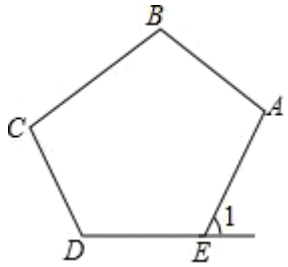
【解答】解：由条形统计图可得：该市私人汽车拥有量年净增量最多的是 2016 年，净增 183﹣150＝33（万辆），

由折线统计图可得，私人汽车拥有量年增长率最大的是：2015 年.

故答案为：2016，2015.

【点评】此题主要考查了折线统计图以及条形统计图的应用，正确利用图形获取信息是解题关键.

14. （2 分）如图，∠1 是五边形 *ABCDE* 的一个外角，若∠1＝65°，则∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*＝__425__°.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据补角 的定义得到∠*AED*＝115°，根据五边形的内角和即可得到结论.

【解答】解：∵∠1＝65°，

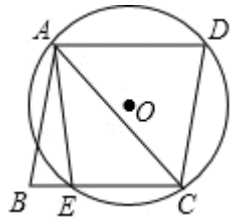
∴∠*AED*＝115°，

∴∠*A*+∠*B*+∠*C*+∠*D*＝540°－∠*AED*＝425°，

故答案为：425.

【点评】本题主要考查了多边形的内角和公式，熟记公式是解题的关键.

15. （2 分）如图，四边形 *ABCD* 是菱形，⊙*O* 经过点 *A*、*C*、*D*，与 *BC* 相交于点 *E*，连接 *AC*、*AE*．若∠*D*＝78°，则∠*EAC*＝__27__°.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据菱形的性质得到∠*ACB*=$\frac{1}{2}$∠*DCB*=$\frac{1}{2}$（180°－∠*D*）＝51°，根据圆内接四边

形的性质得到$\angle AEB=\angle D=78°$，由三角形的外角的性质即可得到结论.

【解答】解：∵四边形$ABCD$是菱形，$\angle D=78°$，

∴$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle DCB=\frac{1}{2}(180°-\angle D)=51°$，

∵四边形$AECD$是圆内接四边形，

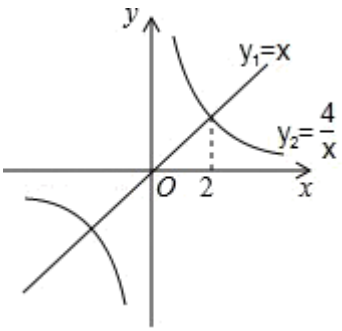
∴$\angle AEB=\angle D=78°$，

∴$\angle EAC=\angle AEB-\angle ACE=27°$，

故答案为：27.

【点评】本题考查了菱形的性质，三角形的外角的性质，圆内接四边形的性质，熟练掌握菱形的性质是解题的关键.

16. （2分）函数$y_1=x$与$y_2=\frac{4}{x}$的图象如图所示，下列关于函数$y=y_1+y_2$的结论：①函数的图象关于原点中心对称；②当$x<2$时，y随x的增大而减小；③当$x>0$时，函数的图象最低点的坐标是（2，4），其中所有正确结论的序号是 ①③ .



【答案】见试题解答内容

【分析】结合图形判断各个选项是否正确即可.

【解答】解：①由图象可以看出函数图象上的每一个点都可以找到关于原点对称的点，

故正确；

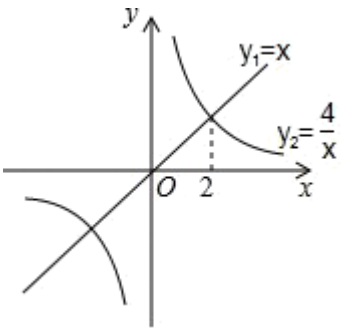
②在每个象限内，不同自变量的取值，函数值的变化是不同的，故错误；

③$y=x+\frac{4}{x}=(\sqrt{x}-\frac{2}{\sqrt{x}})^2+4\geqslant 4$，当且仅当$x=2$时取“=”．即在第一象限内，最低点的

坐标为（2，4），故正确；

∴正确的有①③.

故答案为：①③.



【点评】考查根据函数图象判断相应取值；理解图意是解决本题的关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分）

17. （7 分）计算$(a+2+\frac{1}{a})\div(a-\frac{1}{a})$.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据分式的加减法和除法可以解答本题.

【解答】解：$(a+2+\frac{1}{a})\div(a-\frac{1}{a})$

$=\frac{a^2+2a+1}{a}\div\frac{a^2-1}{a}$

$=\frac{(a+1)^2}{a}\cdot\frac{a}{(a+1)(a-1)}$

$=\frac{a+1}{a-1}$.

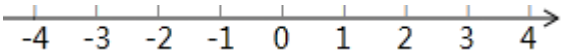
【点评】本题考查分式的混合运算，解答本题的关键是明确分式的混合运算的计算方法.

18. （7分）解不等式组$\begin{cases}-2x\leq 6① \\ x>-2② \\ 3(x-1)<x+1③\end{cases}$ 请结合题意，完成本题的解答.

（1）解不等式①，得 $x\geqslant -3$，依据是：不等式两边同时除以负数，不等号方向改变.

（2）解不等式③，得 $x<2$.

（3）把不等式①、②和③的解集在数轴上表示出来.



（4）从图中可以找出三个不等式解集的公共部分，得不等式组的解集 $-2<x<2$.

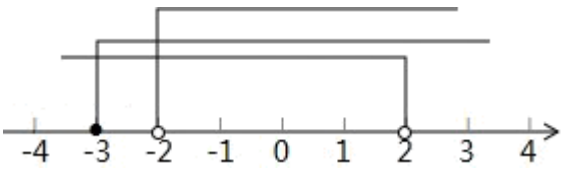
【答案】见试题解答内容

【分析】分别求出每一个不等式的解集，根据各不等式解集在数轴上的表示，确定不等式组的解集.

【解答】解：（1）解不等式①，得 $x\geqslant -3$，依据是：不等式两边同时除以负数，不等号方向改变.

（2）解不等式③，得 $x<2$.

（3）把不等式①，②和③的解集在数轴上表示出来.

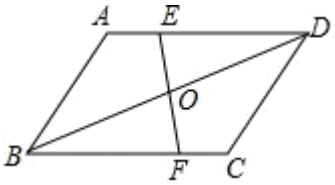


（4）从图中可以找出三个不等式解集的公共部分，得不等式组的解集为：$-2<x<2$，

故答案为：（1）$x\geqslant -3$、不等式的性质 3；（2）$x<2$；（3）$-2<x<2$.

【点评】本题考查的是解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19.（7 分）如图，在$\parallel\!\square ABCD$ 中，点 E、F 分别在 AD、BC 上，且 $AE=CF$，EF、BD 相交于点 O，求证：$OE=OF$.



【答案】见试题解答内容

【分析】方法 1、连接 BE、DF，由已知证出四边形 $BEDF$ 是平行四边形，即可得出结论.

方法 2、先判断出 $DE=BF$，进而判断出$\triangle DOE\cong\triangle BOF$ 即可.

【解答】证明：方法 1，连接 BE、DF，如图所示：

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∴$DE\parallel BF$，

∵$AE=CF$，

∴$DE=BF$，

∴四边形 $BEDF$ 是平行四边形，

∴$OF=OE$.

方法 2，∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∴$\angle ODE=\angle OBF$，

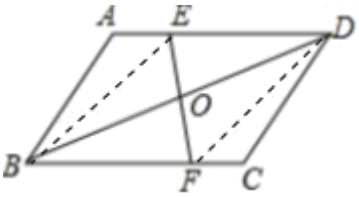
又∵$AE=CF$，

∴$DE=BF$，

在$\triangle DOE$ 和$\triangle BOF$ 中，$\begin{cases}\angle DOE=\angle BOF\\ \angle ODE=\angle OBF\\ DE=BF\end{cases}$，

∴$\triangle DOE\cong\triangle BOF$（$AAS$），

$\therefore OE=OF$.



【点评】本题考查了平行四边形的判定与性质；通过作辅助线证明四边形 *BEDF* 是平行四边形是解决问题的关键.

20. （8 分）某公司共 25 名员工，下表是他们月收入的资料.

月收入/元	45000	18000	10000	5500	4800	3400	3000	2200
人数	1	1	1	3	6	1	11	1

（1）该公司员工月收入的中位数是 3400 元，众数是 3000 元.

（2）根据上表，可以算得该公司员工月收入的平均数为 6276 元．你认为用平均数、中位数和众数中的哪一个反映该公司全体员工月收入水平较为合适？说明理由.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据中位数的定义把这组数据从小到大排列起来，找出最中间一个数即可；根据众数的定义找出现次数最多的数据即可；

（2）根据平均数、中位数和众数的意义回答.

【解答】解：（1）共有 25 个员工，中位数是第 13 个数，

则中位数是 3400 元；

3000 出现了 11 次，出现的次数最多，则众数是 3000.

故答案为 3400；3000；

（2）解法一：用中位数反映该公司全体员工月收入水平较为合适.

在这组数据中有差异较大的数据，这会导致平均数较大．该公司员工月收入的中位数是 3400 元，这说明有一半员工收入高于 3400 元，另一半员工收入不高于 3400 元．因此，利用中位数可以更好地反映这组数据的集中趋势．解法二：用众数反映该公司全体员工月收入水平较为合适.

在这组数据中有差异较大的数据，这会导致平均数较大．该公司员工月收入的众数是 3000 元，这说明收入 3000 元的员工人数最多，因此，利用众数能较好地反映该公司全体员工月收入水平.

【点评】此题考查了中位数、众数、平均数，掌握中位数、众数、平均数的定义是解题的关键，将一组数据从小到大依次排列，把中间数据（或中间两数据的平均数）叫做中位数，平均数＝总数÷个数，众数是出现次数最多的数据.

21．（8 分）全面两孩政策实施后，甲、乙两个家庭有了各自的规划，假定生男生女的概率

相同，回答下列问题：

（1）甲家庭已有一个男孩，准备再生一个孩子，则第二个孩子是女孩的概率是__$\frac{1}{2}$__；

（2）乙家庭没有孩子，准备生两个孩子，求至少有一个孩子是女孩的概率.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）直接利用概率公式求解；

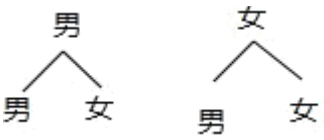
（2）画树状图展示所有 4 种等可能的结果数，再找出至少有一个孩子是女孩的结果数，

然后根据概率公式求解.

【解答】解：（1）第二个孩子是女孩的概率=$\frac{1}{2}$；

故答案为$\frac{1}{2}$；

（2）画树状图为：



共有 4 种等可能的结果数，其中至少有一个孩子是女孩的结果数为 3，

所以至少有一个孩子是女孩的概率=$\frac{3}{4}$.

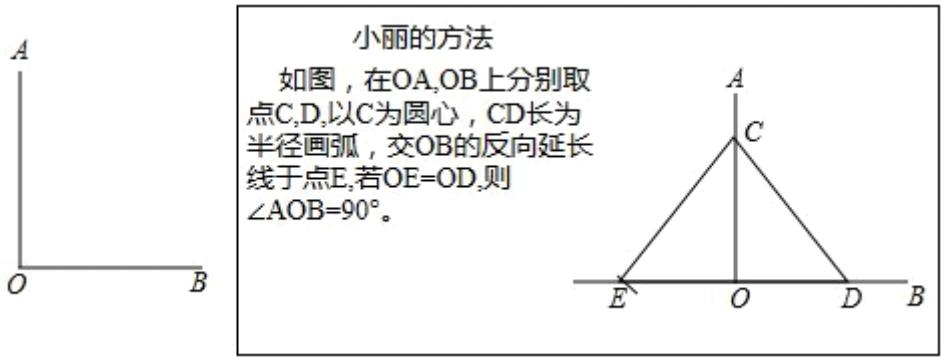
【点评】本题考查了列表法与树状图法：利用列表法或树状图法展示所有等可能的结果

n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后利用概率公式计算事件 A 或事件 B 的

概率.

22. （8 分）“直角”在初中几何学习中无处不在.

如图，已知∠*AOB*，请仿照小丽的方式，再用两种不同的方法判断∠*AOB* 是否为直角（仅限用直尺和圆规）.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据勾股定理的逆定理，可得答案；

（2）根据圆周角定理，可得答案.

【解答】解：（1）如图 1

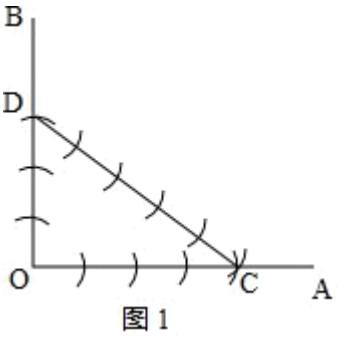


图 1

，

在 *OA*，*OB* 上分别，截取 *OC*＝4，*OD*＝3，若 *CD* 的长为 5，则∠*AOB*＝90°

（2）如图 2

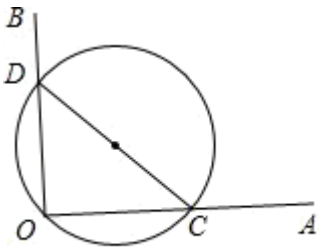


图 2，

在 OA，OB 上分别取点 C，D，以 CD 为直径画圆，若点 O 在圆上，则 $\angle AOB=90°$.

【点评】本题考查了作图，利用勾股定理的逆定理、圆周角是解题关键.

23. （8 分）张老师计划到超市购买甲种文具 100 个，他到超市后发现还有乙种文具可供选择．如果调整文具的购买品种，每减少购买 1 个甲种文具，需增加购买 2 个乙种文具．设购买 x 个甲种文具时，需购买 y 个乙种文具.

（1）①当减少购买 1 个甲种文具时，$x=$ 99 ，$y=$ 2 ；

②求 y 与 x 之间的函数表达式.

（2）已知甲种文具每个 5 元，乙种文具每个 3 元，张老师购买这两种文具共用去 540 元．甲、乙两种文具各购买了多少个?

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）①由题意可知 $x=99$，$y=2$.

②由题意 $y=2（100-x）=-2x+200$.

（2）列出方程组，解方程组即可解决问题.

【解答】解：（1）①∵100－1＝99，

∴x＝99，y＝2，

故答案为 99，2.

②由题意 y＝2（100－x）＝－2x+200，

∴y 与 x 之间的函数表达式为 y＝－2x+200.

（2）由题意$\begin{cases}y=-2x+200\\5x+3y=540\end{cases}$，

解得$\begin{cases}x=60\\y=80\end{cases}$，

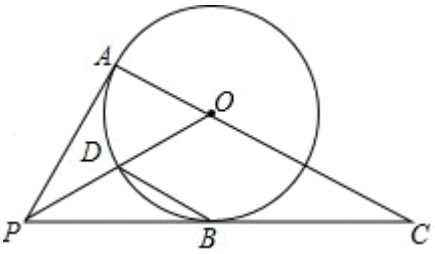
答：甲、乙两种文具各购买了 60 个和 80 个.

【点评】本题考查一次函数的应用、二元一次方程组等知识，解题的关键是理解题意，学会构建一次函数以及方程组解决问题，属于中考常考题型.

24. （8 分）如图，PA，PB 是⊙O 的切线，A，B 为切点，连接 AO 并延长，交 PB 的延长线于点 C，连接 PO，交⊙O 于点 D.

（1）求证：PO 平分∠APC；

（2）连接 DB，若∠C＝30°，求证：DB∥AC.

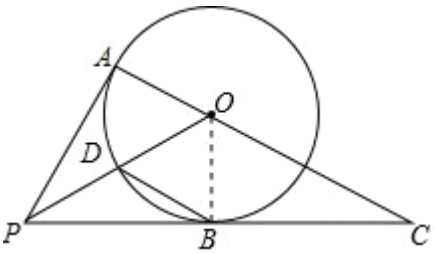


【答案】见试题解答内容

【分析】（1）连接 OB，根据切线长定理即可解答；

（2）先证明△ODB 是等边三角形，得到∠OBD＝60°，再由∠DBP＝∠C，即可得到 $DB \parallel AC$.

【解答】解：（1）如图，连接 OB,



∵PA，PB 是⊙O 的切线,

∴$OA \perp PA$，$OB \perp PB$,

∵OA＝OB,

∴PO 平分∠APC;

（2）∵$OA \perp AP$，$OB \perp BP$,

∴∠CAP＝∠OBP＝90°,

∵∠C＝30°,

∴∠APC＝90°－∠C＝90°－30°＝60°,

∵PO 平分∠APC,

∴$\angle OPC=\frac{1}{2}\angle APC=\frac{1}{2}\times 60°=30°$,

∴∠POB＝90°－∠OPC＝90°－30°＝60°,

又 OD＝OB,

∴△ODB 是等边三角形,

∴∠OBD＝60°,

∴∠DBP＝∠OBP－∠OBD＝90°－60°＝30°,

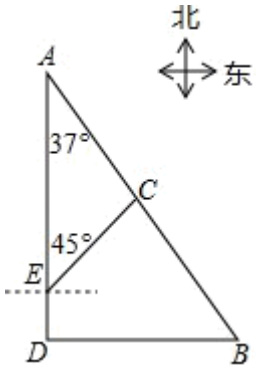
∴∠DBP＝∠C,

∴DB∥AC.

【点评】本题考查了切线的性质，角平分线的判定，等边三角形的判定和性质，解本题的关键是判断出△ODB 是等边三角形.

25. （8 分）如图，港口 B 位于港口 A 的南偏东 37°方向，灯塔 C 恰好在 AB 的中点处．一艘海轮位于港口 A 的正南方向，港口 B 的正西方向的 D 处，它沿正北方向航行 5km 到达 E 处，测得灯塔 C 在北偏东 45°方向上，这时，E 处距离港口 A 有多远？（参考数据：

sin37°≈0.60，cos37°≈0.80，tan37°≈0.75）



【答案】见试题解答内容

【分析】如图作 $CH\perp AD$ 于 H．设 $CH=xkm$，在 Rt△ACH 中，可得 $AH=\frac{CH}{\tan 37°}=\frac{x}{\tan 37°}$，在 Rt△$CEH$ 中，可得 $CH=EH=x$，由 $CH\parallel BD$，推出 $\frac{AH}{HD}=\frac{AC}{CB}$，由 $AC=CB$，推出 $AH=HD$，可得 $\frac{x}{\tan 37°}=x+5$，求出 x 即可解决问题．

【解答】解：如图作 $CH\perp AD$ 于 H．设 $CH=xkm$，

在 Rt△ACH 中，$\angle A=37°$，$\because \tan 37°=\frac{CH}{AH}$，

$\therefore AH=\frac{CH}{\tan 37°}=\frac{x}{\tan 37°}$，

在 Rt△CEH 中，$\because \angle CEH=45°$，

$\therefore CH=EH=x$，

$\because CH\perp AD$，$BD\perp AD$，

$\therefore CH\parallel BD$，

$\therefore \frac{AH}{HD}=\frac{AC}{CB}$，

∵$AC=CB$,

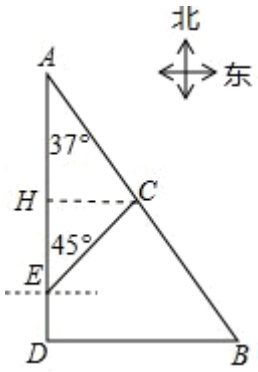
∴$AH=HD$,

∴$\frac{x}{\tan 37°}=x+5$,

∴$x=\frac{5\cdot\tan 37°}{1-\tan 37°}\approx 15$,

∴$AE=AH+HE=\frac{15}{\tan 37°}+15\approx 35km$,

∴E 处距离港口 A 有 $35km$.



【点评】本题考查了解直角三角形的应用 – – 方向角问题，结合航海中的实际问题，将解直角三角形的相关知识有机结合，体现了数学应用于实际生活的思想.

26. （8 分）已知函数 $y=-x^2+(m-1)x+m$（m 为常数）.

（1）该函数的图象与 x 轴公共点的个数是__D__.

A.0 *B*.1 *C*.2 *D*.1 或 2

（2）求证：不论 m 为何值，该函数的图象的顶点都在函数 $y=(x+1)^2$ 的图象上.

（3）当 $-2\leqslant m\leqslant 3$ 时，求该函数的图象的顶点纵坐标的取值范围.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）表示出根的判别式，判断其正负即可得到结果；

（2）将二次函数解析式配方变形后，判断其顶点坐标是否在已知函数图象即可；

（3）根据 m 的范围确定出顶点纵坐标范围即可.

【解答】解：（1）∵函数 $y=-x^2+(m-1)x+m$（m 为常数），

∴△$=(m-1)^2+4m=(m+1)^2\geqslant 0$,

则该函数图象与 x 轴的公共点的个数是 1 或 2,

故选 D;

（2）$y=-x^2+(m-1)x+m=-\left(x-\frac{m-1}{2}\right)^2+\frac{(m+1)^2}{4}$,

把 $x=\frac{m-1}{2}$ 代入 $y=(x+1)^2$ 得：$y=\left(\frac{m-1}{2}+1\right)^2=\frac{(m+1)^2}{4}$,

则不论 m 为何值，该函数的图象的顶点都在函数 $y=(x+1)^2$ 的图象上；

（3）设函数 $z=\frac{(m+1)^2}{4}$,

当 $m=-1$ 时，z 有最小值为 0；

当 $m<-1$ 时，z 随 m 的增大而减小；

当 $m>-1$ 时，z 随 m 的增大而增大,

当 $m=-2$ 时，$z=\frac{1}{4}$；当 $m=3$ 时，$z=4$,

则当 $-2 \leqslant m \leqslant 3$ 时，该函数图象的顶点坐标的取值范围是 $0 \leqslant z \leqslant 4$.

【点评】此题考查了抛物线与 x 轴的交点，以及二次函数的性质，熟练掌握二次函数的图象与性质是解本题的关键.

27. （11 分）折纸的思考.

【操作体验】

用一张矩形纸片折等边三角形.

第一步，对折矩形纸片 $ABCD$（$AB > BC$）（图①），使 AB 与 DC 重合，得到折痕 EF，把纸片展平（图②）.

第二步，如图③，再一次折叠纸片，使点 C 落在 EF 上的 P 处，并使折痕经过点 B，得到折痕 BG，折出 PB、PC，得到△PBC.

（1）说明△PBC 是等边三角形.

【数学思考】

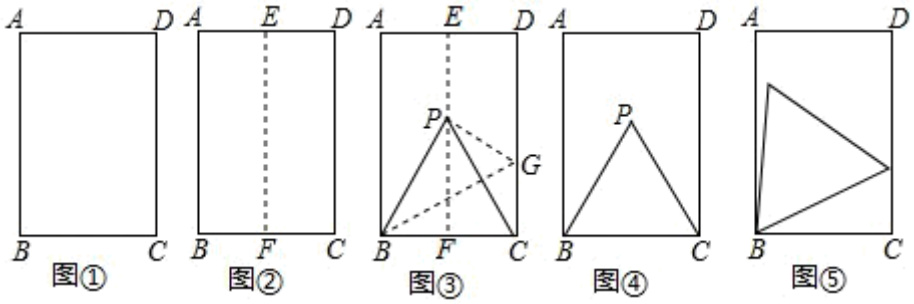
（2）如图④，小明画出了图③的矩形 $ABCD$ 和等边三角形 PBC．他发现，在矩形 $ABCD$ 中把△PBC 经过图形变化，可以得到图⑤中的更大的等边三角形，请描述图形变化的过程.

（3）已知矩形一边长为 $3cm$，另一边长为 $a\ \ cm$，对于每一个确定的 a 的值，在矩形中都

能画出最大的等边三角形，请画出不同情形的示意图，并写出对应的 a 的取值范围.

【问题解决】

（4）用一张正方形铁片剪一个直角边长分别为 $4cm$ 和 $1cm$ 的直角三角形铁片，所需正方形铁片的边长的最小值为__$\frac{16}{5}$__cm.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由折叠的性质和垂直平分线的性质得出 $PB=PC$，$PB=CB$，得出 $PB=PC=CB$ 即可；

（2）由旋转的性质和位似的性质即可得出答案；

（3）由等边三角形的性质、直角三角形的性质、勾股定理进行计算，画出图形即可；

（4）证明△AEF∽△DCE，得出$\frac{AE}{DC}=\frac{EF}{CE}=\frac{1}{4}$，设 $AE=x$，则 $AD=CD=4x$，$DE=AD-AE=3x$，在 Rt△CDE 中，由勾股定理得出方程，解方程即可.

【解答】（1）证明：由折叠的性质得：EF 是 BC 的垂直平分线，BG 是 PC 的垂直平分线，

∴$PB=PC$，$PB=CB$，

∴$PB=PC=CB$,

∴△PBC 是等边三角形.

（2）解：以点 B 为中心，在矩形 $ABCD$ 中把△PBC 逆时针方向旋转适当的角度，得到△P_1BC_1；

再以点 B 为位似中心，将△P_1BC_1 放大，使点 C_1 的对应点 C_2 落在 CD 上，得到△P_2BC_2；

如图⑤所示；

（3）解：本题答案不唯一，举例如图 6 所示，

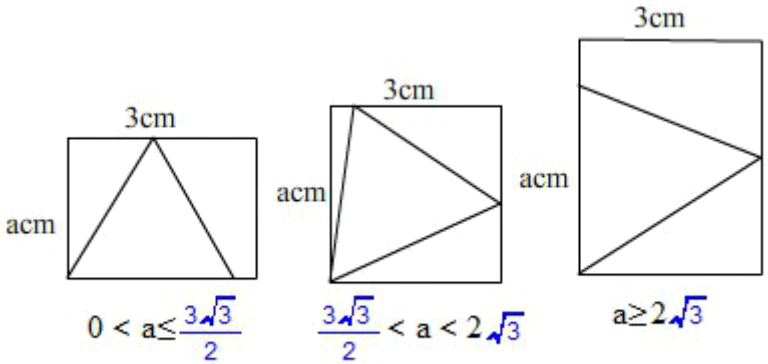


图6

（4）解：如图 7 所示：

△CEF 是直角三角形，∠$CEF=90°$，$CE=4$，$EF=1$,

∴∠AEF+∠$CED=90°$,

∵四边形 $ABCD$ 是正方形,

∴∠A＝∠D＝90°，AD＝CD，

∴∠DCE+∠CED＝90°，

∴∠AEF＝∠DCE，

∴△AEF∽△DCE，

∴$\frac{AE}{DC}=\frac{EF}{CE}=\frac{1}{4}$，

设AE＝x，则AD＝CD＝4x，

∴DE＝AD－AE＝3x，

在Rt△CDE中，由勾股定理得：（3x）^{2}+（4x）^{2}＝4^2，

解得：x=$\frac{4}{5}$，

∴AD＝4×$\frac{4}{5}=\frac{16}{5}$.

故答案为：$\frac{16}{5}$.

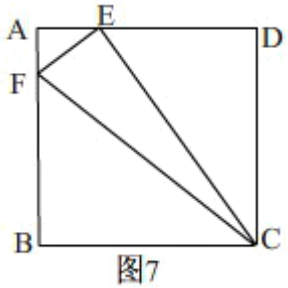
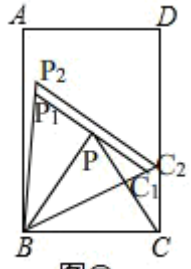


图7



图⑤

【点评】本题是几何变换综合题目，考查了折叠的性质、等边三角形的判定与性质、旋转的性质、直角三角形的性质、正方形的性质、相似三角形的判定与性质、位似的性质等知识；本题综合性强，难度较大.