参考答案

2019 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6
答案	B	D	B	A	C	D

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分．在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1．（2 分）2018 年中国与“一带一路”沿线国家货物贸易进出口总额达到 13000 亿美元．用科学记数法表示 13000 是（　　）

A．0.13×10^5　　B．1.3×10^4　　C．13×10^3　　D．130×10^2

【答案】*B*

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10 时，n 是正数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负数．

【解答】解：$13000=1.3\times10^4$，

故选：*B*．

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中

$1 \leqslant |a| < 10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. （2 分）计算 $(a^2b)^3$ 的结果是（　　）

A. a^2b^3　　B. a^5b^3　　C. a^6b　　D. a^6b^3

【答案】D

【分析】根据积的乘方法则解答即可.

【解答】解：$(a^2b)^3=(a^2)^3b^3=a^6b^3$.

故选：D.

【点评】本题主要考查了幂的运算，熟练掌握法则是解答本题的关键．积的乘方，等于每个因式乘方的积.

3. （2 分）面积为 4 的正方形的边长是（　　）

A．4 的平方根　　B．4 的算术平方根

C．4 开平方的结果　　D．4 的立方根

【答案】B

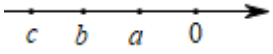
【分析】已知正方形面积求边长就是求面积的算术平方根；

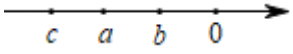
【解答】解：面积为 4 的正方形的边长是$\sqrt{4}$，即为 4 的算术平方根；

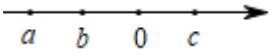
故选：B.

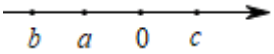
【点评】本题考查算术平方根；熟练掌握正方形面积与边长的关系，算术平方根的意义是解题的关键.

4．（2 分）实数 a、b、c 满足 $a>b$ 且 $ac<bc$，它们在数轴上的对应点的位置可以是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 

【答案】A

【分析】根据不等式的性质，先判断 c 的正负．再确定符合条件的对应点的大致位置.

【解答】解：因为 $a>b$ 且 $ac<bc$,

所以 $c<0$.

选项 A 符合 $a>b$，$c<0$ 条件，故满足条件的对应点位置可以是 A.

选项 B 不满足 $a>b$，选项 C、D 不满足 $c<0$，故满足条件的对应点位置不可以是 B、C、D.

故选：A.

【点评】本题考查了数轴上点的位置和不等式的性质．解决本题的关键是根据不等式的性质判断 c 的正负.

5. （2 分）下列整数中，与 $10-\sqrt{13}$最接近的是（　　）

A．4　　B．5　　C．6　　D．7

【答案】*C*

【分析】解法一：由于 9＜13＜16，可判断$\sqrt{13}$与 4 最接近，从而可判断与 $10-\sqrt{13}$最接近的整数为 6.

解法二：计算 3.5 的平方与 13 作比较，再得 $10-\sqrt{13}$＜6.5，可作判断.

【解答】解：解法一：∵9＜13＜16，

∴3＜$\sqrt{13}$＜4，

∵3.6^2＝12.96，3.7^2＝13.69，

∴3.6＜$\sqrt{13}$＜3.7，

∴﹣3.7＜$-\sqrt{13}$＜-3.6，

∴10﹣3.7＜$10-\sqrt{13}$＜10﹣3.6，

∴6.3＜$10-\sqrt{13}$＜6.4，

∴与 $10-\sqrt{13}$最接近的是 6.

解法二：∵3＜$\sqrt{13}$＜4，

∴6＜$10-\sqrt{13}$＜7，

∵$3.5^2=12.25$，且 $12.25<13$，

∴$\sqrt{13}>3.5$，

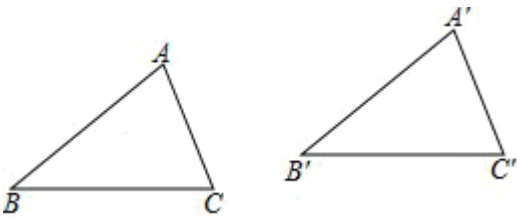
∴$10-\sqrt{13}<6.5$，

∴与 $10-\sqrt{13}$最接近的是 6.

故选：*C*.

【点评】此题考查了估算无理数的大小，熟练掌握估算无理数的方法是解本题的关键.

6. （2 分）如图，△*A'B'C'*是由△*ABC* 经过平移得到的，△*A'B'C'*还可以看作是△*ABC* 经过怎样的图形变化得到？下列结论：① 1 次旋转；② 1 次旋转和 1 次轴对称；③ 2 次旋转；④ 2 次轴对称．其中所有正确结论的序号是（　　）

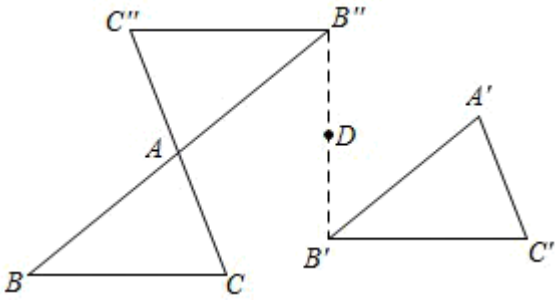


A．①④　　B．②③　　C．②④　　D．③④

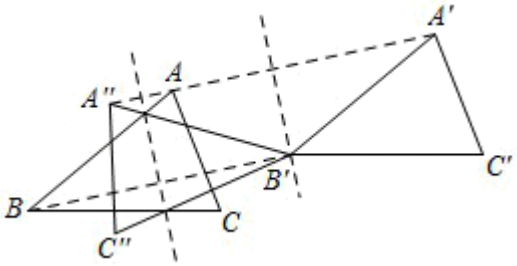
【答案】*D*

【分析】依据旋转变换以及轴对称变换，即可使△*ABC* 与△*A'B'C'*重合.

【解答】解：先将△*ABC* 绕着点 *A* 旋转 180°得到△*AB″C″*，再将所得的△*AB″C″*绕着点 *B″B'*的中点 *D* 旋转 180°，即可得到△*A'B'C'*（方法不唯一）；



先将△*ABC* 沿着 *B*′*B* 的垂直平分线翻折可得△*A*″*B*′*C*″，再将所得的△*A*″*B*′*C*″沿着 *A*′*A*″的垂直平分线翻折，即可得到△*A*′*B*′*C*′（方法不唯一）；



故选：*D*.

【点评】本题主要考查了几何变换的类型，在轴对称变换下，对应线段相等，对应直线（段）或者平行，或者交于对称轴，且这两条直线的夹角被对称轴平分．在旋转变换下，对应线段相等，对应直线的夹角等于旋转角．

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。不需写出解答过程，请把答案直接填写在答题卡相应位置上）

7. （2 分）－2 的相反数是__2__；$\frac{1}{2}$的倒数是__2__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据只有符号不同的两个数互为相反数，乘积为 1 的两个数互为倒数，可得答案.

【解答】解：﹣2 的相反数是 2；$\frac{1}{2}$的倒数是 2，

故答案为：2，2.

【点评】本题考查了倒数，分子分母交换位置是求一个数的倒数的关键.

8. （2 分）计算$\frac{14}{\sqrt{7}}-\sqrt{28}$的结果是__0__.

【答案】见试题解答内容

【分析】先分母有理化，然后把二次根式化为最简二次根式后合并即可.

【解答】解：原式＝$2\sqrt{7}-2\sqrt{7}$=0.

故答案为 0.

【点评】本题考查了二次根式的混合运算：先把二次根式化为最简二次根式，然后进行二次根式的乘除运算，再合并即可．在二次根式的混合运算中，如能结合题目特点，灵活运用二次根式的性质，选择恰当的解题途径，往往能事半功倍.

9. （2 分）分解因式（$a-b$）^{2}+4ab 的结果是__（a+b）^{2}__.

【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用多项式乘法去括号，进而合并同类项，再利用公式法分解因式得出答案.

【解答】解：（$a-b$）^{2}+4ab

$=a^2-2ab+b^2+4ab$

$=a^2+2ab+b^2$

$=(a+b)^2$.

故答案为：$(a+b)^2$.

【点评】此题主要考查了运用公式法分解因式，正确应用公式是解题关键.

10. （2 分）已知 $2+\sqrt{3}$是关于 x 的方程 $x^2-4x+m=0$ 的一个根，则 $m=$ 1 .

【答案】见试题解答内容

【分析】把 $x=2+\sqrt{3}$代入方程得到关于 m 的方程，然后解关于 m 的方程即可.

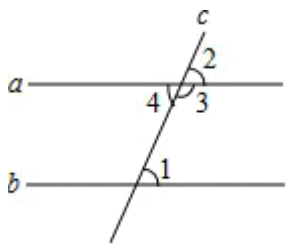
【解答】解：把 $x=2+\sqrt{3}$代入方程得 $(2+\sqrt{3})^2-4(2+\sqrt{3})+m=0$,

解得 $m=1$.

故答案为 1.

【点评】本题考查了一元二次方程的解：能使一元二次方程左右两边相等的未知数的值是一元二次方程的解.

11. （2 分）结合图，用符号语言表达定理“同旁内角互补，两直线平行”的推理形式：∵ $\angle 1+\angle 3=180°$ ，∴$a\parallel b$.



【答案】见试题解答内容

【分析】两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

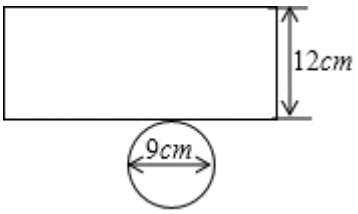
【解答】解：∵∠1+∠3＝180°,

∴$a \parallel b$（同旁内角互补，两直线平行）.

故答案为：∠1+∠3＝180°.

【点评】本题主要考查了平行的判定，两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行.

12. （2 分）无盖圆柱形杯子的展开图如图所示．将一根长为 20*cm* 的细木筷斜放在该杯子内，木筷露在杯子外面的部分至少有__5__*cm*.



【答案】见试题解答内容

【分析】根据题意直接利用勾股定理得出杯子内的筷子长度，进而得出答案.

【解答】解：由题意可得：

杯子内的筷子长度为：$\sqrt{12^2+9^2}$=15（*cm*），

则筷子露在杯子外面的筷子长度为：20－15＝5（*cm*）．

故答案为：5.

【点评】此题主要考查了勾股定理的应用，正确得出杯子内筷子的长是解决问题的关键.

13. （2 分）为了了解某区初中学生的视力情况，随机抽取了该区 500 名初中学生进行调查.

整理样本数据，得到下表：

视力	4.7 以下	4.7	4.8	4.9	4.9 以上
人数	102	98	80	93	127

根据抽样调查结果，估计该区 12000 名初中学生视力不低于 4.8 的人数是__7200__.

【答案】见试题解答内容

【分析】用总人数乘以样本中视力不低于 4.8 的人数占被调查人数的比例即可得.

【解答】解：估计该区 12000 名初中学生视力不低于 4.8 的人数是 $12000\times\frac{80+93+127}{500}=$

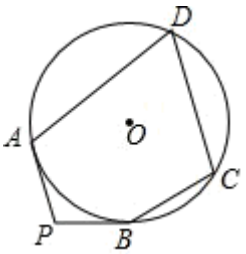
7200（人），

故答案为：7200.

【点评】本题主要考查用样本估计总体，用样本的数字特征估计总体的数字特征（主要数据有众数、中位数、平均数、标准差与方差 ）．一般来说，用样本去估计总体时，样本

越具有代表性、容量越大，这时对总体的估计也就越精确.

14．（2 分）如图，PA、PB 是⊙O 的切线，A、B 为切点，点 C、D 在⊙O 上．若∠P＝102°，则∠A+∠C＝__219°__.



【答案】见试题解答内容

【分析】连接 AB，根据切线长定理得到 PA＝PB，根据等腰三角形的性质得到∠PAB＝∠PBA=$\frac{1}{2}$（180°－102°）＝39°，由圆内接四边形的性质得到∠DAB+∠C＝180°，于是得到结论.

【解答】解：连接 AB,

∵PA、PB 是⊙O 的切线,

∴PA＝PB,

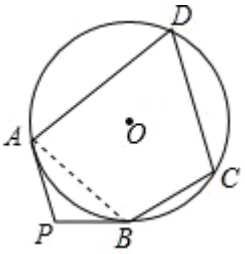
∵∠P＝102°,

∴∠PAB＝∠PBA=$\frac{1}{2}$（180°－102°）＝39°,

∵∠DAB+∠C＝180°,

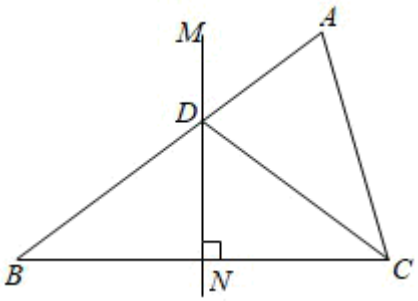
∴∠PAD+∠C＝∠PAB+∠DAB+∠C＝180°+39°＝219°,

故答案为：219°.



【点评】本题考查了切线长定理，圆内接四边形的性质，等腰三角形的性质，正确的作出辅助线是解题的关键.

15. （2 分）如图，在△ABC 中，BC 的垂直平分线 MN 交 AB 于点 D，CD 平分∠ACB．若 $AD=2$，$BD=3$，则 AC 的长__$\sqrt{10}$__.



【答案】见试题解答内容

【分析】证出∠ACD=∠DCB=∠B，证明△ACD∽△ABC，得出$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$，即可得出结果.

【解答】解：∵BC 的垂直平分线 MN 交 AB 于点 D,

∴$CD=BD=3$,

∴∠B=∠DCB，$AB=AD+BD=5$,

∵CD 平分∠ACB,

∴∠ACD=∠DCB=∠B,

∵∠A=∠A,

∴△ACD∽△ABC,

∴$\frac{AC}{AB}=\frac{AD}{AC}$,

∴$AC^2=AD\times AB=2\times5=10$,

∴$AC=\sqrt{10}$.

故答案为：$\sqrt{10}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质、线段垂直平分线的性质、角平分线的性质等知识；证明三角形相似是解题的关键.

16. （2 分）在△ABC 中，AB=4，∠C=60°，∠A>∠B，则 BC 的长的取值范围是__4≤BC≤$\frac{8\sqrt{3}}{3}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】作△ABC 的外接圆，求出当∠BAC=90°时，BC 是直径最长=$\frac{8\sqrt{3}}{3}$；当∠BAC=∠ABC 时，△ABC 是等边三角形，BC=AC=AB=4，而∠BAC>∠ABC，即可得出答案.

【解答】解：作△ABC 的外接圆，如图所示：

∵∠BAC＞∠ABC，AB＝4，

当∠BAC＝90°时，BC 是直径最长，

∵∠C＝60°，

∴∠ABC＝30°，

∴BC＝2AC，AB＝$\sqrt{3}AC$＝4，

∴AC＝$\frac{4\sqrt{3}}{3}$，

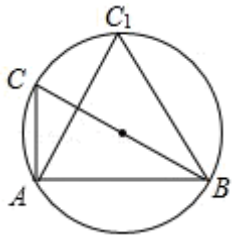
∴BC＝$\frac{8\sqrt{3}}{3}$；

当∠BAC＝∠ABC 时，△ABC 是等边三角形，BC＝AC＝AB＝4，

∵∠BAC＞∠ABC，

∴BC 长的取值范围是 4＜BC≤$\frac{8\sqrt{3}}{3}$；

故答案为：4＜BC≤$\frac{8\sqrt{3}}{3}$.



【点评】本题考查了三角形的三边关系、直角三角形的性质、等边三角形的性质；作出

△ABC 的外接圆进行推理计算是解题的关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字

说明、证明过程或演算步骤）

17. （7 分）计算（$x+y$）（x^2-xy+y^2）

【答案】见试题解答内容

【分析】根据多项式乘以多项式的法则，可表示为（$a+b$）（$m+n$）＝$am+an+bm+bn$，计算即可.

【解答】解：（$x+y$）（x^2-xy+y^2），

＝$x^3-x^2y+xy^2+x^2y-xy^2+y^3$，

＝x^3+y^3.

故答案为：x^3+y^3.

【点评】本题主要考查多项式乘以多项式的法则．注意不要漏项，漏字母，有同类项的合并同类项.

18. （7 分）解方程：$\frac{x}{x-1}-1=\frac{3}{x^2-1}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】方程两边都乘以最简公分母（$x+1$）（$x-1$）化为整式方程，然后解方程即可，最后进行检验.

【解答】解：方程两边都乘以（$x+1$）（$x-1$）去分母得，

x（x+1）－（x^2－1）＝3,

即 x^2+x－x^2+1＝3,

解得 x＝2

检验：当 x＝2 时，（x+1）（x－1）＝（2+1）（2－1）＝3≠0,

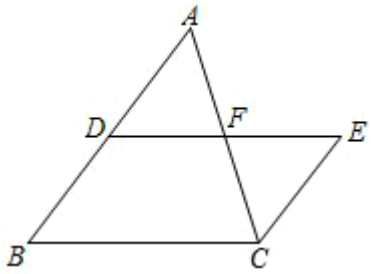
∴x＝2 是原方程的解,

故原分式方程的解是 x＝2.

【点评】本题考查了分式方程的求解，（1）解分式方程的基本思想是“转化思想”，把分式方程转化为整式方程求解.

（2）解分式方程一定注意要验根.

19．（7 分）如图，D 是△ABC 的边 AB 的中点，DE∥BC，CE∥AB，AC 与 DE 相交于点 F．求证：△ADF≌△CEF.



【答案】见试题解答内容

【分析】依连接 DC，依据△BCD≌△EDC（ASA），即可得出 BD＝CE，依据 CE∥AD,

即可得出$\angle A=\angle ECF$，进而判定$\triangle ADF\cong\triangle CEF$.

【解答】证明：如图所示，连接DC,

$\because DE\parallel BC$，$CE\parallel AB$,

$\therefore\angle BCD=\angle EDC$，$\angle BDC=\angle ECD$,

又$\because DC=CD$,

$\therefore\triangle BCD\cong\triangle EDC$（$ASA$），

$\therefore BD=EC$,

$\because D$是$\triangle ABC$的边AB的中点,

$\therefore AD=BD$,

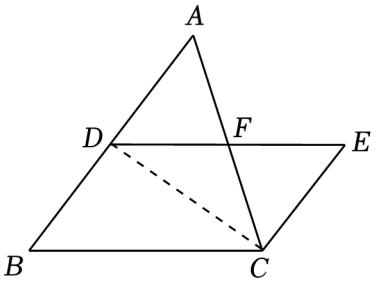
$\therefore AD=EC$,

$\because CE\parallel AB$,

$\therefore\angle A=\angle FCE$,

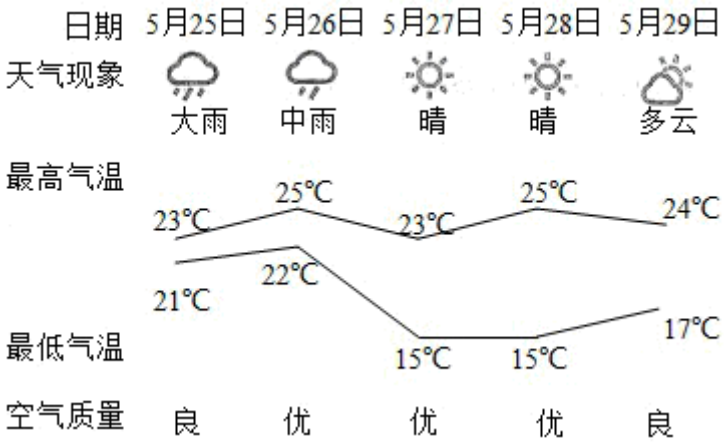
又$\because\angle AFD=\angle CFE$,

$\therefore\triangle ADF\cong\triangle CEF$（$AAS$）.



【点评】本题主要考查了全等三角形的判定及性质，全等三角形的 5 种判定方法中，选用哪一种方法，取决于题目中的已知条件，若已知两边对应相等，则找它们的夹角或第三边；若已知两角对应相等，则必须再找一组对边对应相等，且要是两角的夹边，若已知一边一角，则找另一组角，或找这个角的另一组对应邻边.

20. （8 分）如图是某市连续 5 天的天气情况.



（1）利用方差判断该市这 5 天的日最高气温波动大还是日最低气温波动大；

（2）根据如图提供的信息，请再写出两个不同类型的结论.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）方差：一组数据中各数据与它们的平均数的差的平方的平均数，叫做这组数据的方差；

（2）用“先平均，再求差，然后平方，最后再平均”得到的结果表示一组数据偏离平均值的情况，这个结果叫方差，通常用 s^2 来表示，计算公式是：

$s^2=\frac{1}{n}[(x_1-\bar{x})^2+(x_2-\bar{x})^2+\cdots+(x_n-\bar{x})^2]$（可简单记忆为“方差等于差方的平均数”）．

【解答】解：（1）这5天的日最高气温和日最低气温的平均数分别是

$\bar{x}_{高}=\frac{23+25+23+25+24}{5}=24$（℃），$\bar{x}_{低}=\frac{21+22+15+15+17}{5}=18$（℃），

方差分别是

$$S_{高}^2=\frac{(23-24)^2+(25-24)^2+(23-24)^2+(25-24)^2+(24-24)^2}{5}=0.8,$$

$$S_{低^2}=\frac{(21-18)^2+(22-18)^2+(15-18)^2+(15-18)^2+(17-18)^2}{5}=8.8,$$

$\therefore S_{高}^2<S_{低^2}$,

∴该市这5天的日最低气温波动大；

（2）① 25日、26日、27日的天气依次为大雨、中雨、晴，空气质量依次良、优、优，

说明下雨后空气质量改善了．

②该市空气质量比较好．

【点评】本题考查了方差，正确理解方差的意义是解题的关键．方差是反映一组数据的波动大小的一个量．方差越大，则平均值的离散程度越大，稳定性也越小；反之，则它与其平均值的离散程度越小，稳定性越好．

21．（8分）某校计划在暑假第二周的星期一至星期四开展社会实践活动，要求每位学生选择两天参加活动．

（1）甲同学随机选择两天，其中有一天是星期二的概率是多少?

（2）乙同学随机选择连续的两天，其中有一天是星期二的概率是__$\frac{2}{3}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由树状图得出共有 12 个等可能的结果，其中有一天是星期二的结果有 6 个，由概率公式即可得出结果；

（2）乙同学随机选择连续的两天，共有 3 个等可能的结果，即（星期一，星期二），（星期二，星期三），（星期三，星期四）；其中有一天是星期二的结果有 2 个，由概率公式即可得出结果.

【解答】解：（1）画树状图如图所示：共有 12 个等可能的结果，其中有一天是星期二的结果有 6 个，

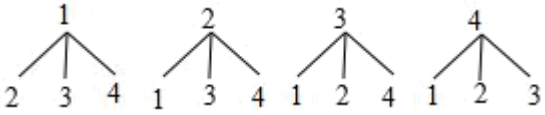
∴甲同学随机选择两天，其中有一天是星期二的概率为$\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$；

（2）乙同学随机选择连续的两天，共有 3 个等可能的结果，即（星期一，星期二），（星期二，星期三），（星期三，星期四）；

其中有一天是星期二的结果有 2 个，即（星期一，星期二），（星期二，星期三），

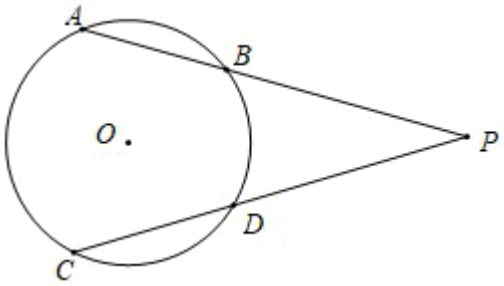
∴乙同学随机选择连续的两天，其中有一天是星期二的概率是$\frac{2}{3}$；

故答案为：$\frac{2}{3}$.



【点评】本题考查了列表法与树状图法：通过列表法或树状图法展示所有等可能的结果求出 n，再从中选出符合事件 A 或 B 的结果数目 m，然后根据概率公式求出事件 A 或 B 的概率.

22. （7 分）如图，⊙O 的弦 AB、CD 的延长线相交于点 P，且 $AB=CD$. 求证：$PA=PC$.



【答案】见试题解答内容

【分析】连接 AC，由圆心角、弧、弦的关系得出$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$，进而得出$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CB}$，根据等弧所对的圆周角相等得出$\angle C=\angle A$，根据等角对等边证得结论.

【解答】证明：连接 AC,

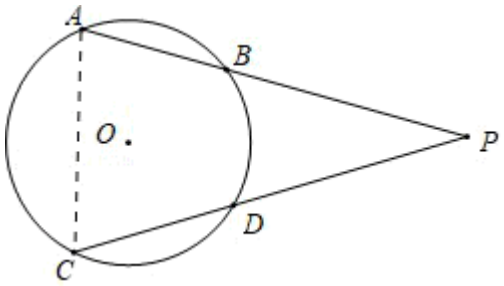
$\because AB=CD$,

$\therefore \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$,

$\therefore \overset{\frown}{AB}+\overset{\frown}{BD}=\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{CD}$，即$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CB}$,

$\therefore \angle C=\angle A$,

∴$PA=PC$.



【点评】本题考查了圆周角定理，等腰三角形的判定等，熟练掌握性质定理是解题的关键.

23. （8 分）已知一次函数 $y_1=kx+2$（k 为常数，$k\neq0$）和 $y_2=x-3$.

（1）当 $k=-2$ 时，若 $y_1>y_2$，求 x 的取值范围.

（2）当 $x<1$ 时，$y_1>y_2$. 结合图象，直接写出 k 的取值范围.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）解不等式 $-2x+2>x-3$ 即可；

（2）计算出 $x=1$ 对应的 y_2 的函数值，然后根据 $x<1$ 时，一次函数 $y_1=kx+2$（k 为常数，$k\neq0$）的图象在直线 $y_2=x-3$ 的上方确定 k 的范围.

【解答】解：（1）$k=-2$ 时，$y_1=-2x+2$，

根据题意得 $-2x+2>x-3$，

解得 $x<\frac{5}{3}$；

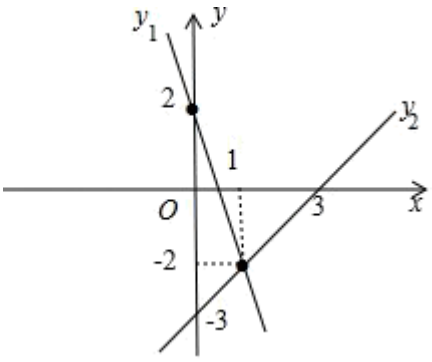
（2）当 $x=1$ 时，$y=x-3=-2$，把（1，-2）代入 $y_1=kx+2$ 得 $k+2=-2$，解得 $k=-$

4，

当 $-4 \leqslant k<0$ 时，$y_1>y_2$；

当 $0<k \leqslant 1$ 时，$y_1>y_2$.

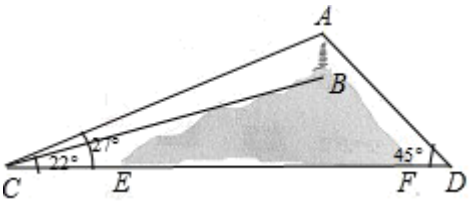
综上所述，k 的范围为 $-4 \leqslant k \leqslant 1$ 且 $k \neq 0$.



【点评】本题考查了一次函数与一元一次不等式：从函数的角度看，就是寻求使一次函数 $y=kx+b$ 的值大于（或小于）0 的自变量 x 的取值范围；从函数图象的角度看，就是确定直线 $y=kx+b$ 在 x 轴上（或下）方部分所有的点的横坐标所构成的集合.

24. （8 分）如图，山顶有一塔 AB，塔高 $33m$．计划在塔的正下方沿直线 CD 开通穿山隧道 EF．从与 E 点相距 $80m$ 的 C 处测得 A、B 的仰角分别为 27°、22°，从与 F 点相距 $50m$ 的 D 处测得 A 的仰角为 45°．求隧道 EF 的长度.

（参考数据：$\tan 22° \approx 0.40$，$\tan 27° \approx 0.51$．）



【答案】见试题解答内容

【分析】延长 AB 交 CD 于 H，利用正切的定义用 CH 表示出 AH、BH，根据题意列式求出 CH，计算即可.

【解答】解：延长 AB 交 CD 于 H，

则 $AH\perp CD$，

在 Rt△AHD 中，$\angle D=45°$，

$\therefore AH=DH$，

在 Rt△AHC 中，$\tan\angle ACH=\frac{AH}{CH}$，

$\therefore AH=CH\cdot\tan\angle ACH\approx 0.51CH$，

在 Rt△BHC 中，$\tan\angle BCH=\frac{BH}{CH}$，

$\therefore BH=CH\cdot\tan\angle BCH\approx 0.4CH$，

由题意得，$0.51CH-0.4CH=33$，

解得，$CH=300$（m），

$\therefore EH=CH-CE=220$，$BH=120$，

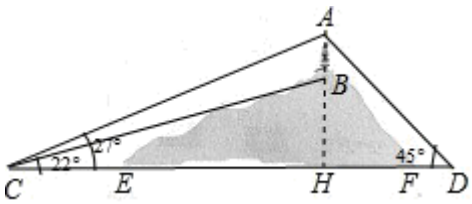
∴$AH=AB+BH=153$（m），

∴$DH=AH=153$（m），

∴$HF=DH-DF=103$（m），

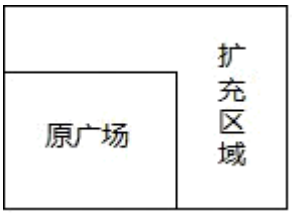
∴$EF=EH+FH=323$（m），

答：隧道 EF 的长度为 $323m$.



【点评】本题考查的是解直角三角形的应用－仰角俯角问题，掌握仰角俯角的概念、熟记锐角三角函数的定义是解题的关键.

25．（8 分）某地计划对矩形广场进行扩建改造．如图，原广场长 $50m$，宽 $40m$，要求扩充后的矩形广场长与宽的比为 3：2．扩充区域的扩建费用每平方米 30 元，扩建后在原广场和扩充区域都铺设地砖，铺设地砖费用每平方米 100 元．如果计划总费用 642000 元，扩充后广场的长和宽应分别是多少米?



【答案】见试题解答内容

【分析】设扩充后广场的长为 $3xm$，宽为 $2xm$，根据矩形的面积公式和总价＝单价×数量列出方程并解答.

【解答】解：设扩充后广场的长为 $3xm$，宽为 $2xm$，

依题意得：$3x \cdot 2x \cdot 100+30（3x \cdot 2x - 50×40）＝642000$

解得 $x_1＝30$，$x_2＝-30$（舍去）.

所以 $3x＝90$，$2x＝60$，

答：扩充后广场的长为 $90m$，宽为 $60m$.

【点评】本题考查了列一元二次方程解实际问题的运用，总价＝单价×数量的运用，解答时找准题目中的数量关系是关键.

26. （9 分）如图①，在 Rt△ABC 中，$\angle C＝90°$，$AC＝3$，$BC＝4$．求作菱形 $DEFG$，使点 D 在边 AC 上，点 E、F 在边 AB 上，点 G 在边 BC 上.

小明的作法

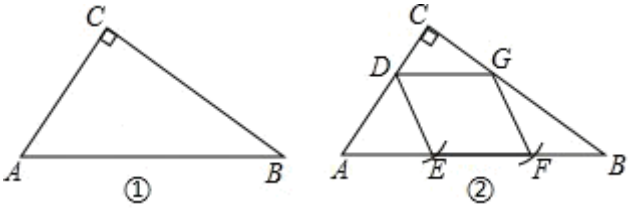
1．如图②，在边 AC 上取一点 D，过点 D 作 $DG \parallel AB$ 交 BC 于点 G.

2．以点 D 为圆心，DG 长为半径画弧，交 AB 于点 E.

3．在 EB 上截取 $EF＝ED$，连接 FG，则四边形 $DEFG$ 为所求作的菱形.

（1）证明小明所作的四边形 $DEFG$ 是菱形.

（2）小明进一步探索，发现可作出的菱形的个数随着点 D 的位置变化而变化……请你继续探索，直接写出菱形的个数及对应的 CD 的长的取值范围.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）根据邻边相等的平行四边形是菱形证明即可.

（2）求出几种特殊位置的 CD 的值判断即可.

【解答】（1）证明：∵$DE=DG$，$EF=DE$，

∴$DG=EF$，

∵$DG\parallel EF$，

∴四边形 $DEFG$ 是平行四边形，

∵$DG=DE$，

∴四边形 $DEFG$ 是菱形.

（2）如图 1 中，当四边形 $DEFG$ 是正方形时，设正方形的边长为 x.

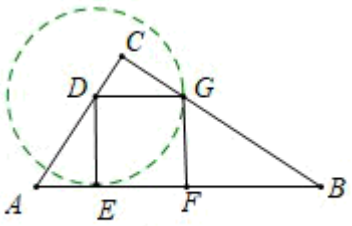


图1

在 Rt△*ABC* 中，∵∠*C*＝90°，*AC*＝3，*BC*＝4，

∴$AB=\sqrt{3^2+4^2}=5$，

则 $CD=\frac{3}{5}x$，$AD=\frac{5}{4}x$，

∵*AD*+*CD*＝*AC*，

∴$\frac{3}{5}x+\frac{5}{4}x=3$，

∴$x=\frac{60}{37}$，

∴$CD=\frac{3}{5}x=\frac{36}{37}$，

观察图象可知：$0\leqslant CD<\frac{36}{37}$时，菱形的个数为 0.

如图 2 中，当四边形 *DAEG* 是菱形时，设菱形的边长为 *m*.

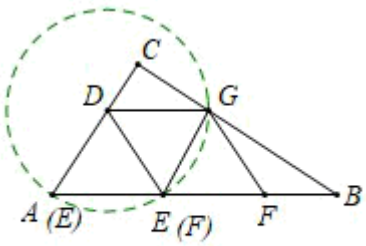


图2

∵*DG*∥*AB*，

$\therefore \frac{CD}{CA}=\frac{DG}{AB}$,

$\therefore \frac{3-m}{3}=\frac{m}{5}$,

解得 $m=\frac{15}{8}$,

$\therefore CD=3-\frac{15}{8}=\frac{9}{8}$,

如图 3 中，当四边形 $DEBG$ 是菱形时，设菱形的边长为 n.

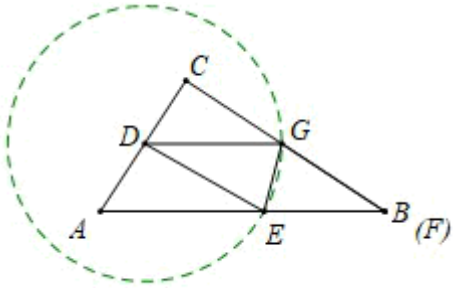


图3

$\because DG \parallel AB$,

$\therefore \frac{CG}{CB}=\frac{DG}{AB}$,

$\therefore \frac{4-n}{4}=\frac{n}{5}$,

$\therefore n=\frac{20}{9}$,

$\therefore CG=4-\frac{20}{9}=\frac{16}{9}$,

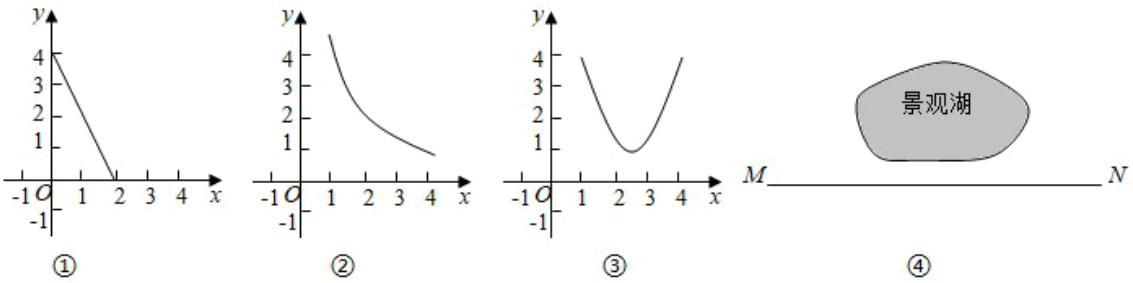
$\therefore CD=\sqrt{(\frac{20}{9})^2-(\frac{16}{9})^2}=\frac{4}{3}$,

观察图象可知：当 $0 \leqslant CD < \frac{36}{37}$ 或 $\frac{4}{3} < CD \leqslant 3$ 时，菱形的个数为 0，当 $CD=\frac{36}{37}$ 或 $\frac{9}{8} < CD \leqslant \frac{4}{3}$ 时，菱形的个数为 1，当 $\frac{36}{37} < CD \leqslant \frac{9}{8}$ 时，菱形的个数为 2.

【点评】本题考查相似三角形的判定和性质，菱形的判定和性质，作图－复杂作图等知识，解题的关键是学会寻找特殊位置解决问题，属于中考常考题型，题目有一定难度.

27. （11 分）【概念认识】

城市的许多街道是相互垂直或平行的，因此，往往不能沿直线行走到达目的地，只能按直角拐弯的方式行走．可以按照街道的垂直和平行方向建立平面直角坐标系 xOy，对两点 A（x_1，y_1）和 B（x_2，y_2），用以下方式定义两点间距离：$d(A, B)=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$.



①　②　③　④

【数学理解】

（1）①已知点 A（－2，1），则 $d(O, A)=$ 3 .

②函数 $y=-2x+4$（$0\leqslant x\leqslant 2$）的图象如图①所示，B 是图象上一点，$d(O, B)=3$，则点 B 的坐标是 （1，2） .

（2）函数 $y=\frac{4}{x}$（$x>0$）的图象如图②所示．求证：该函数的图象上不存在点 C，使 $d(O, C)=3$.

（3）函数 $y=x^2-5x+7$（$x\geqslant 0$）的图象如图③所示，D 是图象上一点，求 $d(O, D)$ 的

最小值及对应的点 D 的坐标.

【问题解决】

（4）某市要修建一条通往景观湖的道路，如图④，道路以 M 为起点，先沿 MN 方向到某处，再在该处拐一次直角弯沿直线到湖边，如何修建能使道路最短？（要求：建立适当的平面直角坐标系，画出示意图并简要说明理由）

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）①根据定义可求出 $d（O，A）=|0+2|+|0-1|=2+1=3$；②由两点间距离：$d（A，B）=|x_1-x_2|+|y_1-y_2|$及点 B 是函数 $y=-2x+4$ 的图象上的一点，可得出方程组，解方程组即可求出点 B 的坐标；

（2）由条件知 $x>0$，根据题意得$x+\frac{4}{x}=3$，整理得 $x^2-3x+4=0$，由 $\Delta<0$ 可证得该函数的图象上不存在点 C，使 $d（O，C）=3$.

（3）根据条件可得$|x|+|x^2-5x+7|$，去绝对值后由二次函数的性质可求出最小值；

（4）以 M 为原点，MN 所在的直线为 x 轴建立平面直角坐标系 xOy，将函数 $y=-x$ 的图象沿 y 轴正方向平移，直到与景观湖边界所在曲线有交点时停止，设交点为 E，过点 E 作 $EH\perp MN$，垂足为 H，修建方案是：先沿 MN 方向修建到 H 处，再沿 HE 方向修建到 E 处，

可由d（O，P）$\geqslant d$（O，E）证明结论即可.

【解答】解：（1）①由题意得：d（O，A）$=|0+2|+|0-1|=2+1=3$；

②设B（x，y），由定义两点间的距离可得：$|0-x|+|0-y|=3$，

$\because 0\leqslant x\leqslant 2$，

$\therefore x+y=3$，

$\therefore \begin{cases} x+y=3 \\ y=-2x+4 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$，

$\therefore B$（1，2），

故答案为：3，（1，2）；

（2）假设函数$y=\frac{4}{x}(x>0)$的图象上存在点C（x，y）使d（O，C）$=3$，

根据题意，得$|x-0|+|\frac{4}{x}-0|=3$，

$\because x>0$，

$\therefore \frac{4}{x}>0$，$|x-0|+|\frac{4}{x}-0|=x+\frac{4}{x}$，

$\therefore x+\frac{4}{x}=3$，

$\therefore x^2+4=3x$，

$\therefore x^2-3x+4=0$，

∴Δ＝b^2－4ac＝－7＜0,

∴方程x^2－3x+4＝0 没有实数根,

∴该函数的图象上不存在点C，使d（O，C）＝3.

（3）设D（x，y）,

根据题意得，d（O，D）＝|x－0|+|x^2－5x+7－0|＝|x|+|x^2－5x+7|,

∵$x^2-5x+7=\left(x-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$,

又x≥0,

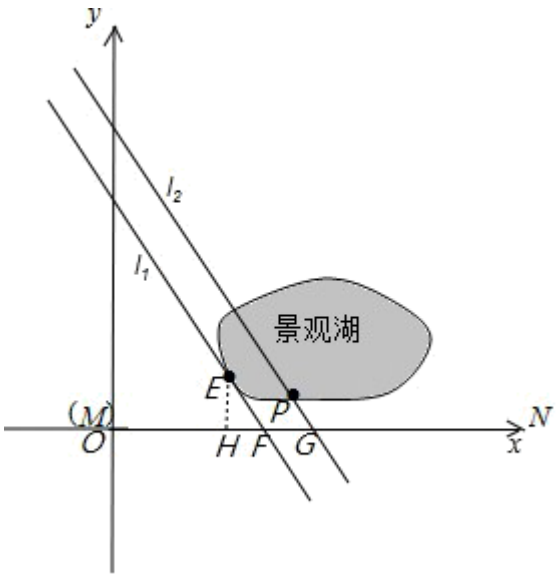
∴d（O，D）＝|x|+|x^2－5x+7|＝x+x^2－5x+7＝x^2－4x+7＝（x－2）^{2}+3,

∴当x＝2 时，d（O，D）有最小值 3，此时点D 的坐标是（2，1）.

（4）如图，以M 为原点，MN 所在的直线为x 轴建立平面直角坐标系xOy，将函数y＝－x 的图象沿y 轴正方向平移，直到与景观湖边界所在曲线有交点时停止,

设交点为E，过点E 作EH⊥MN，垂足为H，修建方案是：先沿MN 方向修建到H 处，再沿HE 方向修建到E 处.

理由：设过点E 的直线l_1与x 轴相交于点F．在景观湖边界所在曲线上任取一点P，过点



P 作直线 $l_2 /\!/ l_1$，l_2 与 x 轴相交于点 G.

$\because \angle EFH = 45°$,

$\therefore EH = HF$，d（O，E）$= OH + EH = OF$,

同理 d（O，P）$= OG$,

$\because OG \geqslant OF$,

$\therefore d$（O，P）$\geqslant d$（O，E），

$\therefore$ 上述方案修建的道路最短.

【点评】考查了二次函数的综合题，涉及的知识点有新定义，解方程（组），二次函数的性质等.