参考答案

2021年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	B	D	C	C	D

一、选择题（本大题共6小题，每小题2分，共12分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. （2分）截至2021年6月8日，31个省（自治区、直辖市）和新疆生产建设兵团累计报告接种新冠病毒疫苗超过800000000剂次．用科学记数法表示800000000是（　　）

A．8×10^8　　B．0.8×10^9　　C．8×10^9　　D．0.8×10^{10}

【答案】*A*

【分析】科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中$1\leqslant|a|<10$，n为整数．确定n的值时，要看把原数变成a时，小数点移动了多少位，n的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10时，n是正数；当原数的绝对值＜1时，n是负数．

【解答】解：将800000000用科学记数法表示为：8×10^8.

故选：*A*.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为$a\times10^n$的形式，其中

$1 \leqslant |a| < 10$，n 为整数，表示时关键要正确确定 a 的值以及 n 的值.

2. （2 分）计算 $(a^2)^3 \cdot a^{-3}$ 的结果是（　　）

A. a^2　　B. a^3　　C. a^5　　D. a^9

【答案】B

【分析】分别根据幂的乘方运算法则，同底数幂的乘法法则以及负整数指数幂的定义计算即可.

【解答】解：$(a^2)^3 \cdot a^{-3} = a^6 \cdot a^{-3} = a^{6-3} = a^3$.

故选：B.

【点评】本题考查了负整数指数幂，同底数幂的乘法以及幂的乘方，熟记相关运算法则是解答本题的关键.

3. （2 分）下列长度的三条线段与长度为 5 的线段首尾依次相连能组成四边形的是（　　）

A. 1，1，1　　B. 1，1，8　　C. 1，2，2　　D. 2，2，2

【答案】D

【分析】根据若四条线段能组成四边形，则三条较短边的和必大于最长边逐项判定即可.

【解答】解：A、∵$1+1+1=3<5$,

∴此三条线段与长度为 5 的线段不能组成四边形，故不符合题意；

B、∵1+1+5＝7＜8,

∴此三条线段与长度为 5 的线段不能组成四边形，故不符合题意；

C、∵1+2+2＝5,

∴此三条线段与长度为 5 的线段不能组成四边形，故不符合题意；

D、∵2+2+2＝6＞5,

∴此三条线段与长度为 5 的线段能组成四边形，故符合题意；

故选：*D*.

【点评】本题考查了三角形的三边关系，熟练掌握三角形的三边关系是解题的关键.

4. （2 分）北京与莫斯科的时差为 5 小时，例如，北京时间 13：00，同一时刻的莫斯科时间是 8：00．小丽和小红分别在北京和莫斯科，她们相约在各自当地时间 9：00～17：00 之间选择一个时刻开始通话，这个时刻可以是北京时间（　　）

A．10：00　　B．12：00　　C．15：00　　D．18：00

【答案】*C*

【分析】根据北京时间比莫斯科时间早 5 小时解答即可.

【解答】解：由题意得，北京时间应该比莫斯科时间早 5 小时，

当莫斯科时间为 9：00，则北京时间为 14：00；当北京时间为 17：00，则莫斯科时间为

12：00；

所以这个时刻可以是 14：00 到 17：00 之间，

所以这个时刻可以是北京时间 15：00.

故选：*C*.

【点评】本题考查了正数和负数，解此题的关键是根据题意写出算式，即把实际问题转化成数学问题.

5. （2 分）一般地，如果 $x^n=a$（n 为正整数，且 $n>1$），那么 x 叫做 a 的 n 次方根．下列结论中正确的是（　　）

A．16 的 4 次方根是 2

B．32 的 5 次方根是±2

C．当 n 为奇数时，2 的 n 次方根随 n 的增大而减小

D．当 n 为奇数时，2 的 n 次方根随 n 的增大而增大

【答案】*C*

【分析】根据 n 次方根的定义判定即可.

【解答】解：*A*、∵$(\pm2)^4=16$，

∴16 的 4 次方根是±2，故 *A* 不正确；

B、32 的 5 次方根是 2，故 B 不正确；

C、设 $x=\sqrt[3]{2}$，$y=\sqrt[5]{2}$，则 $x^{15}=2^5=32$，$y^{15}=2^3=8$，

$\because x^{15}>y^{15}$ 且 $x>1$，$y>1$，

$\therefore x>y$，

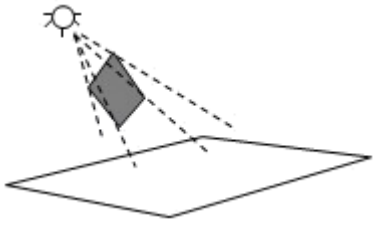
$\therefore$ 当 n 为奇数时，2 的 n 次方根随 n 的增大而减小，故 C 选项正确；

D、当 n 为奇数时，2 的 n 次方根随 n 的增大而减小，故 D 不选项正确；

故选：C.

【点评】本题考查了分数指数幂，熟练掌握分数指数幂的定义是解题的关键.

6. （2 分）如图，正方形纸板的一条对角线垂直于地面，纸板上方的灯（看作一个点）与这条对角线所确定的平面垂直于纸板．在灯光照射下，正方形纸板在地面上形成的影子的形状可以是（　　）



A. 　B. 　C. 　D. 

【答案】D

【分析】根据正方形纸板的一条对角线垂直于地面，纸板上方的灯（看作一个点）与这条对角线所确定的平面垂直于纸板，则在地面上的投影关于对角线对称，因为灯在纸板上方，所以上方投影比下方投影要长.

【解答】解：根据正方形纸板的一条对角线垂直于地面，纸板上方的灯（看作一个点）与这条对角线所确定的平面垂直于纸板，灯在纸板上方，

∴上面两条边离点光源近，在同一投影面上的影子就长于下方离点光源远的两条边，

∴上方投影比下方投影要长，

故选：*D*.

【点评】本题主要考查中心投影的知识，弄清题目中光源和纸板的相对位置是解题的关键.

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置上）

7. （2 分）－（－2）＝__2__；－|－2|＝__－2__.

【答案】2；－2.

【分析】根据求一个数的相反数和绝对值的意义化简求解.

【解答】解：－（－2）＝2；－|－2|＝－2，

故答案为：2；－2.

【点评】本题考查求一个数的相反数和绝对值，理解相关概念准确化简是解题关键.

8. （2 分）若式子$\sqrt{5x}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ＿$x\geqslant 0$＿.

【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用二次根式的定义分析得出答案.

【解答】解：依题意有 $5x\geqslant 0$,

解得：$x\geqslant 0$.

故答案为：$x\geqslant 0$.

【点评】本题考查了二次根式的意义和性质．概念：式子$\sqrt{a}$（$a\geqslant 0$）叫二次根式.

9. （2 分）计算$\sqrt{8}-\sqrt{\frac{9}{2}}$的结果是 ＿$\frac{\sqrt{2}}{2}$＿.

【答案】$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【分析】直接利用二次根式的性质分别化简，再合并得出答案.

【解答】解：$\sqrt{8}-\sqrt{\frac{9}{2}}$

$=2\sqrt{2}-\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{2}-\frac{3}{\sqrt{2}}$

$=2\sqrt{2}-\frac{3\sqrt{2}}{2}$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

故答案为：$\frac{\sqrt{2}}{2}$.

【点评】此题主要考查了二次根式的加减，正确化简二次根式是解题关键.

10. （2 分）设 x_1，x_2 是关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 的两个根，且 $x_1=2x_2$，则 $k=$ __2__.

【答案】见试题解答内容

【分析】根据根与系数的关系求得 $x_2=1$，将其代入已知方程，列出关于 k 的方程，解方程即可.

【解答】解：根据题意，知 $x_1+x_2=3x_2=3$，则 $x_2=1$，

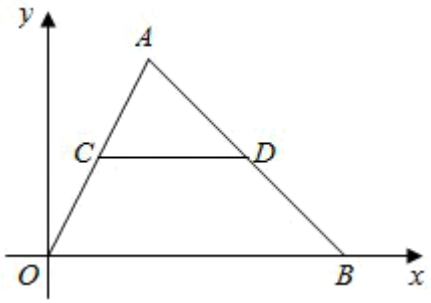
将其代入关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$，得 $1^2-3\times1+k=0$.

解得 $k=2$.

故答案为：2.

【点评】此题主要考查了根与系数的关系，将根与系数的关系与代数式变形相结合解题是一种经常使用的解题方法.

11. （2 分）如图，在平面直角坐标系中，$\triangle AOB$ 的边 AO，AB 的中点 C，D 的横坐标分别是 1，4，则点 B 的横坐标是 __6__.



【答案】6.

【分析】由 C、D 的横坐标求出线段 CD 的长度，结合中位线的定义和性质，得出 OB 的长度，从而得到 B 点的横坐标.

【解答】解：∵边 AO，AB 的中点为点 C、D，

∴CD 是△OAB 的中位线，$CD \parallel OB$，

∵点 C，D 的横坐标分别是 1，4，

∴$CD=3$，

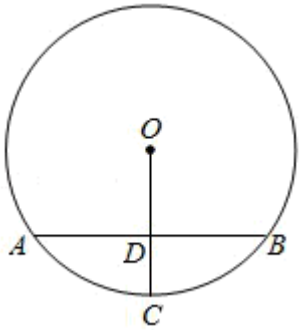
∴$OB=2CD=6$，

∴点 B 的横坐标为 6.

故答案为：6.

【点评】本题主要考查了中位线定义和性质应用，解题的关键是由点 C、D 的横坐标求出线段 CD 的长度.

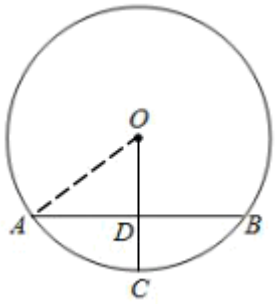
12. （2 分）如图，AB 是⊙O 的弦，C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点，OC 交 AB 于点 D. 若 $AB=8cm$，$CD=2cm$，则⊙O 的半径为 __5__ cm.



【答案】5.

【分析】先根据圆心角、弧、弦的关系和垂径定理得出各线段之间的关系，再利用勾股定理求解出半径即可.

【解答】解：如图，连接 OA,



∵C 是$\overset{\frown}{AB}$的中点,

∴D 是弦 AB 的中点,

∴$OC\perp AB$，$AD=BD=4$,

∵$OA=OC$，$CD=2$,

∴$OD=OC-CD=OA-CD$,

在 Rt△OAD 中,

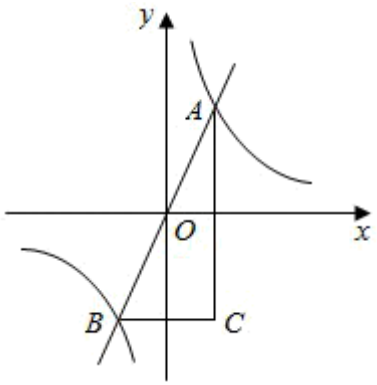
$OA^2=AD^2+OD^2$，即 $OA^2=16+(OA-2)^2$，

解得 $OA=5$，

故答案为：5.

【点评】本题考查圆心角、弧、弦的关系及垂径定理的运用，做此类型题目通常需要结合圆心角、弦和三角形的相关知识来进行解答.

13. （2 分）如图，正比例函数 $y=kx$ 与函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象交于 A，B 两点，$BC\parallel x$ 轴，$AC\parallel y$ 轴，则 $S_{\triangle ABC}=$ 12 .



【答案】12.

【分析】方法一：根据反比例函数的性质可判断点 A 与点 B 关于原点对称，则 $S_{\triangle AON}=S_{\triangle OBM}$，由 $BC\parallel x$ 轴，$AC\parallel y$ 轴可得 $S_{\triangle AON}=S_{\triangle CON}$，$S_{\triangle OBM}=S_{\triangle OCM}$，再根据 $S_{\triangle AON}=\frac{1}{2}x_A\cdot y_A=3$，即可得出三角形 ABC 的面积.

方法二：设出 A 点坐标，根据题意得出 B、C 点的坐标，再根据面积公式刚好消掉未知数

求出面积的值.

【解答】解：方法一：连接 OC，设 AC 交 x 轴于点 N，BC 交 y 轴于 M 点，

∵正比例函数 $y=kx$ 与函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象交于 A，B 两点，

∴点 A 与点 B 关于原点对称，

∴$S_{\triangle AON}=S_{\triangle OBM}$，

∵$BC\parallel x$ 轴，$AC\parallel y$ 轴，

∴$S_{\triangle AON}=S_{\triangle CON}$，$S_{\triangle OBM}=S_{\triangle OCM}$，

即 $S_{\triangle ABC}=4S_{\triangle AON}=4\times\frac{1}{2}x_A\cdot y_A=4\times\frac{1}{2}\times6=12$；

方法二：根据题意设 A（t，$\frac{6}{t}$），

∵正比例函数 $y=kx$ 与函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象交于 A，B 两点，

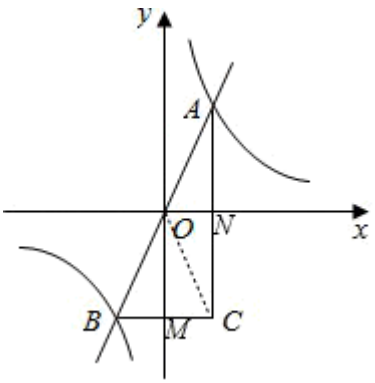
∴B（$-t$，$-\frac{6}{t}$），

∵$BC\parallel x$ 轴，$AC\parallel y$ 轴，

∴C（t，$-\frac{6}{t}$），

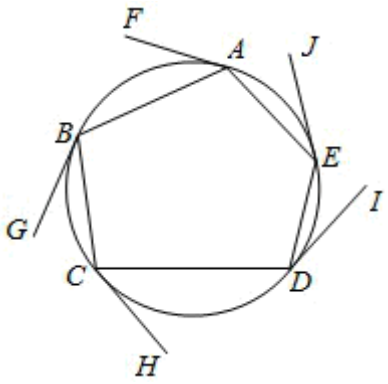
∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}BC\cdot AC=\frac{1}{2}\times[t-(-t)]\times[\frac{6}{t}-(-\frac{6}{t})]=12$；

故答案为：12.



【点评】本题考查了反比例函数和一次函数的交点问题，求三角形面积等知识点，熟练掌握反比例函数的性质是解题的关键.

14．（2 分）如图，FA，GB，HC，ID，JE 是五边形 $ABCDE$ 的外接圆的切线，则 $\angle BAF+\angle CBG+\angle DCH+\angle EDI+\angle AEJ=$ 180 °.



【答案】180.

【分析】设圆心为 O，连接 OA，OB，OC，OD 和 OE，根据切线的性质和等腰三角形的性质得出 $\angle BAF+\angle CBG+\angle DCH+\angle EDI+\angle AEJ=(\angle BAF+\angle OAB)+(\angle CBG+\angle OBC)+(\angle DCH+\angle OCD)+(\angle EDI+\angle ODE)+(\angle AEJ+\angle OEA)-$

（$\angle OAB+\angle OBC+\angle OCD+\angle ODE+\angle OEA$）即可求出.

【解答】解：如图，设圆心为 O，连接 OA，OB，OC，OD 和 OE，

∵FA，GB，HC，ID，JE 是五边形 $ABCDE$ 的外接圆的切线，

∴$\angle OAF=\angle OBG=\angle OCH=\angle ODI=\angle OEJ=90°$，

即（$\angle BAF+\angle OAB$）+（$\angle CBG+\angle OBC$）+（$\angle DCH+\angle OCD$）+（$\angle EDI+\angle ODE$）+（$\angle AEJ+\angle OEA$）$=90°\times5=450°$，

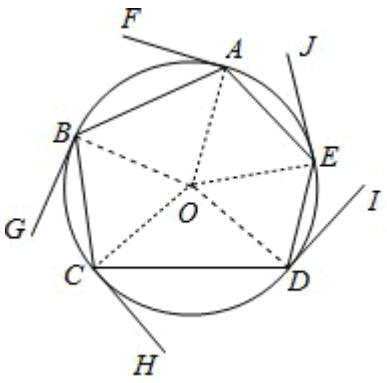
∵$OA=OB=OC=OD=OE$，

∴$\angle OAB=\angle OBA$，$\angle OBC=\angle OCB$，$\angle OCD=\angle ODC$，$\angle ODE=\angle OED$，$\angle OEA=\angle OAE$，

∴$\angle OAB+\angle OBC+\angle OCD+\angle ODE+\angle OEA=\frac{1}{2}\times$五边形 $ABCDE$ 内角和$=\frac{1}{2}\times(5-2)\times180°=270°$，

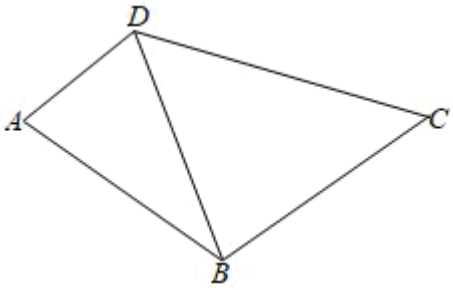
∴$\angle BAF+\angle CBG+\angle DCH+\angle EDI+\angle AEJ=$（$\angle BAF+\angle OAB$）+（$\angle CBG+\angle OBC$）+（$\angle DCH+\angle OCD$）+（$\angle EDI+\angle ODE$）+（$\angle AEJ+\angle OEA$）－（$\angle OAB+\angle OBC+\angle OCD+\angle ODE+\angle OEA$）$=450°-270°=180°$，

故答案为：180.



【点评】本题主要考查切线的性质，多边形内角和等知识，熟练掌握切线的性质和多边形内角和公式是解题的关键.

15. （2 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AB=BC=BD$．设$\angle ABC=\alpha$，则$\angle ADC=$ $180°-\frac{\alpha}{2}$（用含 α 的代数式表示）．



【答案】$180°-\frac{\alpha}{2}$.

【分析】根据已知条件 $AB=BD=BC$，可得$\angle BAD=\angle BDA$，$\angle BDC=\angle BCD$，根据三角形内角和定理可得$\angle ABD+\angle BAD+\angle BDA=180°$，$\angle DBC+\angle BDC+\angle BCD=180°$，根据四边形内角和为 360°，可得$\angle ABD+\angle BAD+\angle BDA+\angle DBC+\angle BDC+\angle BCD=360°$，根据已知条件可得 $2\angle ADC=360°-\alpha$，即可得出答案.

【解答】解：$\because AB=BD=BC$,

∴∠BAD＝∠BDA，∠BDC＝∠BCD，

∵四边形内角和为360°，

∴∠ABD+∠BAD+∠BDA+∠DBC+∠BDC+∠BCD＝360°，

∴∠ABC+∠ADB+∠ADB+∠BDC+∠BDC＝360°，

即∠ABC+2∠ADB+2∠BDC＝360°，

∵∠ABC＝α，∠ADB+∠BDC＝∠ADC，

∴2∠ADC＝360°－α，

∴∠ADC＝$180°-\frac{\alpha}{2}$.

解法二：∵AB＝BC＝BD，∴A，C，D可看作是以点B为圆心，BD为半径的圆上的点，

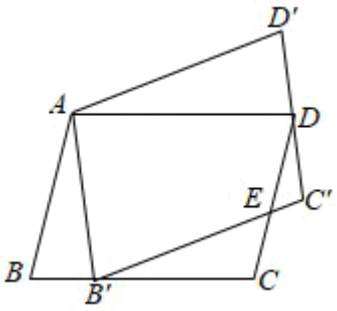
则弧AC所对的圆周角的度数为$\frac{\alpha}{2}$，

∴∠ADC＝$180°-\frac{\alpha}{2}$.

故答案为：$180°-\frac{\alpha}{2}$.

【点评】本题主要考查了等腰三角形的性质及多边形内角和定理，熟练应用相关性质及定理进行求解是解决本题的关键.

16．（2分）如图，将▱$ABCD$绕点A逆时针旋转到▱$AB'C'D'$的位置，使点B'落在BC上，$B'C'$与CD交于点E．若AB＝3，BC＝4，BB'＝1，则CE的长为 ＿$\frac{9}{8}$＿.

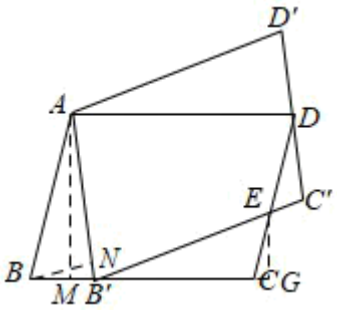


【答案】$\frac{9}{8}$.

【分析】解法一：过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M，过点 B 作 $BN\perp AB'$ 于点 N，过点 E 作 $EG\perp BC$，交 BC 的延长线于点 G．$BM=B'M=\frac{1}{2}$，由勾股定理可得，$AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\frac{\sqrt{35}}{2}$，由等面积法可得，$BN=\frac{\sqrt{35}}{6}$，由勾股定理可得，$AN=\sqrt{AB^2-BN^2}=\sqrt{3^2-(\frac{\sqrt{35}}{6})^2}=\frac{17}{6}$，由题可得，$\triangle AMB\backsim\triangle EGC$，$\triangle ANB\backsim\triangle B'GE$，则 $\frac{AM}{BM}=\frac{EG}{CG}=\sqrt{35}$，$\frac{AN}{BN}=\frac{B'G}{EG}=\frac{17}{\sqrt{35}}$，设 $CG=a$，则 $EG=\sqrt{35}a$，$B'G=3+a$，则 $\frac{3+a}{\sqrt{35}a}=\frac{17}{\sqrt{35}}$，解得 $a=\frac{3}{16}$．最后由勾股定理可得，$EC=\sqrt{CG^2+EG^2}=\sqrt{(\frac{3}{16})^2+(\frac{3}{16}\sqrt{35})^2}=\frac{9}{8}$.

解法二：连接 DD'，结合旋转的性质求得△ $BAB'\backsim$△ DAD'，利用 AA 定理求得△ $CEB'\backsim$△ $C'ED$，然后根据相似三角形的性质求解.

【解答】解：法一、如图，过点 A 作 $AM\perp BC$ 于点 M，过点 B 作 $BN\perp AB'$ 于点 N，过点 E 作 $EG\perp BC$，交 BC 的延长线于点 G.



由旋转可知，$AB=AB'=3$，$\angle ABB'=\angle AB'C'$，

$\therefore \angle ABB'=\angle AB'B=\angle AB'C'$，

$\because BB'=1$，$AM\perp BB'$，

$\therefore BM=B'M=\frac{1}{2}$，

$\therefore AM=\sqrt{AB^2-BM^2}=\frac{\sqrt{35}}{2}$，

$\because S_{\triangle ABB'}=\frac{1}{2}\cdot AM\cdot BB'=\frac{1}{2}\cdot BN\cdot AB'$，

$\therefore \frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{35}}{2}\times 1=\frac{1}{2}\cdot BN\times 3$，则 $BN=\frac{\sqrt{35}}{6}$，

$\therefore AN=\sqrt{AB^2-BN^2}=\sqrt{3^2-(\frac{\sqrt{35}}{6})^2}=\frac{17}{6}$，

$\because AB\parallel DC$，

$\therefore \angle ECG=\angle ABC$，

$\because \angle AMB=\angle EGC=90°$，

$\therefore \triangle AMB\backsim\triangle EGC$，

$\therefore \frac{AM}{BM}=\frac{EG}{CG}=\frac{\frac{\sqrt{35}}{2}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{35}$,

设 $CG=a$，则 $EG=\sqrt{35}a$,

$\because \angle ABB'+\angle AB'B+\angle BAB'=180°$,

$\angle AB'B+\angle AB'C'+\angle C'B'C=180°$,

又$\because \angle ABB'=\angle AB'B=\angle AB'C'$,

$\therefore \angle BAB'=\angle C'B'C$,

$\because \angle ANB=\angle EGC=90°$,

$\therefore \triangle ANB\backsim\triangle B'GE$,

$\therefore \frac{AN}{BN}=\frac{B'G}{EG}=\frac{\frac{17}{6}}{\frac{\sqrt{35}}{6}}=\frac{17}{\sqrt{35}}$,

$\because BC=4$，$BB'=1$,

$\therefore B'C=3$，$B'G=3+a$,

$\therefore \frac{3+a}{\sqrt{35}a}=\frac{17}{\sqrt{35}}$，解得 $a=\frac{3}{16}$.

$\therefore CG=\frac{3}{16}$，$EG=\frac{3}{16}\sqrt{35}$,

$\therefore EC=\sqrt{CG^2+EG^2}=\sqrt{(\frac{3}{16})^2+(\frac{3}{16}\sqrt{35})^2}=\frac{9}{8}$.

故答案为：$\frac{9}{8}$.

法二、如图，连接DD'，

由旋转可知，$\angle BAB'=\angle DAD'$，$AB'=AB=3$，$AD'=AD=4$，

$\therefore \triangle BAB'\backsim\triangle DAD'$，

$\therefore AB:BB'=AD:DD'=3:1$，$\angle AD'D=\angle AB'B=\angle B$，

$\therefore DD'=\frac{4}{3}$，

又$\because \angle AD'C'=\angle AB'C'=\angle B$，$\angle AD'D=\angle B=\angle AB'B$，

$\therefore \angle AD'C'=\angle AD'D$，即点$D'$，$D$，$C'$在同一条直线上，

$\therefore DC'=\frac{5}{3}$，

又$\angle C'=\angle ECB'$，$\angle DEC'=\angle B'EC$，

$\therefore \triangle CEB'\backsim\triangle C'ED$，

$\therefore B'E:DE=CE:C'E=B'C:DC'$，即$B'E:DE=CE:C'E=3:\frac{5}{3}$，

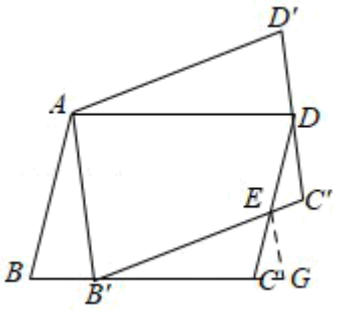
设$CE=x$，$B'E=y$，

$\therefore x:(4-y)=y:(3-x)=3:\frac{5}{3}$，

$\therefore x=\frac{9}{8}$.

故答案为：$\frac{9}{8}$.

法三、构造相似，如图，延长$B'C$到点G，使$B'G=B'E$，连接EG，



$\therefore \angle B'EG = \angle B'GE$,

由旋转可知，$AB = AB'$,

$\therefore \angle B = \angle AB'B = \angle AB'C'$,

$\therefore \angle BAB' = \angle EB'G$,

$\therefore \angle B = \angle G$,

又 $AB \parallel CD$,

$\therefore \angle ECG = \angle B = \angle G$,

$\therefore \triangle ABB' \backsim \triangle B'EG \backsim \triangle ECG$,

$\therefore \frac{AB}{BB'} = \frac{B'E}{EG} = \frac{EC}{CG} = \frac{3}{1}$,

设 $CG = m$,

$\therefore EC = 3m$,

$\therefore B'G = 3+m$,

$\therefore \frac{3+m}{3m} = 3$,

解得 $m=\frac{3}{8}$,

$\therefore 3m=\frac{9}{8}$.

故答案为: $\frac{9}{8}$.

解法四: 如图, 连接 DD',

由旋转可知, $\angle BAB'=\angle DAD'$, $AB'=AB=3$, $AD'=AD=4$,

$\therefore \triangle BAB'\backsim\triangle DAD'$,

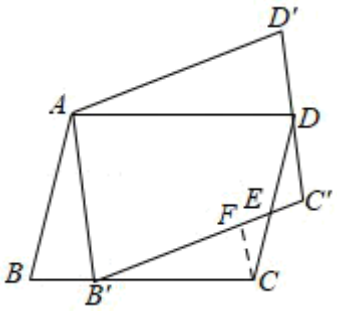
$\therefore AB$: $BB'=AD$: $DD'=3$: 1, $\angle AD'D=\angle AB'B=\angle B$,

$\therefore DD'=\frac{4}{3}$,

又$\because \angle AD'C'=\angle AB'C'=\angle B$, $\angle AD'D=\angle B=\angle AB'B$,

$\therefore \angle AD'C'=\angle AD'D$, 即点 D', D, C'在同一条直线上,

如图, 过点 C 作 $CF\parallel C'D'$, 交 $B'C'$于点 F,



$\because AB=AB'$,

$\therefore \angle B=\angle AB'B$,

$\because \angle AB'C' = \angle B$,

由三角形内角和可知，$\angle FB'C = \angle BAB'$,

$\because AB' \parallel FC$,

$\therefore \angle B'CF = \angle AB'B$,

由$\because AB = 3$，$BB' = 1$，$BC = 4$,

$\therefore AB = B'C$,

$\therefore \triangle ABB' \cong \triangle B'CF$,

$\therefore FC = B'B = 1$,

由旋转可知，$\triangle ABB' \backsim \triangle ADD'$,

$\therefore \frac{AB}{AD} = \frac{BB'}{DD'}$,

$\therefore DD' = \frac{4}{3}$

$\therefore C'D = \frac{5}{3}$,

又由 $CF \parallel C'D$,

$\therefore \triangle C'DE \backsim \triangle FCE$,

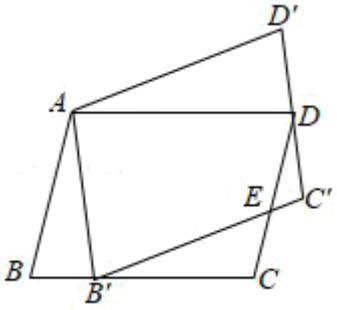
$\therefore \frac{C'D}{FC} = \frac{DE}{EC}$,

$\therefore \frac{C'D + FC}{FC} = \frac{DE + EC}{EC}$,

$\therefore \frac{\frac{5}{3}+1}{1}=\frac{CD}{EC}$,

$\therefore EC=\frac{9}{8}$.

故答案为：$\frac{9}{8}$.



【点评】本题主要考查平行四边形的性质，等腰三角形三线合一，相似三角形的性质与判定，解直角三角形的应用等，构造正确的辅助线是解题关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （7 分）解不等式 1+2（x – 1）≤3，并在数轴上表示解集.

【答案】x≤2．图示见解答部分.

【分析】去括号后移项、合并同类项可得不等式解集，根据小于向左，包括该数用实心点在数轴上表示解集即可.

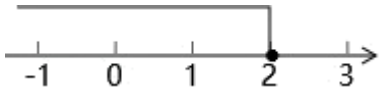
【解答】解：1+2（x – 1）≤3，

去括号，得 1+2x – 2≤3.

移项、合并同类项，得 $2x \leqslant 4$.

化系数为 1，得 $x \leqslant 2$.

表示在数轴上为：



.

【点评】本题主要考查解一元一次不等式的基本能力，定边界点时要注意，点是实心还是空心，若边界点含于解集为实心点，不含于解集即为空心点.

18. （7 分）解方程 $\frac{2}{x+1}+1=\frac{x}{x-1}$.

【答案】$x=3$.

【分析】分式方程去分母转化为整式方程，求出整式方程的解得到 x 的值，经检验即可得到分式方程的解.

【解答】解：方程两边同乘（$x+1$）（$x-1$），得

$2(x-1)+x^2-1=x(x+1)$，

解得 $x=3$.

经检验 $x=3$ 是原方程的根，

∴原方程的解 $x=3$.

【点评】本题考查了解分式方程，解分式方程的关键是两边同乘最简公分母，将分式方程

转化为整式方程，易错点是忽视检验.

19. （7分）计算$\left(\frac{a}{b^2+ab}-\frac{2}{a+b}+\frac{b}{a^2+ab}\right)\div\frac{a-b}{ab}$.

【答案】$\frac{a-b}{a+b}$.

【分析】根据分式的加减法和除法可以解答本题.

【解答】解：$\left(\frac{a}{b^2+ab}-\frac{2}{a+b}+\frac{b}{a^2+ab}\right)\div\frac{a-b}{ab}$

$=\left[\frac{a}{b(a+b)}-\frac{2}{a+b}+\frac{b}{a(a+b)}\right]\cdot\frac{ab}{a-b}$

$=\frac{a^2-2ab+b^2}{ab(a+b)}\cdot\frac{ab}{a-b}$

$=\frac{(a-b)^2}{ab(a+b)}\cdot\frac{ab}{a-b}$

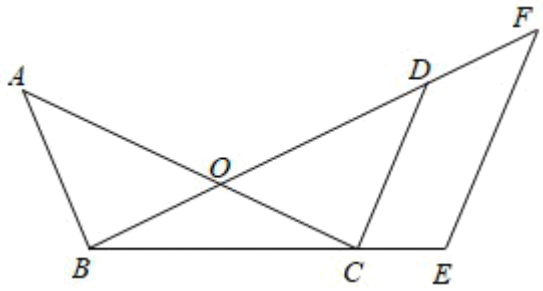
$=\frac{a-b}{a+b}$.

【点评】本题考查分式的混合运算，解答本题的关键是明确分式混合运算的计算方法.

20. （8分）如图，AC与BD交于点O，$OA=OD$，$\angle ABO=\angle DCO$，E为BC延长线上一点，过点E作$EF\parallel CD$，交BD的延长线于点F.

（1）求证$\triangle AOB\cong\triangle DOC$;

（2）若$AB=2$，$BC=3$，$CE=1$，求EF的长.



【答案】见试题解答内容

【分析】（1）由 AAS 证明△AOB≌△DOC 即可；

（2）由全等三角形的性质得 $AB=DC=2$，再证△BCD∽△BEF，得$\frac{DC}{EF}=\frac{BC}{BE}$，即可求解.

【解答】（1）证明：在△AOB 和△DOC 中，

$$\begin{cases}\angle ABO=\angle DCO\\ \angle AOB=\angle DOC,\\ OA=OD\end{cases}$$

∴△AOB≌△DOC（AAS）；

（2）解：由（1）得：△AOB≌△DOC,

∴$AB=DC=2$,

∵$BC=3$，$CE=1$,

∴$BE=BC+CE=4$,

∵$EF\parallel CD$,

∴△BCD∽△BEF,

∴$\frac{DC}{EF}=\frac{BC}{BE}$,

即$\frac{2}{EF}=\frac{3}{4}$，

解得：$EF=\frac{8}{3}$.

【点评】本题考查了全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质等知识；熟练掌握全等三角形的判定与性质、相似三角形的判定与性质是解题的关键.

21. （8 分）某市在实施居民用水定额管理前，对居民生活用水情况进行了调查．通过简单随机抽样，获得了 100 个家庭去年的月均用水量数据，将这组数据按从小到大的顺序排列，其中部分数据如表：

序号	1	2	…	25	26	…	50	51	…	75	76	…	99	100
月均用水量/t	1.3	1.3	…	4.5	4.5	…	6.4	6.8	…	11	13	…	25.6	28

（1）求这组数据的中位数．已知这组数据的平均数为 9.2t，你对它与中位数的差异有什么看法?

（2）为了鼓励节约用水，要确定一个用水量的标准，超出这个标准的部分按 1.5 倍价格收费．若要使 75%的家庭水费支出不受影响，你觉得这个标准应该定为多少?

【答案】（1）这组数据的中位数是 6.6，见解析；（2）这个标准应该定为 11t.

【分析】（1）利用所给数据，即可得这组数据的中位数，从平均数与中位数的差异可得大部分居民家庭去年的月均用水量小于平均数，有节约用水观念，少数家庭用水比较浪费；

（2）由于 100×75%＝75，所以为了鼓励节约用水，要使 75%的家庭水费支出不受影响，即要使 75 户的家庭水费支出不受影响，故家庭月均用水量应该定为 11t.

【解答】解：（1）共有 100 个数，按大小顺序排列后第 50，51 个数据分别是 6.4，6.8，所以中位数为：（6.4+6.8）÷2＝6.6；

已知这组数据的平均数为 9.2t，

∴从平均数与中位数的差异可得大部分居民家庭去年的月均用水量小于平均数，有节约用水观念，少数家庭用水比较浪费，

答：这组数据的中位数是 6.6；

（2）∵100×75%＝75，

第 75 个家庭去年的月均用水量为 11t，

所以为了鼓励节约用水，要使 75%的家庭水费支出不受影响，即要使 75 户的家庭水费支出不受影响，故家庭月均用水量应该定为 11t，

答：这个标准应该定为 11t.

【点评】本题考查中位数，读频频数分布表的能力及利用统计表获取信息的能力；利用统

计表获取信息时，必须认真观察、分析、研究统计表，才能作出正确的判断和解决问题.

22. （8 分）不透明的袋子中装有 2 个红球、1 个白球，这些球除颜色外无其他差别.

（1）从袋子中随机摸出 1 个球，放回并摇匀，再随机摸出 1 个球．求两次摸出的球都是红球的概率.

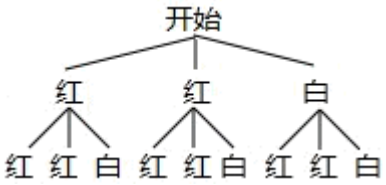
（2）从袋子中随机摸出 1 个球，如果是红球，不放回再随机摸出 1 个球；如果是白球，放回并摇匀，再随机摸出 1 个球．两次摸出的球都是白球的概率是 $\frac{1}{9}$.

【答案】见试题解答内容

【分析】（1）画树状图，共有 9 种等可能的结果，两次摸出的球都是红球的结果有 4 种，再由概率公式求解即可；

（2）由题意得：第一次摸出白球的概率为$\frac{1}{3}$，第二次摸出白球的概率也为$\frac{1}{3}$，求解即可.

【解答】解：（1）画树状图如图：



共有 9 种等可能的结果，两次摸出的球都是红球的结果有 4 种，

∴两次摸出的球都是红球的概率为$\frac{4}{9}$；

（2）由题意得：第一次摸出白球的概率为$\frac{1}{3}$，第二次摸出白球的概率也为$\frac{1}{3}$，

∴两次摸出的球都是白球的概率为$\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$,

故答案为：$\frac{1}{9}$.

解法二：

若第一次摸到红球，则两次摸出的球都是白球的概率为$P'=0$,

若第一次摸到白球，则两次摸出的球都是白球的概率为$P''=\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{9}$,

∴所求概率为$P=P'+P''=0+\frac{1}{9}=\frac{1}{9}$,

故答案为：$\frac{1}{9}$.

解法三：

第一次取到白球的概率为$\frac{1}{3}$,

即一个圆的$\frac{1}{3}$,

第二次再取到白球的概率是将上面的$\frac{1}{3}$（扇形）再分为3等份，取到的白球的概率是$\frac{1}{3}$的

$\frac{1}{3}$,

即$\frac{1}{9}$,

∴两次摸出的球都是白球的概率为$\frac{1}{9}$,

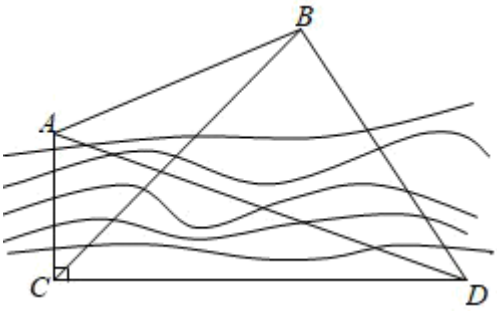
故答案为：$\frac{1}{9}$.

【点评】本题考查的是用列表法或画树状图法求概率．列表法或画树状图法可以不重复不

遗漏的列出所有可能的结果，列表法适合于两步完成的事件，树状图法适合两步或两步以上完成的事件，注意概率＝所求情况数与总情况数之比，本题第二问不是等可能情况，不能用树状图或列表法解答，所以答案不是$\frac{1}{7}$，只能用概率的乘法公式进行计算，两个相互独立的事件同时发生的概率是两个事件各自发生的概率的乘积，故本题正确答案是$\frac{1}{9}$.

23．（8 分）如图，为了测量河对岸两点 A，B 之间的距离，在河岸这边取点 C，D．测得 $CD=80m$，$\angle ACD=90°$，$\angle BCD=45°$，$\angle ADC=19°17'$，$\angle BDC=56°19'$．设 A，B，C，D 在同一平面内，求 A，B 两点之间的距离．

（参考数据：$\tan 19°17'\approx 0.35$，$\tan 56°19'\approx 1.50$．）

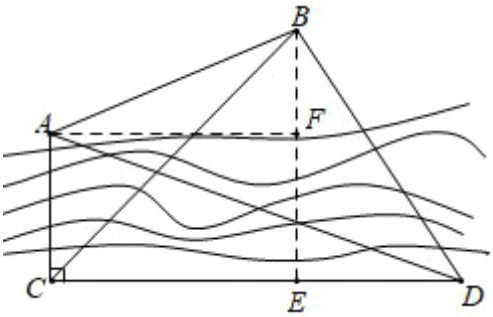


【答案】$52m$.

【分析】过 B 作 $BE\perp CD$ 于 E，过 A 作 $AF\perp BE$ 于 F，由已知△BCE 是等腰直角三角形，设 $CE=x$，则 $BE=x$，$DE=(80-x)m$，在 Rt△BDE 中，可得$\frac{x}{80-x}=1.5$，解得 $BE=CE=48m$，在 Rt△ACD 中，解得 $AC=28m$，根据四边形 $ACEF$ 是矩形，可得 $AF=CE=$

48m，EF＝AC＝28m，BF＝20m，即可在Rt△ABF中，求出AB=$\sqrt{48^2+20^2}$=52（m）

【解答】解：过B作BE⊥CD于E，过A作AF⊥BE于F，如图：



∵∠BCD＝45°，

∴△BCE是等腰直角三角形，

设CE＝x，则BE＝x，

∵CD＝80m，

∴DE＝（80－x）m，

Rt△BDE中，∠BDC＝56°19′，

∴tan56°19′=$\frac{BE}{DE}$，即$\frac{x}{80-x}$=1.5，

解得x＝48（m），

∴BE＝CE＝48m，

Rt△ACD中，∠ADC＝19°17′，CD＝80m，

∴tan19°17′=$\frac{AC}{CD}$，即$\frac{AC}{80}$=0.35，

解得 $AC=28m$,

$\because \angle ACD=90°$，$BE\perp CD$ 于 E，$AF\perp BE$,

$\therefore$四边形 $ACEF$ 是矩形,

$\therefore AF=CE=48m$，$EF=AC=28m$,

$\therefore BF=BE-EF=20m$,

Rt$\triangle ABF$ 中，$AB=\sqrt{AF^2+BF^2}=\sqrt{48^2+20^2}=52$（$m$），

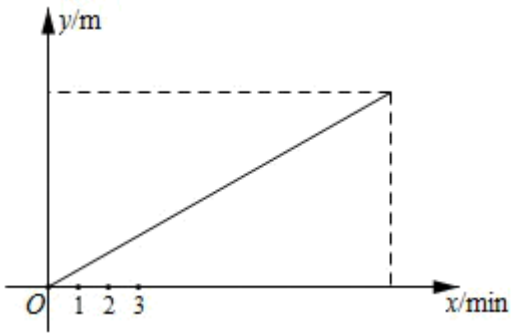
答：A，B 两点之间的距离是 $52m$.

【点评】本题考查解直角三角形的应用，涉及勾股定理、矩形判定及性质等知识，解题的关键是适当添加辅助线，构造直角三角形.

24. （8 分）甲、乙两人沿同一直道从 A 地去 B 地．甲比乙早 $1min$ 出发，乙的速度是甲的 2 倍．在整个行程中，甲离 A 地的距离 y_1（单位：m）与时间 x（单位：min）之间的函数关系如图所示.

（1）在图中画出乙离 A 地的距离 y_2（单位：m）与时间 x 之间的函数图象；

（2）若甲比乙晚 $5min$ 到达 B 地，求甲整个行程所用的时间.

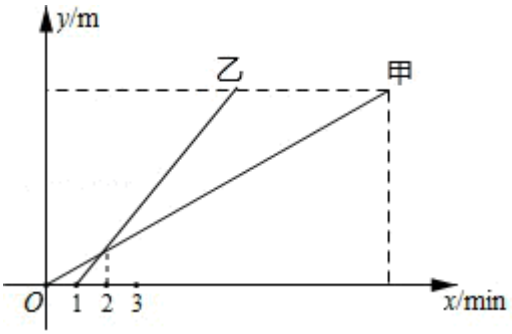


【答案】（1）见解析；（2）甲整个行程所用的时间为 12*min*.

【分析】（1）由乙的速度是甲的 2 倍可得乙 1*min* 的路程＝甲 2*min* 的路程，即可画出乙离 *A* 地的距离 y_2（单位：*m*）与时间 *x* 之间的函数图象；

（2）设甲的速度是 *v* *m*/*min*，乙整个行程所用的时间为 *t* *min*，由行程相等列出方程即可求解.

【解答】解：（1）如图：



（2）设甲的速度是 *v* *m*/*min*，乙整个行程所用的时间为 *t* *min*，

由题意得：2*v* · *t*＝（*t*+1+5）*v*，

解得：*t*＝6，

6+1+5＝12（*min*），

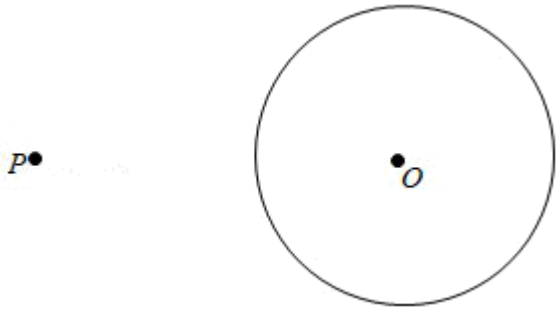
答：甲整个行程所用的时间为 12*min*.

【点评】本题考查了一次函数的应用，能根据题意结合图象理解实际问题是解题的关键.

25. （8 分）如图，已知 *P* 是⊙*O* 外一点．用两种不同的方法过点 *P* 作⊙*O* 的一条切线.

要求：（1）用直尺和圆规作图；

（2）保留作图的痕迹，写出必要的文字说明.



【答案】作图见解析部分.

【分析】方法一：直接以 *OP* 为直径作圆，利用直径所对的圆周角是直角，可得∠*ADC*＝90°，可证直线 *PD* 是切线.

方法二：利用三角形中位线定理解决问题即可.

【解答】解：方法一：如图 1 中，连接 *OP*，以 *OP* 为直径作圆交⊙*O* 于 *D*，作直线 *PD*，直线 *PD* 即为所求.

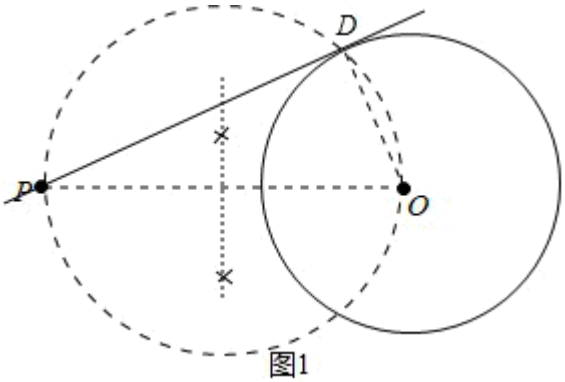


图1

方法二：作 P 点关于点 O 的对称点 P'，以 PO 为半径作圆 O，连接 PP'，设原来的圆 O 半径为 r，以 AB（即 $2r$）的长度为半径，P'为圆心画圆，交弧 PP'于点 Q，连接 PQ，交于原来的圆 O 于点 D，点 D 即为切点（中位线能证明 OD 是半径且垂直 PQ）．

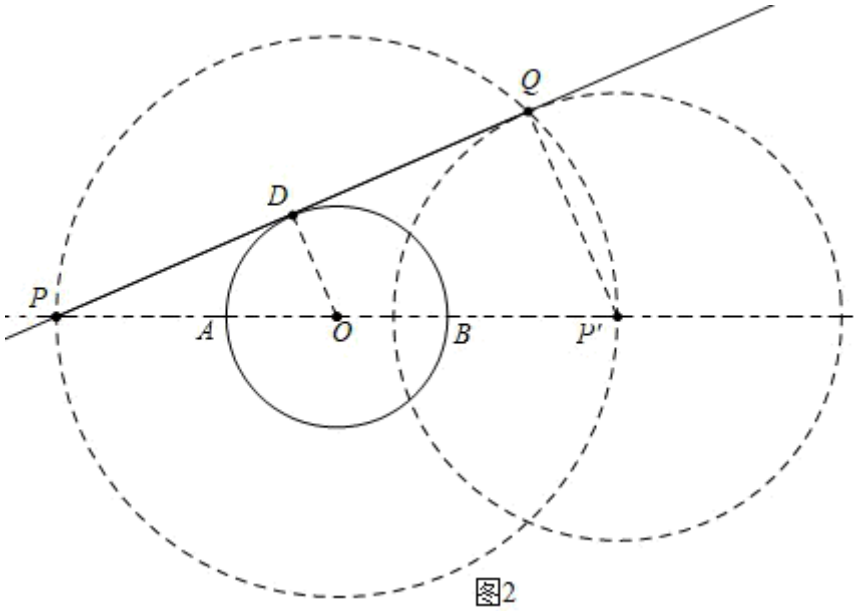


图2

方法三：可以用构造直角三角形．以 OP 为斜边，半径为直角边构造出一个直角三角形，再构造全等三角形解决问题．

【点评】本题考查专题 – 复杂作图，切线的判定，线段的垂直平分线的性质，三角形的外

接圆等知识，解题的关键是学会利用圆周角定理构造直角，属于中考常考题型.

26. （10 分）已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图象经过（－2，1），（2，－3）两点.

（1）求 b 的值；

（2）当 $c>-1$ 时，该函数的图象的顶点的纵坐标的最小值是 __1__.

（3）设（m，0）是该函数的图象与 x 轴的一个公共点．当 $-1<m<3$ 时，结合函数的图象，直接写出 a 的取值范围.

【答案】（1）$b=-1$；

（2）1；

（3）$a<0$ 或 $a>\frac{4}{5}$.

【分析】（1）把已知点代入解析式，两式联立即可求出 b 的值；

（2）把 a 用 c 表示，然后写出顶点的纵坐标，根据 c 的取值即可求出最小值；

（3）把 m 代入 $ax^2+bx+c=0$ 中，写出判别式的值，根据图象经过（－2，1），（2，－3）两点，分 $-1<m<2$ 和 $2<m<3$ 两种情况讨论即可.

【解答】解：（1）把（－2，1），（2，－3）代入 $y=ax^2+bx+c$ 中，

得：$\begin{cases}1=4a-2b+c & ① \\ -3=4a+2b+c & ②\end{cases}$，

两式相减得 $-4=4b$，

∴$b=-1$;

（2）把$b=-1$代入①得：$1=4a+2+c$,

∴$a=\frac{-1-c}{4}$,

∴顶点的纵坐标$\frac{4ac-b^2}{4a}=c+\frac{1}{c+1}=c+1+\frac{1}{c+1}-1$,

∵$c>-1$,

∴$c+1>0$,

下面证明对于任意的正数，a，b，都有$a+b\geq 2\sqrt{ab}$,

∵$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2=a+b-2\sqrt{ab}\geq 0$,

∴$a+b\geq 2\sqrt{ab}$，当$a=b$时取等号,

∴$c+1+\frac{1}{c+1}-1\geq 2\sqrt{(c+1)\cdot\frac{1}{c+1}}-1=1$,

∴该函数的图象的顶点的纵坐标的最小值是 1.

（3）由题意得：$am^2-m+c=0$,

且$c=-1-4a$,

∴$am^2-m-1-4a=0$,

$\Delta=1-4a(-1-4a)=1+4a+16a^2$,

若$-1<m<2$,

则经过（－2，1），（2，－3），（m，0）的二次函数的图象开口向下，

$\therefore a<0$，且$\frac{1+\sqrt{\Delta}}{2a}<2$，

解得$a<0$，

$\therefore a<0$，

若$2<m<3$，

则经过（－2，1），（2，－3），（m，0）的二次函数的图象开口向上，

$\therefore a>0$，且$\frac{1+\sqrt{\Delta}}{2a}<3$，

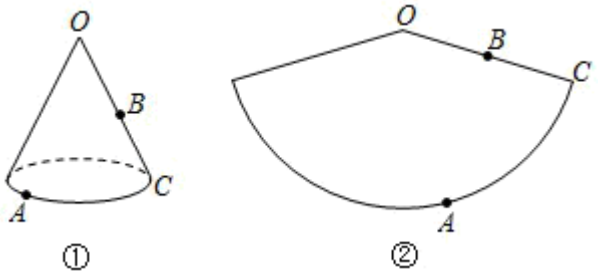
解得$a>\frac{4}{5}$，

综上　$a<0$或$a>\frac{4}{5}$.

【点评】本题主要考查二次函数的图象与性质，关键在于理解二次项系数 a 对函数图象的影响，包括开口方向和开口大小，都要熟记于心，不然第三问很难做出来.

27.（9 分）在几何体表面上，蚂蚁怎样爬行路径最短?

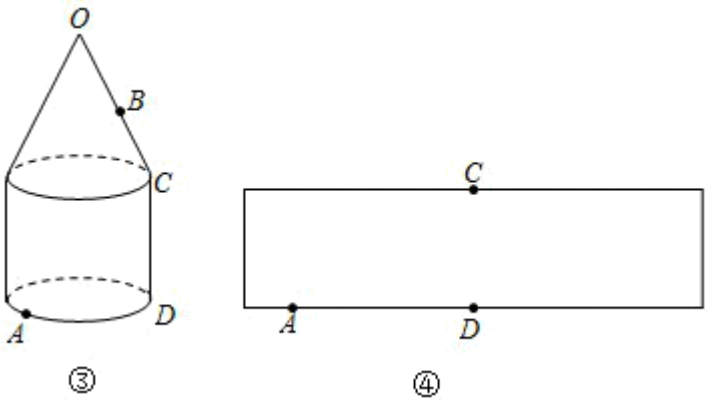
（1）如图①，圆锥的母线长为 $12cm$，B 为母线 OC 的中点，点 A 在底面圆周上，$\overset{\frown}{AC}$的长为 4π cm．在图②所示的圆锥的侧面展开图中画出蚂蚁从点 A 爬行到点 B 的最短路径，并标出它的长（结果保留根号）.



（2）图③中的几何体由底面半径相同的圆锥和圆柱组成．O 是圆锥的顶点，点 A 在圆柱的底面圆周上，设圆锥的母线长为 l，圆柱的高为 h.

①蚂蚁从点 A 爬行到点 O 的最短路径的长为 $\underline{\quad l+h \quad}$（用含 l，h 的代数式表示）．

②设 $\overset{\frown}{AD}$ 的长为 a，点 B 在母线 OC 上，$OB=b$．圆柱的侧面展开图如图④所示，在图中画出蚂蚁从点 A 爬行到点 B 的最短路径的示意图，并写出求最短路径的长的思路．



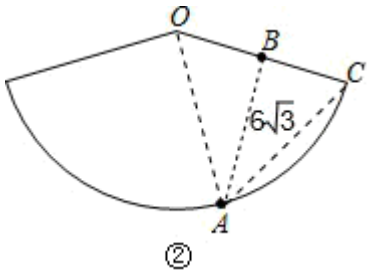
【答案】（1）$6\sqrt{3}cm$；（2）①$h+l$；②示意图见解答，思路见解答．

【分析】（1）先判断出△OAC 为等边三角形，进而得出 AB 上等边三角形的高，即可得出结论；

（2）①蚂蚁从点 A 爬行到点 O 的最短路径的长为母线的长加圆柱的高，即可得出结论；

②根据题意画出示意图，设 $CG=x$，则$\overset{\frown}{CG}$的长为 x，进而求出$\angle COG$，用勾股定理建立 AB 为关于 x 的函数，求解即可得出结论.

【解答】解：（1）如图②中连接 AO，AC，AB．设$\angle AOC=n$.



②

$\because \overset{\frown}{AC}$的长$=4\pi$,

$\therefore \frac{n\pi \cdot 12}{180°}=4\pi$,

$\therefore n=60°$,

$\therefore \angle COA=60°$,

$\because OA=OC$,

$\therefore \triangle AOC$ 是等边三角形,

$\because OB=BC=6cm$,

$\therefore AB \perp OC$,

$\therefore AB=\sqrt{OA^2-OB^2}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$（$cm$）.

最短的路径是线段 AB，最短路径的长为 $6\sqrt{3}cm$.

（2）①蚂蚁从点 A 爬行到点 O 的最短路径的长为母线的长加圆柱的高，即为 $h+l$.

故答案为：$h+l$.

②蚂蚁从点 A 爬行到点 B 的最短路径的示意图如图④，最短路径为 AB,

思路:

Ⅰ、记 AB 与圆柱的展开图的上边的交点记作点 G，连接 OG，并过 G 点作 $GF\perp AD$，垂足为 F,

Ⅱ、由题可知，$GF=h$，$OB=b$，由 $\overset{\frown}{AD}$ 的长为 a，得展开后的线段 $AD=a$,

Ⅲ、设线段 GC 的长为 x，则的弧长 GC' 也为 x,

Ⅳ、由母线长为 l，可求出 $\angle C'OG$，作 $BE\perp OG$，垂足为 E,

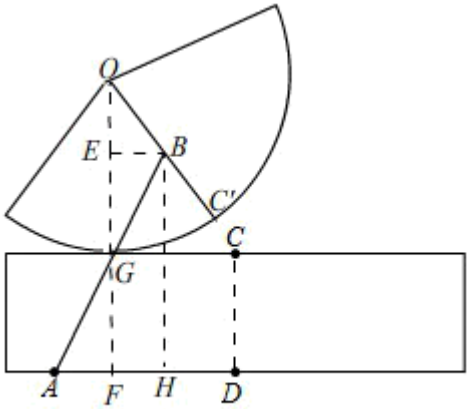
Ⅴ、因为 $OB=b$，可由三角函数求出 OE 和 BE，从而得到 GE,

Ⅵ、利用勾股定理表示出 BG，接着由 $FD=CG=x$，得到 $AF=a-x$，利用勾股定理可以求出 AG,

Ⅶ、将 $AF+BE$ 即得到 AH，将 $EG+GF$ 即得到 HB，因为两点之间线段最短，得出 A、G、B 三点共线,

Ⅷ、利用勾股定理可以得到关于 x 的方程，即可解出 x,

Ⅸ、将 x 的值回代到 BG 和 AG 中，求出它们的和即可得到最短路径的长.



④

【点评】此题是圆的综合题，主要考查了弧长公式，勾股定理，圆柱和圆锥的侧面展开图，等边三角形的判定和性质，作出辅助线构造出直角三角形是解本题的关键.