参考答案

2022 年南京市中考数学试卷

题号	1	2	3	4	5	6
答案	A	B	C	A	D	B

一、选择题。（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分，在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. （2 分）－3 的相反数是（　　）

A．3　　B．－3　　C．$\frac{1}{3}$　　D．$-\frac{1}{3}$

【答案】*A*

【分析】根据相反数的定义即可求解.

【解答】解：－3 的相反数是 3,

故选：*A*.

【点评】本题主要考查相反数的定义，掌握“只有符号不同的两个数叫做互为相反数”是关键.

2. （2 分）化简（a^2）^{3}的结果为（　　）

A．a^5　　B．a^6　　C．a^8　　D．a^9

【答案】B

【分析】利用幂的乘方法则：底数不变，指数相乘．（a^m）^{n}＝a^{mn}（m，n是正整数），求出即可．

【解答】解：（a^2）^{3}＝a^6．

故选：B．

【点评】此题主要考查了幂的乘方运算，正确掌握运算法则是解题关键．

3．（2分）估计12的算术平方根介于（　　）

A．1和2之间　　B．2和3之间　　C．3和4之间　　D．4和5之间

【答案】C

【分析】运用算术平方根的知识进行估算．

【解答】解：$\because \sqrt{9}<\sqrt{12}<\sqrt{16}$,

$\therefore 3<\sqrt{12}<4$,

故选：C．

【点评】此题考查了对无理数大小的估算能力，关键是能准确理解并运用该方法．

4．（2分）反比例函数$y=\frac{k^2}{x}$（k为常数，$k\neq 0$）的图象位于（　　）

A．第一、三象限　　B．第二、四象限

C．第一、二象限　　D．第三、四象限

【答案】A

【分析】首先判断比例系数的符号，然后根据其性质确定其图象所处的位置即可．

【解答】解：∵k为常数，$k\neq0$,

∴$k^2>0$,

∴反比例函数$y=\frac{k^2}{x}$（k为常数，$k\neq0$）的图象位于第一、三象限,

故选：A.

【点评】本题主要考查了反比例函数$y=\frac{k}{x}$（$k\neq0$）的图象：

① $k>0$时，函数图象在第一，三象限．在每个象限内y随x的增大而减小；

② $k<0$时，函数图象在第二，四象限．在每个象限内y随x的增大而增大

5．（2分）已知实数a，b，$a>b$，下列结论中一定正确的是（　　）

A．$|a|>|b|$　　B．$\frac{1}{a}>\frac{1}{b}$　　C．$a^2>b^2$　　D．$a^3>b^3$

【答案】D

【分析】根据绝对值的定义、乘方的定义、实数大小关系解决此题．

【解答】解：A．由$a>b$，如$1>-2$，但$|1|<|-2|$，那么$|a|>|b|$不正确，故A不符合题意．

B．由$a>b$，如$2>1$，但$\frac{1}{2}<\frac{1}{1}$，那么$\frac{1}{a}<\frac{1}{b}$不正确，故B不符合题意．

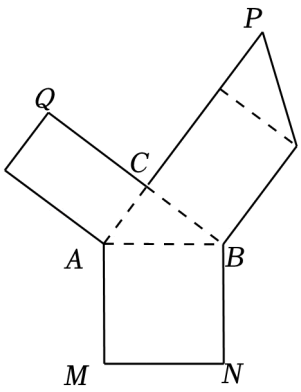
C．由 $a>b$，如 $1>-2$，但 $1^2<(-2)^2$，那么 $a^2>b^2$ 不正确，故 C 不符合题意．

D．由 $a>b$，则 $a^3>b^3$，那么 C 正确，故 D 符合题意．

故选：D．

【点评】本题主要考查绝对值、乘方、实数大小比较，熟练掌握绝对值的定义、乘方的定义、实数大小关系是解决本题的关键．

6．（2 分）直三棱柱的表面展开图如图所示，$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，四边形 $AMNB$ 是正方形，将其折叠成直三棱柱后，下列各点中，与点 C 距离最大的是（　　）



A．点 M　　B．点 N　　C．点 P　　D．点 Q

【答案】B

【分析】根据直三棱柱的特征结合勾股定理求出各线段的距离，再比较大小即可求解．

【解答】解：∵$AC=3$，$BC=4$，$AB=5$，四边形 $AMNB$ 是正方形，立方体是直三棱柱，

∴$CQ=5$，

∴折叠成直三棱柱后 $CM=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$,

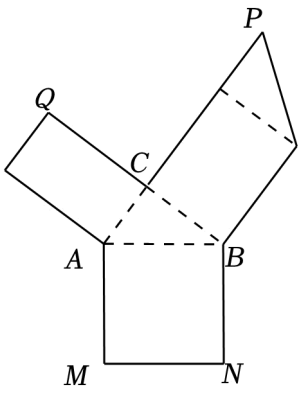
折叠成直三棱柱后 $CP=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$,

折叠成直三棱柱后 $CN=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$,

∵$\sqrt{41}>\sqrt{34}>5$,

∴与点 C 距离最大的是点 N.

故选：B.



【点评】本题考查了勾股定理，勾股定理的逆定理，展开图折叠成几何体，关键是求出各线段的距离.

二、填空题。（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分，请把答案填写在答题卡相应位置上）

7. （2 分）地球与月球的平均距离约为 384000km，用科学记数法表示 384000 是 3.84×10^5 .

【答案】3.84×10^5.

【分析】科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数．确定 n 的值时，要看把原数变成 a 时，小数点移动了多少位，n 的绝对值与小数点移动的位数相同．当原数绝对值≥10 时，n 是正整数；当原数的绝对值＜1 时，n 是负整数．

【解答】解：$384000=3.84\times10^5$.

故答案为：3.84×10^5.

【点评】此题考查科学记数法的表示方法．科学记数法的表示形式为 $a\times10^n$ 的形式，其中 $1\leqslant|a|<10$，n 为整数，正确确定 a 的值以及 n 的值是解决问题的关键．

8. （2 分）若$\frac{2}{x-3}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 $x\neq3$.

【答案】见试题解答内容

【分析】直接利用分式有意义则分母不等于零即可得出答案．

【解答】解：$\frac{2}{x-3}$在实数范围内有意义，

故 $x-3\neq0$,

解得：$x\neq3$.

故答案为：$x\neq3$.

【点评】此题主要考查了分式有意义的条件，正确掌握相关定义是解题关键．

9. （2 分）计算$\sqrt{18}-\sqrt{8}$的结果是__$\sqrt{2}$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】先把各根式化为最简二次根式，再合并同类项即可.

【解答】解：原式＝$3\sqrt{2}-2\sqrt{2}$

$=\sqrt{2}$.

故答案为：$\sqrt{2}$.

【点评】本题考查的是二次根式的加减法，在解答此类题目时要先把各二次根式化为最简二次根式，再进行计算.

10. （2 分）方程 $x^2-4x+3=0$ 的解是__$x_1=1$，$x_2=3$__.

【答案】见试题解答内容

【分析】把原方程的左边进行因式分解，求出方程的解.

【解答】解：$x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0$,

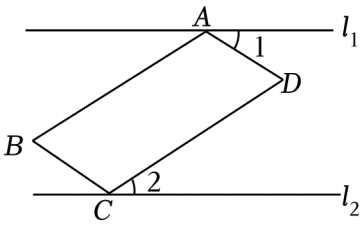
$x_1=1$，$x_2=3$,

故答案为：$x_1=1$，$x_2=3$.

【点评】本题考查的是高次方程的解法，掌握因式分解法解一元二次方程的一般步骤是解

题的关键.

11. （2 分）如图，▱$ABCD$ 的顶点 A，C 分别在直线 l_1，l_2 上，$l_1 \parallel l_2$，若$\angle 1=33°$，$\angle B=65°$，则$\angle 2=$ 32 °.



【答案】32.

【分析】过 D 作 $DE \parallel$ 直线 l_1，根据平行线的性质得到$\angle ADE=\angle 1=33°$，根据平行四边形的性质得到$\angle ADC=\angle B=65°$，根据平行线的判定和性质定理即可得到结论.

【解答】解：过 D 作 $DE \parallel$ 直线 l_1，

$\therefore \angle ADE=\angle 1=33°$，

$\because$四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

$\therefore \angle ADC=\angle B=65°$，

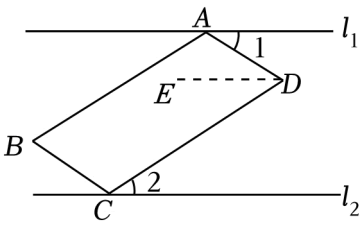
$\therefore \angle CDE=\angle ADC-\angle ADE=65°-33°=62°$，

$\because l_1 \parallel l_2$，

$\therefore DE \parallel l_2$，

$\therefore \angle 2=\angle CDE=32°$，

故答案为：32.



【点评】本题考查了平行四边形的性质，平行线的性质，正确找出辅助线是解题的关键.

12. （2 分）若 $2^4+2^4=2^a$，$3^5+3^5+3^5=3^b$，则 $a+b=$ 11 .

【答案】11.

【分析】根据乘方的定义（求几个相同因数或因式的积的一种运算）解决此题.

【解答】解：∵$2^4+2^4=2^a$，$3^5+3^5+3^5=3^b$，

∴$2^a=2\times2^4=2^5$，$3^b=3\times3^5=3^6$.

∴$a=5$，$b=6$.

∴$a+b=5+6=11$.

故答案为：11.

【点评】本题主要考查乘方，熟练掌握乘方的定义是解决本题的关键.

13. （2 分）已知二次函数 $y=ax^2-2ax+c$（a，c 为常数，$a\neq0$）的最大值为 2，写出一组符合条件的 a 和 c 的值： $a=-2$，$c=0$（答案不唯一） .

【答案】$a=-2$，$c=0$（答案不唯一）.

【分析】根据最值公式得到$\frac{4ac-(-2a)^2}{4a}$=2，即可得到$c-a=2$，据此写出一组符合条件的a和c的值即可.

【解答】解：∵二次函数$y=ax^2-2ax+c$（a，c为常数，$a\neq0$）的最大值为2，

∴$\frac{4ac-(-2a)^2}{4a}$=2，$a<0$，

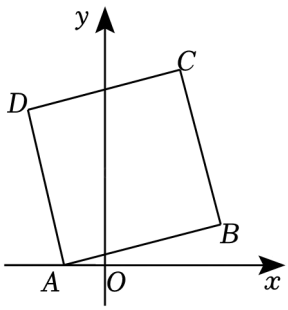
∴$c-a=2$，

故$a=-2$时，$c=0$，

故答案为：$a=-2$，$c=0$（答案不唯一）.

【点评】本题考查了二次函数的最值，熟知二次函数的最值公式是解题的关键.

14. （2分）在平面直角坐标系中，正方形$ABCD$如图所示，点A的坐标是（-1，0），点D的坐标是（-2，4），则点C的坐标是 ＿＿（2，5）＿＿.



【答案】（2，5）.

【分析】由“AAS”可证△CDE≌△DAF，可得$CE=DF=4$，$DE=AF=1$，即可求解.

【解答】解：如图，作$CE\perp y$轴，$DF\perp x$轴于点F，CE与FD交于点E，

∵点A的坐标是（－1，0），点D的坐标是（－2，4），

∴OF＝2，AF＝2－1＝1，DF＝4，

∵四边形$ABCD$是正方形，

∴CD＝AD，∠ADC＝90°，

∵∠DEC＝∠AFD＝90°，

∴∠ADF+∠DAF＝90°＝∠ADF+∠CDE，

∴∠CDE＝∠DAF，

在△CDE和△DAF中，

$$\begin{cases} \angle E=\angle AFD \\ \angle CDE=\angle DAF, \\ CD=AD \end{cases}$$

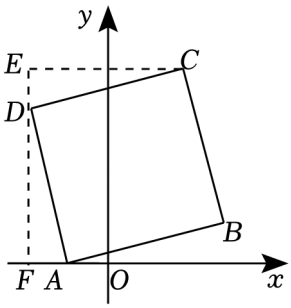
∴△CDE≌△DAF（AAS），

∴CE＝DF＝4，DE＝AF＝1，

∴EF＝1+4＝5，

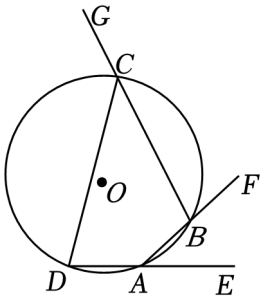
∴点C（2，5）．

故答案为：（2，5）．



【点评】本题考查了正方形的性质，全等三角形的判定和性质，添加恰当辅助线构造全等三角形是解题的关键.

15. （2 分）如图，四边形 $ABCD$ 内接于⊙O，它的 3 个外角∠EAB，∠FBC，∠GCD 的度数之比为 1：2：4，则∠D＝__72__°.



【答案】72.

【分析】根据圆内接四边形的对角互补以及外角的性质可求出∠CDH，再根据平角的定义求出答案.

【解答】解：如图，延长 ED 到 H,

∵四边形 $ABCD$ 内接于⊙O,

∴∠ABC+∠ADC＝∠BAD+∠BCD＝180°,

又∵∠*EAB*，∠*FBC*，∠*GCD* 的度数之比为 1：2：4，

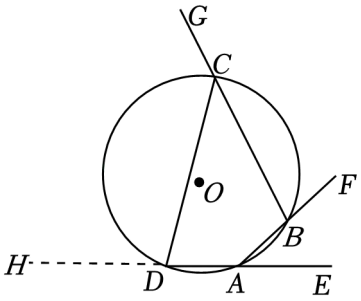
∴∠*EAB*，∠*FBC*，∠*GCD*，∠*CDH* 的度数之比为 1：2：4：3，

∵∠*EAB*+∠*FBC*+∠*GCD*+∠*CDH*＝360°，

∴$\angle CDH=360°\times\frac{3}{1+2+4+3}=108°$，

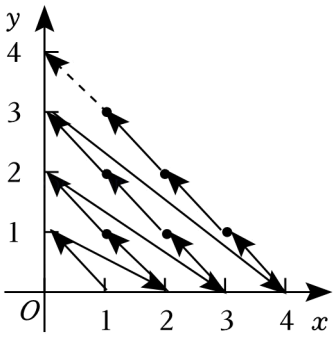
∴∠*ADC*＝180°－108°＝72°，

故答案为：72.



【点评】本题考查圆内接四边形，掌握圆内接四边形的对角互补，外角和是 360°是正确解答的前提.

16. （2 分）如图，在平面直角坐标系中，横、纵坐标均为整数的点按如下规律依序排列：（0，0），（1，0），（0，1），（2，0），（1，1），（0，2），（3，0），（2，1），（1，2），（0，3），（4，0），（3，1），（2，2），（1，3），…，按这个规律，则（6，7）是第 <u>　99　</u>个点.



【答案】99.

【分析】先根据点的坐标，找出规律，再计算求解.

【解答】解：横纵坐标和是 0 的有 1 个点，

横纵坐标和是 1 的有 2 个点，

横纵坐标和是 2 的有 3 个点，

横纵坐标和是 3 的有 4 个点，

……，

横纵坐标和是 n 的有（n+1）个点，

∴6+7＝13，

∵1+2+……+12+13=$\frac{1}{2}$×13×（13+1）＝91，

∴横纵坐标和是 13 的有 14 点，分别为：（13，0）、（12，1）、（11，2）、（10，3）、（9，4）、（8，5）、（7，6）、（6，7）、（5，8）、（4，9）、（3，10）、（2，11）、（1，12）、（0，13）、

∴（6，7）是第 91+8＝99 个点，

故答案为：99.

【点评】本题考查了点的坐标，找到坐标的排列规律是解题的关键.

三、解答题。（本大题共 11 小题，共 88 分。请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （7 分）先化简，再求值：$\frac{a+b}{ab}\div(\frac{a}{b}-\frac{b}{a})$，其中 $a=3$，$b=2$.

【答案】$\frac{1}{a-b}$，1.

【分析】先通分括号内的式子，再算括号外的除法，然后将 a、b 的值代入化简后的式子计算即可.

【解答】解：$\frac{a+b}{ab}\div(\frac{a}{b}-\frac{b}{a})$

$=\frac{a+b}{ab}\div\frac{a^2-b^2}{ab}$

$=\frac{a+b}{ab}\cdot\frac{ab}{(a+b)(a-b)}$

$=\frac{1}{a-b}$，

当 $a=3$，$b=2$ 时，原式$=\frac{1}{3-2}=1$.

【点评】本题考查分式的化简求值，熟练掌握运算法则和运算顺序是解答本题的关键.

18. （7 分）解不等式组：$\begin{cases}3(x-2)\leq x-4\\ \dfrac{1+2x}{3}>x-1\end{cases}$.

【答案】$x\leqslant 1$.

【分析】先求出每个不等式的解集，再根据不等式的解集求出不等式组的解集即可.

【解答】解：$\begin{cases}3(x-2)\leq x-4①\\ \dfrac{1+2x}{3}>x-1②\end{cases}$，

解不等式①得：$x\leqslant 1$，

解不等式②得：$x<4$，

故不等式组的解集为 $x\leqslant 1$.

【点评】本题主要考查解一元一次不等式组，正确求出每一个不等式解集是基础，熟知“同大取大；同小取小；大小小大中间找；大大小小找不到”的原则是解答此题的关键.

19. （8 分）某文印店用 2660 元购进一批白色复印纸和彩色复印纸，白色复印纸每箱 80 元，彩色复印纸每箱 180 元，购买白色复印纸的箱数比彩色复印纸的箱数的 5 倍少 3 箱．求购买的白色复印纸的箱数和彩色复印纸的箱数.

【答案】购买的白色复印纸的箱数为 22 箱，彩色复印纸的箱数为 5 箱.

【分析】设购买的白色复印纸的箱数为 x 箱，彩色复印纸的箱数为 y 箱，由题意：用 2660

元购进一批白色复印纸和彩色复印纸，购买白色复印纸的箱数比彩色复印纸的箱数的 5 倍少 3 箱，列出二元一次方程组，解方程组即可.

【解答】解：设购买的白色复印纸的箱数为 x 箱，彩色复印纸的箱数为 y 箱，

由题意得：$\begin{cases}80x+180y=2660\\ x=5y-3\end{cases}$，

解得：$\begin{cases}x=22\\ y=5\end{cases}$，

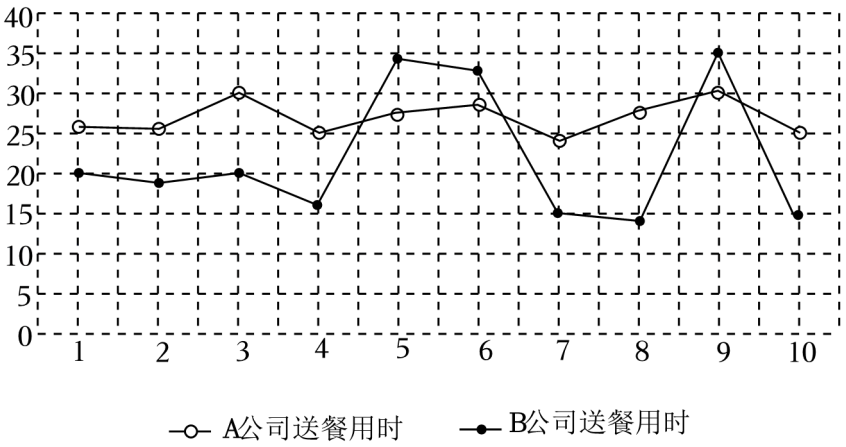
答：购买的白色复印纸的箱数为 22 箱，彩色复印纸的箱数为 5 箱.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

20. （8 分）某企业订餐，有 A，B 两家公司可选择．该企业先连续 10 个工作日选择 A 公司，接着连续 10 个工作日选择 B 公司，记录送餐用时（单位：min）如下表：

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A 公司送餐用时	26	26	30	25	27	29	24	28	30	25
B 公司送餐用时	20	18	21	16	34	32	15	14	35	15

根据上表数据绘制的折线统计图如图所示.



（1）根据上述信息，请你帮该企业选择合适的公司订餐，并简述理由；

（2）如果某工作日该企业希望送餐用时不超过 20*min*，应选择哪家公司？请简述理由.

【答案】（1）选择 *A* 公司订餐，理由见解答；

（2）选择 *B* 公司订餐，理由见解答.

【分析】（1）根据方差的定义判断即可；

（2）根据平均数的意义解答即可.

【解答】解：（1）选择 *A* 公司订餐，理由如下：

A 公司送餐用时在 25 分钟和 30 分钟内波动，波动较小；*B* 公司送餐用时在 15 分钟和 35 分钟内波动，波动较大；

（2）选择 *B* 公司订餐，理由如下：

A 公司 10 个工作日送餐用时都超过 20 分钟，故送餐用时超过 20 分钟；

B 公司 10 个工作日送餐用时平均数为$\frac{1}{10}$×（20+18+21+16+34+32+15+14+35+15）＝22

（*min*），接近 20 分钟.

【点评】此题主要考查了方差和平均数的应用，要熟练掌握，解答此题的关键是要明确：方差反映了一组数据的波动大小，方差越大，波动性越大，反之也成立.

21. （8 分）甲城市有 2 个景点 *A*，*B*，乙城市有 3 个景点 *C*，*D*，*E*．从中随机选取景点游览，求下列事件的概率.

（1）选取 1 个景点，恰好在甲城市；

（2）选取 2 个景点，恰好在同一个城市.

【答案】（1）$\frac{2}{5}$；（2）$\frac{2}{5}$.

【分析】（1）直接根据概率公式求解即可；

（2）列表得出所有等可能结果，从中找到符合条件的结果数，再根据概率公式求解即可.

【解答】解：（1）选取 1 个景点，恰好在甲城市的概率为$\frac{2}{5}$；

（2）列表如下：

	A	*B*	*C*	*D*	*E*
A		（*B*，*A*）	（*C*，*A*）	（*D*，*A*）	（*E*，*A*）
B	（*A*，*B*）		（*C*，*B*）	（*D*，*B*）	（*E*，*B*）
C	（*A*，*C*）	（*B*，*C*）		（*D*，*C*）	（*E*，*C*）
D	（*A*，*D*）	（*B*，*D*）	（*C*，*D*）		（*E*，*D*）

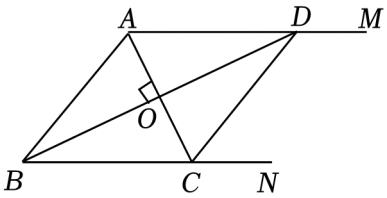
E	$(A,\ E)$	$(B,\ E)$	$(C,\ E)$	$(D,\ E)$	

由表知共有 20 种等可能结果，其中选取 2 个景点，恰好在同一个城市有 8 种结果，

所以选取 2 个景点，恰好在同一个城市的概率为$\frac{8}{20}=\frac{2}{5}$.

【点评】此题考查的是用列表法或树状图法求概率．列表法可以不重复不遗漏的列出所有可能的结果，适合于两步完成的事件；树状图法适合两步或两步以上完成的事件．用到的知识点为：概率＝所求情况数与总情况数之比.

22．（8 分）如图，$AM\parallel BN$，AC 平分$\angle BAM$，交 BN 于点 C，过点 B 作 $BD\perp AC$，交 AM 于点 D，垂足为 O，连接 CD．求证：四边形 $ABCD$ 是菱形.



【答案】证明见解析.

【分析】由平行线的性质和角平分线定义得$\angle BCA=\angle BAC$，则 $BA=BC$，再证$\angle ABO=\angle ADO$，则 $AB=AD$，然后证四边形 $ABCD$ 是平行四边形，即可得出结论.

【解答】证明：$\because AM\parallel BN$,

$\therefore\angle DAC=\angle BCA$,

∵AC平分$\angle BAM$,

∴$\angle DAC=\angle BAC$,

∴$\angle BCA=\angle BAC$,

∴$BA=BC$,

∵$BD\perp AC$,

∴$\angle AOB=\angle AOD=90°$,

∵$\angle DAC=\angle BAC$,

∴$\angle ABO=\angle ADO$,

∴$AB=AD$,

∴$AD=BC$,

∵$AD\parallel BC$,

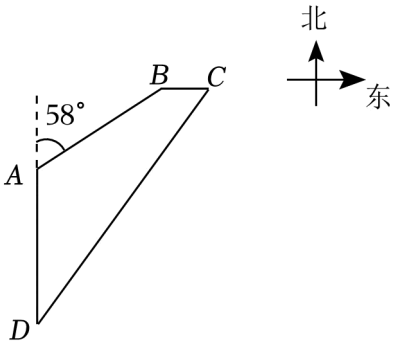
∴四边形$ABCD$是平行四边形,

又∵$BD\perp AC$,

∴平行四边形$ABCD$是菱形.

【点评】本题考查了菱形的判定、平行四边形的判定与性质、等腰三角形的判定以及平行线的性质等知识，熟练掌握菱形的判定是解题的关键.

23. （8 分）如图，灯塔 B 位于港口 A 的北偏东 58°方向，且 A，B 之间的距离为 30km，灯塔 C 位于灯塔 B 的正东方向，且 B，C 之间的距离为 10km．一艘轮船从港口 A 出发，沿正南方向航行到达 D 处，测得灯塔 C 在北偏东 37°方向上，这时，D 处距离港口 A 有多远（结果取整数）？（参考数据：$\sin58°\approx0.85$，$\cos58°\approx0.53$，$\tan58°\approx1.60$，$\sin37°\approx0.60$，$\cos37°\approx0.80$，$\tan37°\approx0.75$）



【答案】D 处距离港口 A 约有 31km.

【分析】延长 CB 交 DA 的延长线于 E，由题意得，$\angle E=90°$，解直角三角形即可得到结论.

【解答】解：如图，延长 CB 交 DA 的延长线于 E，

由题意得，$\angle E=90°$，

$\because\angle BAE=58°$，$AB=30km$，

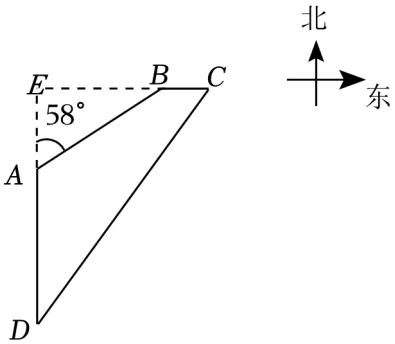
$\therefore BE=AB\cdot\sin58°\approx30\times0.85=25.5$（$km$），$AE=AB\cdot\cos58°\approx30\times0.53=15.9$（$km$），

∵$BC=10km$,

∴$CE=BE+BC=35.5$（km），

∴$DE=CE\div\tan37°\approx35.5\div0.75\approx47.33$（$km$），

∴$AD=DE-AE=47.33-15.9\approx31$（$km$），答：$D$处距离港口$A$约有$31km$.

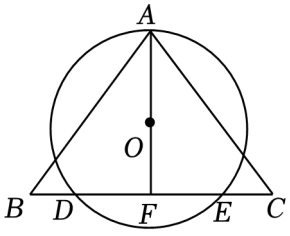


【点评】本题考查的是解直角三角形的应用－方向角问题，掌握锐角三角函数的定义，理解方向角的概念是解题的关键.

24. （8分）如图，在△ABC中，$AB=AC$，点D，E在BC上，$BD=CE$．过A，D，E三点作⊙O，连接AO并延长，交BC于点F.

（1）求证$AF\perp BC$;

（2）若$AB=10$，$BC=12$，$BD=2$，求⊙O的半径长.



【答案】（1）见解析；

（2）⊙O的半径长为5.

【分析】（1）连接AD，AE，根据等腰三角形的性质$\angle B=\angle C$，根据全等三角形的性质得到$AD=AE$，根据全等三角形的判定和性质定理以及等腰三角形的性质于是得到$AF\perp BC$；

（2）根据等腰三角形的性质得到$BF=CF=\frac{1}{2}BC=6$，根据勾股定理得到$AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，连接$OD$，设$DO=AO=x$，根据勾股定理即可得到结论.

【解答】（1）证明：连接AD，AE，

$\because AB=AC$，

$\therefore \angle B=\angle C$，

在$\triangle ABD$与$\triangle ACE$中，

$$\begin{cases} AB=AC \\ \angle B=\angle C \\ BD=CE \end{cases},$$

$\therefore \triangle ABD\cong\triangle ACE$（$SAS$），

$\therefore AD=AE$，

连接OD，OE，

则$OD=OE$，

∵$AO=AO$,

∴△ADO≌△AEO（SSS），

∴∠DAF=∠EAF,

∴$AF\perp BC$;

（2）解：∵$AB=AC$，$AF\perp BC$,

∴$BF=CF=\frac{1}{2}BC=6$,

∴$AF=\sqrt{AB^2-BF^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$,

∵$BD=2$,

∴$DF=4$,

连接OD，设$DO=AO=x$,

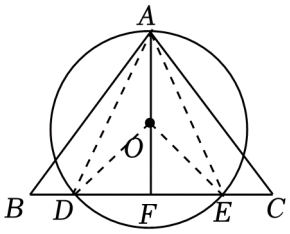
∴$OF=AF-x=8-x$,

∵$OD^2=OF^2+DF^2$,

∴$x^2=(8-x)^2+4^2$,

∴$x=5$,

∴⊙O的半径长为5.



【点评】本题考查了三角形的外接圆与外心，垂径定理，勾股定理，全等三角形的判定和性质，正确地作出辅助线是解题的关键.

25. （8 分）某蔬菜基地有甲，乙两个用于灌溉的水池，它们的最大容量均为 $3000m^3$，原有水量分别为 $1200m^3$，$300m^3$，现向甲、乙同时注水，直至两水池均注满为止．已知每分钟向甲、乙的注水量之和恒定为 $100m^3$，若其中某一水池注满，则停止向该水池注水，改为向另一水池单独注水．设注水第 x min 时，甲、乙水池中的水量分别为 y_1 m^3，y_2m^3.

（1）若每分钟向甲注水 $40m^3$，分别写出 y_1、y_2 与 x 之间的函数表达式；

（2）若每分钟向甲注水 $50m^3$，画出 y_2 与 x 之间的函数图象；

（3）若每分钟向甲注水 a m^3，则甲比乙提前 $3min$ 注满，求 a 的值.

【答案】（1）$y_1=1200+40x$（$0\leqslant x\leqslant 45$），$y_2=300+60x$（$0\leqslant x\leqslant 45$）；

（2）图象见解答；

（3）$\frac{300}{7}$.

【分析】（1）本题通过计算，可以算出，甲乙同时注满，则函数表达式均没有改变，则

按照题目给出的数据求得即可；

（2）根据给出的甲注水速度为 50m^3/分，可计算出，甲 36 分钟注满，而乙需要 54 分钟，所以在甲注满后，乙的注水速度将改变，则函数图象分为 0～36 和 36～45 两个阶段，按照数据，画出函数图象；

（3）根据甲注水的时间＝乙注水的时间（乙多注水 3 分钟的量减掉），来列分式方程，从而求得结果.

【解答】解：（1）若每分钟向甲注水 40m^3，则注满甲需要（3000﹣1200）÷40＝45（分），

若每分钟向乙注水 100﹣40＝60（m^3），则注满乙需要（3000﹣300）÷60＝45（分），

则按照每分钟向甲注水 40m^3，甲乙同时注满，

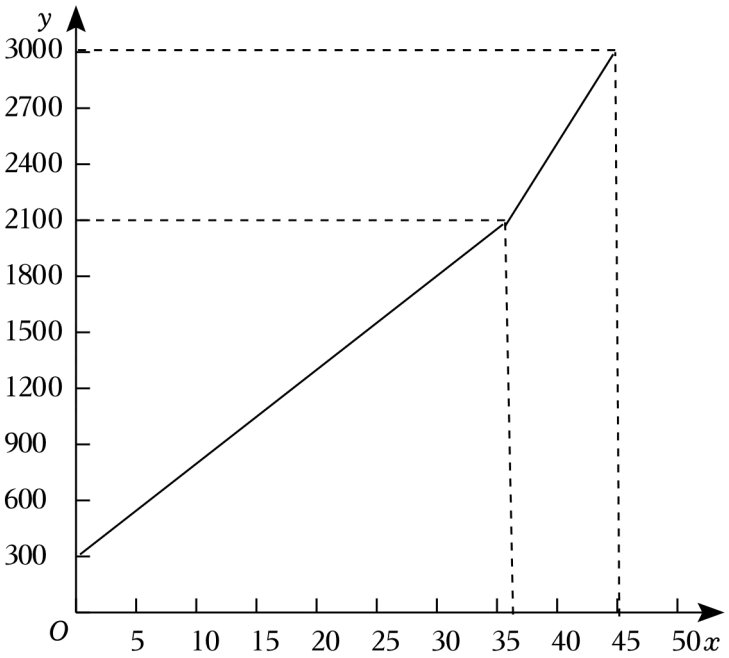
∴y_1＝1200+40x（0≤x≤45），y_2＝300+60x（0≤x≤45）；

（2）若每分钟向甲注水 50m^3，则注满甲需要（3000﹣1200）÷50＝36（分），

若每分钟向乙注水 100﹣50＝50（m^3），则注满乙需要（3000﹣300）÷50＝54（分），

则按照每分钟向甲注水 50m^3，甲在 36 分时注满，之后乙注水的量为每分钟 100m^3，

（3000﹣300﹣36×50）÷100＝9（分），36+9＝45（分），



$y_2=300+50x$（$0\leqslant x\leqslant 36$），

$y_2=100x-1500$（$36\leqslant x\leqslant 45$）；

（3）$\frac{3000-1200}{a}=\frac{3000-300-3\times 100}{100-a}$，

解得 $a=\frac{300}{7}$，

则 a 的值为$\frac{300}{7}$.

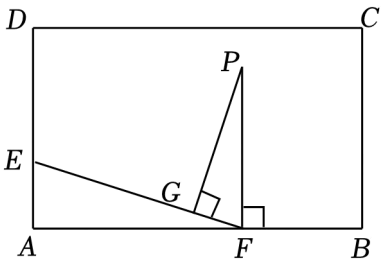
【点评】本题考查了一次函数的应用，一次函数的图象，分式方程的应用等．通过给定的条件列出一次函数，通过给定的点来列出对应的函数图象.

26．（9 分）如图，在矩形 $ABCD$ 中，$AB=10$，$BC=6$，E 是 AD 上一点，$AE=2$．F 是 AB 上的动点，连接 EF，G 是 EF 上一点，且$\frac{GF}{EF}=k$（k为常数，$k\neq 0$）．分别过点 F、G 作 AB、EF 的垂线相交于点 P．设 AF 的长为 x，PF 的长为 y.

（1）若$k=\frac{1}{2}$，$x=4$，则y的值是 __5__；

（2）求y与x之间的函数表达式；

（3）在点F从点A到点B的整个运动过程中，若线段CD上存在点P，则k的值应满足什么条件？直接写出k的取值范围.



【答案】（1）5；

（2）$y=\frac{1}{2}kx^2+2k$.

（3）$\frac{3}{26}\leq k\leq 1$.

【分析】（1）根据$\angle AEF=\angle PFG$，得$\cos\angle PFG=\cos\angle AEF$，则$\frac{AE}{EF}=\frac{FG}{PF}$，代入计算即可；

（2）利用$\triangle PGF\backsim\triangle FAE$，得$\frac{PF}{FE}=\frac{GF}{AE}$，再由$\frac{GF}{FE}=k$，得$GF=kFE$，即可证明结论；

（3）根据点P在CD上，可得$k=\frac{12}{x^2+4}$，再由点G在EF上，可得$k\leqslant 1$，进而解决问题.

【解答】解：（1）$\because PF\perp AF$，

$\therefore\angle AFP=90°$，

∵四边形 $ABCD$ 是矩形,

∴$\angle A=90°$,

∴$\angle A+\angle AFP=180°$,

∴$AD\parallel FP$,

∴$\angle AEF=\angle PFG$,

∵$AE=2$, $AF=x=4$,

∴$EF=\sqrt{2^2+4^2}=2\sqrt{5}$,

∵$k=\frac{1}{2}$,

∴$FG=\frac{1}{2}EF=\sqrt{5}$,

∵$\cos\angle PFG=\cos\angle AEF$,

∴$\frac{AE}{EF}=\frac{FG}{PF}$,

∴$\frac{2}{2\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{PF}$,

∴$PF=5$,

故答案为：5;

（2）∵$PF\perp AB$,

∴$\angle PFA=90°$,

∴∠PFG+∠AFE＝90°,

在矩形$ABCD$中，∠A＝90°，在Rt△EAF中，∠A＝90°,

∴∠AEF+∠AFE＝90°,

∴∠PFG＝∠AEF,

∵PG⊥EF,

∴∠PGF＝90°,

∴∠A＝∠PGF,

∴△PGF∽△FAE,

∴$\frac{PF}{FE}=\frac{GF}{AE}$,

∴GF·EF＝PF·AE,

在Rt△EAF中，∵AE＝2，AF＝x,

∴EF^2＝AE^2+AF^2＝2^2+x^2＝4+x^2,

∵$\frac{GF}{FE}=k$,

∴GF＝kFE,

∴kEF^2＝PF·AE,

∴$y=\frac{1}{2}kx^2+2k$.

（3）∵线段 CD 上存在点 P，

∴$y=6$，

$6=\frac{1}{2}k\left(x^2+4\right)$，

则 $k=\frac{12}{x^2+4}$，

∵$0\leqslant x\leqslant 10$，$4\leqslant x^2+4\leqslant 104$，

∴$\frac{3}{26}\leq k\leq 3$，

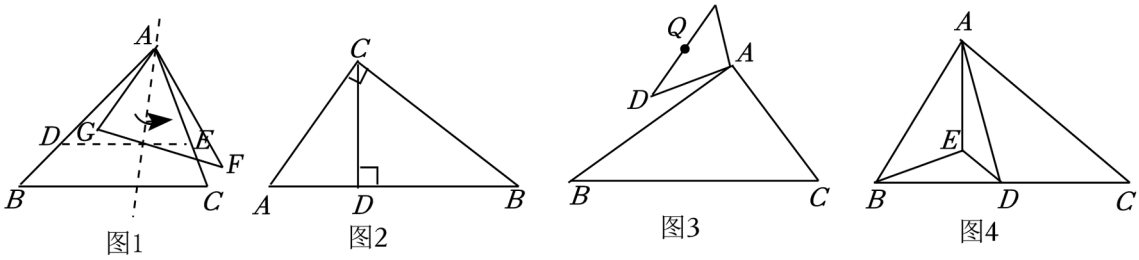
∵$\frac{GF}{FE}=k$，点 G 在 EF 上，

∴$k\leqslant 1$，

∴$\frac{3}{26}\leq k\leq 1$.

【点评】本题是相似形综合题，主要考查了相似三角形的判定与性质，勾股定理，三角函数等知识，熟练掌握相似三角形的判定与性质是解题的关键.

27．（9 分）在平面内，先将一个多边形以自身的一个顶点为位似中心放大或缩小，再将所得多边形沿过该点的直线翻折，我们称这种变换为自位似轴对称变换，变换前后的图形成自位似轴对称．例如：如图 1，先将△ABC 以点 A 为位似中心缩小，得到△ADE，再将△ADE 沿过点 A 的直线 l 翻折，得到△AFG，则△ABC 和△AFG 成自位似轴对称.



（1）如图 2，在△*ABC* 中，∠*ACB*＝90°，*AC*＜*BC*，*CD*⊥*AB*，垂足为 *D*．下列 3 对三角形：①△*ABC* 和△*ACD*；②△*BAC* 和△*BCD*；③△*DAC* 和△*DCB*．其中成自位似轴对称的是 ＿①②＿；（填写所有符合要求的序号）

（2）如图 3，已知△*ABC* 经过自位似轴对称变换得到△*ADE*，*Q* 是 *DE* 上一点，用直尺和圆规作点 *P*，使 *P* 与 *Q* 是该变换前后的对应点（保留作图痕迹，写出必要的文字说明）；

（3）如图 4，在△*ABC* 中，*D* 是 *BC* 的中点，*E* 为△*ABC* 内一点．∠*ABE*＝∠*C*，∠*BAE*＝∠*CAD*，连结 *DE*，求证：*DE*∥*AC*.

【答案】（1）过程详见解答；

（2）过程详见解答；

（3）过程详见解答.

【分析】（1）作出图形，进而得出结果；

（2）先作出△*ABC* 关于对称轴的对称△*AB*′*C*′，进而作出点 *P* 的对称点 *P*′，进一步得出结果；

（3）延长 BE，交 AC 于 F，可证得 $\triangle ABE\backsim\triangle ACD$，从而 $\frac{BE}{CD}=\frac{AE}{AD}$，证明 $\triangle EAF\backsim\triangle DAB$，从而 $\frac{EF}{BD}=\frac{AE}{AD}$，进而得出 $\frac{BE}{CD}=\frac{EF}{BD}$，进而得出 $BE=EF$，进一步得出结论.

【解答】（1）解：如图 1，

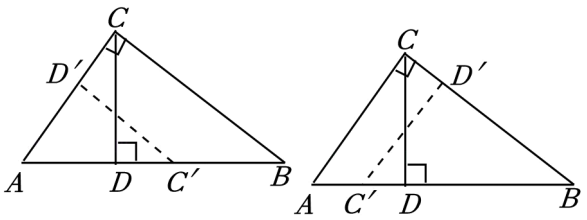


图1　　图2

故答案为：①②；

（2）解：（方法一）如图 3 - 1，

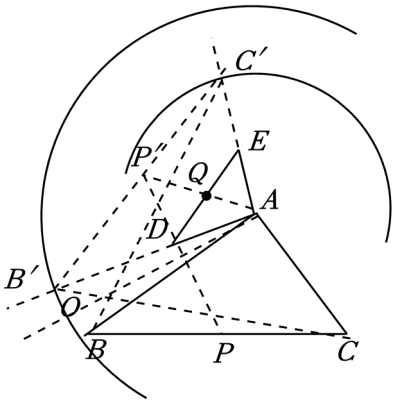


图3—1

（Ⅰ）分别在 AE 和 AD 的延长线上截取 $AC'=AC$，$AB'=AB$，连接 $B'C'$，

（Ⅱ）作射线 AQ，交 $B'C'$ 于点 P'，

（Ⅲ）连接 BC'，CB'，交于点 O，作射线 AO，

（Ⅳ）作 $P'P\perp AO$，交 BC 于点 P，

则点 P 就是 Q 点变换前的对应点，

（方法二）如图 3－2，

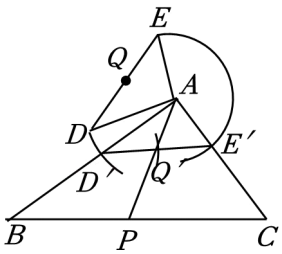


图3－2

以点 A 为圆心，AE 为半径画弧交 AC 于 E'，以点 A 为圆心，AD 为半径画弧，交 AB 于 D'，以点 D' 为圆心，DQ 为半径画弧，交 $D'E'$ 于 Q'，连接 AQ'，延长 AQ'，交 BC 于 P，

则点 P 就是求作的点；

（3）证明：如图 4，

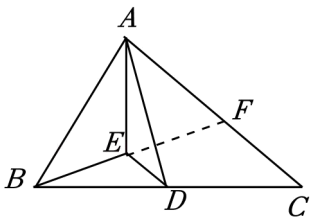


图4

（方法一）延长 BE，交 AC 于 F，

$\because \angle ABE=\angle C$，$\angle BAE=\angle CAD$，

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ACD$，

$\therefore \dfrac{BE}{CD}=\dfrac{AE}{AD}$，

$\because \angle BAE=\angle CAD$,

$\therefore \angle BAE+\angle DAE=\angle CAD+\angle DAE$,

$\therefore \angle BAD=\angle FAE$,

$\because \angle AEF=\angle ABE+\angle BAE$，$\angle ADB=\angle CAD+\angle C$,

$\therefore \angle AEF=\angle ADB$,

$\therefore \triangle EAF\backsim\triangle DAB$,

$\therefore \frac{EF}{BD}=\frac{AE}{AD}$,

$\therefore \frac{BE}{CD}=\frac{EF}{BD}$,

$\because$ 点 D 是 BC 的中点,

$\therefore CD=BD$,

$\therefore BE=EF$,

$\therefore DE\parallel AC$,

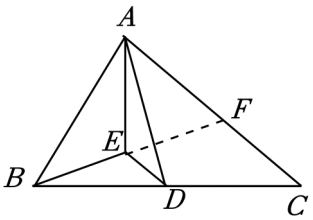


图4

（方法二）$\because \angle ABE=\angle C$，$\angle BAE=\angle CAD$,

$\therefore \triangle ABE\backsim\triangle ACD$,

$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BE}{CD}$,

$\because \angle BAF=\angle BAC$,

$\therefore \triangle ABF\backsim\triangle ACB$,

$\therefore \frac{AB}{AC}=\frac{BF}{BC}$,

$\therefore \frac{BE}{BD}=\frac{BF}{BC}$,

$\because BD=CD$,

$\therefore \frac{BE}{BD}=\frac{BF}{BC}$,

$\therefore DE\parallel AC$.

【点评】本题考查了轴对称的性质，相似三角形的判定和性质，三角形中位线定理等知识，解决问题的关键是作辅助线，构造相似三角形.