参考答案

2024年南京市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1.（2 分）下列四个数中，是负数的是（　　）

A．﹣3　　B．|﹣3|　　C．﹣（﹣3）　　D．$(-3)^2$

【分析】先利用有理数的相应的法则进行化简运算，然后再根据正负数的定义即可判断.

【解答】解：*A*．﹣3＜0，是负数，故 *A* 选项正确；

B．|﹣3|＝3＞0，是正数，故 *B* 选项错误；

C．﹣（﹣3）＝3＞0，是正数，故 *C* 选项错误；

D．$(-3)^2$＝9＞0，是正数，故 *D* 选项错误；

故选：*A*.

【点评】本题考查了对正数和负数定义的理解，难度不大，注意 0 既不是正数也不是负数.

2.（2 分）任意两个奇数的平方差总能（　　）

A．被 3 整除　　B．被 5 整除　　C．被 6 整除　　D．被 8 整除

【分析】设这两个奇数分别为：$2m+1$ 和 $2n+1$，再求出它们的平方差，然后利用平方差公式分解因式，根据分解因式的结果进行判断即可.

【解答】解：设这两个奇数分别为：$2m+1$ 和 $2n+1$，

$(2m+1)^2-(2n+1)^2$

＝$(2m+1+2n+1)(2m+1-2n-1)$

＝$(2m+2n+2)(2m-2n)$

＝$4(m+n+1)(m-n)$，

∵$m-n$ 或 $m+n+1$ 必有一个为偶数，

$(2m+1)^2-(2n+1)^2$ 是 8 的倍数，

故选：*D*.

【点评】本题主要考查了平方差公式，解题关键是正确设出两个奇数为 $2m+1$，$2n+1$.

3.（2 分）水由氢、氧两种元素组成．一个水分子包含两个氢原子和一个氧原子．一个氢原子的质量约为 $1.674\times10^{-27}kg$，一个氧原子的质量约为 $2.657\times10^{-26}kg$，一个水分子的质量大约是（　　）

A．$3.6137\times10^{-25}kg$　　B．$2.8244\times10^{-26}kg$

C．$2.9918\times10^{-26}kg$　　D．$3.6137\times10^{-27}kg$

【分析】根据题意列式计算即可．

【解答】解：$2\times1.674\times10^{-27}+2.657\times10^{-26}$

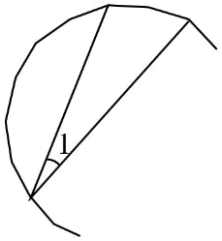
$=0.3348\times10^{-26}+2.657\times10^{-26}$

$=2.9918\times10^{-26}$（kg），

故选：C．

【点评】本题考查科学记数法表示较小的数，结合已知条件列得正确的算式是解题的关键．

4．（2 分）如图，在正 n 边形中，$\angle1=20°$，则 n 的值是（　　）



A．16　　B．18　　C．20　　D．36

【分析】连接 OA、OB、OC，根据圆周角定理求出$\angle AOC$，根据正多边形的性质、圆心角、弧、弦的关系求出$\angle AOB$，再根据正多边形的中心角计算即可．

【解答】解：如图，连接 OA、OB、OC，

由圆周角定理得：$\angle AOC=2\angle1=40°$，

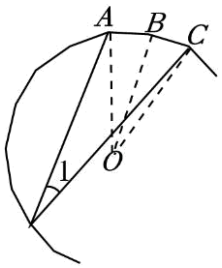
∵$AB=BC$，

∴$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$，

∴$\angle AOB=\angle BOC=20°$，

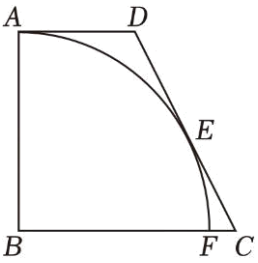
则 $n=\frac{360°}{20°}=18$，

故选：B．



【点评】本题考查的是正多边形和圆，正确求出正 n 边形的中心角是解题的关键．

5．（2 分）如图，在四边形 $ABCD$ 中，$AD/\!/BC$，AD，CD 分别与扇形 BAF 相切于点 A，E．若 $AB=15$，$BC=17$，则 AD 的长为（　　）



A．8　　B．8.5　　C．$5\sqrt{3}$　　D．9

【分析】连接 BE，作 $DH\perp BC$ 于点 H，由 AD，CD 分别与扇形 BAF 相切于点 A，E，$AB=15$，$BC=17$，得 $AB=EB=15$，$AD\perp AB$，$CD\perp EB$，$AD=ED$，求得 $CE=\sqrt{BC^2-EB^2}=8$，再证明四边形 $ABHD$ 是矩形，则 $BH=AD$，$DH=AB=15$，由勾股定理得理 $15^2+(17-AD)^2=(8+AD)^2$，求得 $AD=9$，于是得到问题的答案．

【解答】解：连接 BE，作 $DH\perp BC$ 于点 H，则 $\angle BHD=\angle CHD=90°$，

∵AD，CD 分别与扇形 BAF 相切于点 A，E，$AB=15$，$BC=17$，

∴$AB=EB=15$，$AD\perp AB$，$CD\perp EB$，$AD=ED$，

∴$\angle BAD=\angle BEC=90°$，

∴$CE=\sqrt{BC^2-EB^2}=\sqrt{17^2-15^2}=8$，

∵$AD/\!/BC$，

∴$\angle ADH=\angle CHD=90°$，

∵$\angle BAD=\angle ADH=\angle BHD=90°$，

∴四边形 $ABHD$ 是矩形，

∴$BH=AD$，$DH=AB=15$，

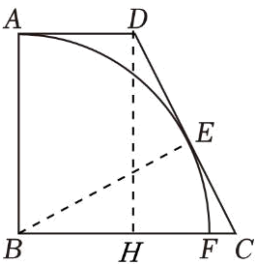
∴$CH=BC-BH=17-AD$，

∵$DH^2+CH^2=CD^2$，且 $CD=CE+ED=8+AD$，

∴$15^2+(17-AD)^2=(8+AD)^2$，

解得 $AD=9$，

故选：D．



【点评】此题重点考查切线的性质定理、切线长定理、勾股定理、矩形的判定与性质等知识，正确地作出辅助线是解题的关键．

6．（2 分）某商场促销方案规定：单笔消费金额每满 100 元立减 10 元．例如，单笔消费金额为 208 元时，立减 20 元．甲在该商场单笔购买 2 件 A 商品，立减了 20 元；乙在该商场单笔购买 2 件 A 商品与 1 件 B 商品，立减了 30 元．若 B 商品的单价是整数元，则它的最小值是（　　）

A．1 元　　B．99 元　　C．101 元　　D．199 元

【分析】本题可先根据甲的消费情况确定件商品的价格范围，再结合乙的消费情况列出不等式，进而求出商品单价的最小值．

【解答】解：∵每满 100 元立减 10 元，立减 20 元，说明消费金额满了 2 个 100 元，

∴2 件 A 商品的原价满足：$200\leqslant 2A<300$，

∵乙在该商场单笔购买 2 件 A 商品与 1 件 B 商品，立减了 30 元，说明消费金额满了 3 个 100 元，

∴2 件 A 商品与 1 件 B 商品的原价满足：$300\leqslant 2A+B<400$，

∴$299\leqslant 2A<300$ 时，B 最小为 1 即可，

故选：A．

【点评】本题考查了不等式的性质，重点考查了阅读推理能力．

二、填空题（本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分.请把答案填写在答题卡相应位置上）

7．（2 分）比较大小：$-\frac{2}{3}$ ＿＜＿ $-\frac{4}{9}$（填“＞”“＜”或“＝”）．

【分析】利用有理数大小的比较方法：1、在数轴上表示的两个数，右边的总比左边的数大．2、正数都大于零，负数都小于零，正数大于负数．3、两个正数比较大小，绝对值大的数大；两个负数比较大小，绝对值大的数反而小．

【解答】解：∵$-\frac{2}{3}=-\frac{6}{9}$，

$|-\frac{6}{9}|=\frac{6}{9}$，$|-\frac{4}{9}|=\frac{4}{9}$，

$\frac{6}{9}>\frac{4}{9}$，

∴$-\frac{2}{3}<-\frac{4}{9}$．

故答案为：＜．

【点评】本题考查了有理数的大小比较，掌握正数都大于零；负数都小于零；正数大于负数；两个正数比较大小，绝对值大的数大；两个负数比较大小，绝对值大的数反而小是解答本题的关键．

8．（2 分）若式子$\sqrt{x+1}$在实数范围内有意义，则 x 的取值范围是 ＿$x\geqslant -1$＿ ．

【分析】根据二次根式的定义可知被开方数必须为非负数，列不等式求解.

【解答】解：根据题意得：$x+1\geqslant 0$，

解得 $x\geqslant -1$，

故答案为：$x\geqslant -1$.

【点评】主要考查了二次根式的意义和性质.

概念：式子$\sqrt{a}$（$a\geqslant 0$）叫二次根式.

性质：二次根式中的被开方数必须是非负数，否则二次根式无意义.

9.（2 分）计算$\frac{\sqrt{6}\times\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=$__$2\sqrt{6}$__ .

【分析】根据二次根式的乘除法则可将原式化简即可.

【解答】解：原式$=\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\frac{48}{2}}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$.

故答案为：$2\sqrt{6}$.

【点评】本题考查了二次根式的乘除，关键是根据法则求解即可，注意把结果要化为最简二次根式.

10.（2 分）如果实数 a，b 满足 $a+b=0$ ，那么 a，b 互为相反数.

【分析】根据互为相反数的两个数的和为 0 解答即可.

【解答】解：如果实数 a，b 满足 $a+b=0$，那么 a，b 互为相反数.

故答案为：$a+b=0$.

【点评】本题考查了相反数，熟练掌握相反数的性质是解题的关键.

11.（2 分）方程$\frac{1}{x}-\frac{2}{x+1}=0$ 的解是 $x=1$.

【分析】利用去分母将原方程化为整式方程，解得 x 的值后进行检验即可.

【解答】解：原方程去分母得：$x+1-2x=0$，

解得：$x=1$，

检验：当 $x=1$ 时，$x(x+1)\neq 0$，

则原方程的解为 $x=1$，

故答案为：$x=1$.

【点评】本题考查解分式方程，熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

12.（2 分）已知蓄电池的电压为定值，使用蓄电池时，电流 I（单位：A）与电阻 R（单位：Ω）是反比例函数关系．完成下表：

R/Ω	…	4	6	8	…

I/A	…	9	6	4.5	…

【分析】设 $I=\frac{k}{R}$，根据表中的一组数值求的函数解析式，从而完成图表．

【解答】解：（1）电流 I 是电阻 R 的反比例函数，设 $I=\frac{k}{R}$，

把 $R=6$ 时，$I=6$ 代入得 $6=\frac{k}{6}$，

解得 $k=36$，

$\therefore I=\frac{36}{R}$，

当 $R=4$ 时，$I=\frac{36}{4}=9$，

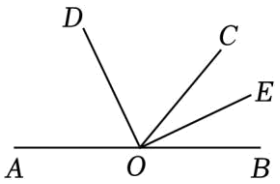
填表如下：

R/Ω	…	4	6	8	…
I/A	…	9	6	4.5	…

故答案为：9．

【点评】本题考查了反比例函数的应用，解题的关键是正确地从中整理出函数模型，并利用函数的知识解决实际问题．

13．（2 分）如图，点 A，O，B 在同一条直线上，OD 是 $\angle AOC$ 的平分线，OE 是 $\angle BOC$ 的平分线．若 $\angle AOE=162°$，则 $\angle BOD=$ 108 °．



【分析】根据题意，得到 $\angle DOE=\frac{1}{2}\angle AOB=90°$，结合已知条件，求得 $\angle AOD$ 的度数，即可得到结果．

【解答】解：$\because OD$ 是 $\angle AOC$ 的平分线，

$\therefore \angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC$，

$\because OE$ 是 $\angle BOC$ 的平分线，

$\therefore \angle EOC=\frac{1}{2}\angle BOC$，

$\therefore \angle COD+\angle EOC=\frac{1}{2}\angle AOC+\frac{1}{2}\angle BOC$，

即 $\angle DOE=\frac{1}{2}\angle AOB=90°$，

$\because \angle AOE=162°$，

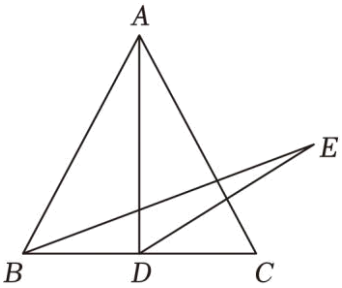
∴∠AOD=∠AOE﹣∠DOE=72°，

∴∠BOD=180°﹣∠AOD=108°，

故答案为：108．

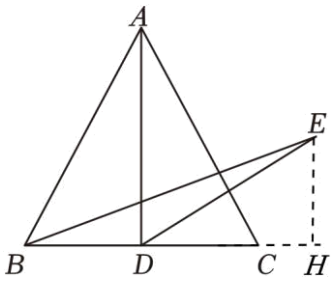
【点评】本题考查了角平分线的定义，角的计算，熟练掌握角平分线的定义是解题的关键．

14．（2 分）如图，在边长为 4 的等边三角形 ABC 中，AD 是中线，将 DA 绕点 D 顺时针旋转 60°得到 DE，连接 BE，则 $S_{\triangle BDE}$=__$\sqrt{3}$__ ．



【分析】由旋转的性质可得 AD=DE=2$\sqrt{3}$，∠ADE=60°，由直角三角形的性质 EH=$\frac{1}{2}DE$=$\sqrt{3}$，即可求解．

【解答】解：过点 E 作 EH⊥BC 于 H，



∵△ABC 是等边三角形，AD 是中线，

∴BD=2，AD=2$\sqrt{3}$，AD⊥BC，

∵将 DA 绕点 D 顺时针旋转 60°得到 DE，

∴AD=DE=2$\sqrt{3}$，∠ADE=60°，

∴∠EDH=30°，

又∵EH⊥BC，

∴EH=$\frac{1}{2}DE$=$\sqrt{3}$，

∴$S_{\triangle BDE}$=$\frac{1}{2}$×BD•EH=$\frac{1}{2}$×2×$\sqrt{3}$=$\sqrt{3}$，

故答案为：$\sqrt{3}$．

【点评】本题考查了旋转的性质，等边三角形的性质，直角三角形的性质，掌握旋转的性质是解题的关

键．

15．（2 分）阅读材料：由 $6+2\sqrt{5}=5+1+2\sqrt{5}=(\sqrt{5})^2+2\times\sqrt{5}\times1+1^2=(\sqrt{5}+1)^2$，可知 $6+2\sqrt{5}$的算术平方根是$\sqrt{5}+1$．类似地，$16-6\sqrt{7}$的算术平方根是__$3-\sqrt{7}$__．

【分析】仿照题中给出的方法求解即可．

【解答】解：$16-6\sqrt{7}$

$=9+7-6\sqrt{7}$

$=3^2-2\times3\times\sqrt{7}+(\sqrt{7})^2$

$=(3-\sqrt{7})^2$，

∴$16-6\sqrt{7}$的算术平方根是$3-\sqrt{7}$，

故答案为：$3-\sqrt{7}$．

【点评】本题考查了算术平方根，理解题中的方法是解题的关键．

16．（2 分）已知 $4-\sqrt{15}$是关于 x 的方程（$x-2$）（ax^2+bx+c）$=0$（a，b，c 是有理数，$a\neq0$）的一个根，则该方程的另外两个根分别是 __2__，__$4+\sqrt{15}$__．

【分析】根据（$x-2$）（ax^2+bx+c）$=0$ 中 $x-2=0$ 或 $ax^2+bx+c=0$，再根据 $4-\sqrt{15}$是关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的根，从而得出 $ax^2+bx+c=0$ 的另一个根．

【解答】解：关于 x 的方程（$x-2$）（ax^2+bx+c）$=0$（a，b，c 是有理数，$a\neq0$）中，$x-2=0$ 或 $ax^2+bx+c=0$，

即 $x=2$ 或 $ax^2+bx+c=0$，

∵$4-\sqrt{15}$是关于 x 的方程（$x-2$）（ax^2+bx+c）$=0$（a，b，c 是有理数，$a\neq0$）的一个根，

∴$a(4-\sqrt{15})^2+b(4-\sqrt{15})+c=0$，

整理得：$31a+4b+c-(8a+b)\sqrt{15}=0$，

∵a，b，c 都是有理数，

∴$8a+b=0$，$31a+4b+c=0$，

∴$b=-8a$，$c=a$，

∴$ax^2-8ax+a=0$，

解得：$x=4\pm\sqrt{15}$，

∴另一个根为 $4+\sqrt{15}$；

故答案为：2，$4+\sqrt{15}$．

【点评】本题考查一元二次方程的解，关键是掌握一元二次方程解的情况．

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分.请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程

或演算步骤）

17.（7 分）解不等式组：$\begin{cases}x-1>-2(x-1)+3\\x-8<4x+1\end{cases}$.

【分析】先求出每个不等式的解集，即可得到不等式组的解集.

【解答】解：$\begin{cases}x-1>-2(x-1)+3①\\x-8<4x+1②\end{cases}$，

解不等式①，得：$x>2$，

解不等式②，得：$x>-3$，

∴原不等式组的解集为 $x>2$.

【点评】本题考查解一元一次不等式组，解答本题的关键是明确解一元一次不等式（组）的方法.

18.（7 分）计算：$(1+\frac{1}{x-1})\div\frac{x}{x^2-1}$.

【分析】先通分括号内的式子，同时将除法转化为乘法，然后约分即可.

【解答】解：$(1+\frac{1}{x-1})\div\frac{x}{x^2-1}$

$=\frac{x-1+1}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$

$=\frac{x}{x-1}\cdot\frac{(x+1)(x-1)}{x}$

$=x+1$.

【点评】本题考查分式的混合运算，熟练掌握运算法则是解答本题的关键.

19.（7 分）已知点 A（a，b）与点 B 关于 x 轴对称，将点 A 向左平移 3 个单位长度得到点 C. 若 B，C 两点都在函数 $y=2x+1$ 的图象上，求点 A 的坐标.

【分析】根据点 A（a，b）与点 B 关于 x 轴对称，将点 A 向左平移 3 个单位长度得到点 C，可得 B（a，$-b$），C（$a-3$，b），代入 $y=2x+1$ 可解得$\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$，故点 A 的坐标为（1，-3）.

【解答】解：∵点 A（a，b）与点 B 关于 x 轴对称，将点 A 向左平移 3 个单位长度得到点 C，

∴B（a，$-b$），C（$a-3$，b），

∵B，C 两点都在函数 $y=2x+1$ 的图象上，

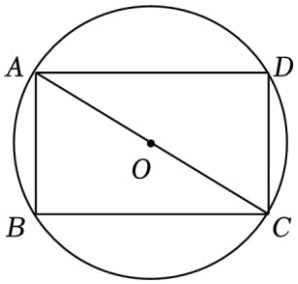
∴$\begin{cases}2a+1=-b\\2(a-3)+1=b\end{cases}$，

解得$\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$，

∴点 A 的坐标为（1，-3）.

【点评】本题考查一次函数图象上点坐标的特征，涉及平移变换，对称变换与坐标的关系，解题的关键是掌握查一次函数图象上点坐标的特征．

20.（8 分）如图，在⊙O 的内接四边形 $ABCD$ 中，$AD=BC$，对角线 AC 是⊙O 的直径．求证：四边形 $ABCD$ 是矩形．



【分析】由 AC 是⊙O 的直径，可得$\angle B=\angle D=90°$，证明 Rt△ABC≌Rt△CDA，得到 $AB=CD$，可证明四边形 $ABCD$ 是平行四边形，即可解答．

【解答】证明：∵对角线 AC 是⊙O 的直径，

∴$\angle B=\angle D=90°$，

∴△ABC 和△CDA 是直角三角形，

在 Rt△ABC 和 Rt△CDA 中，

$$\begin{cases} AC = CA \\ AD = CB \end{cases},$$

∴Rt△ABC≌Rt△CDA（HL），

∴$AB=CD$，

又∵$AD=BC$，

∴四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∵$\angle B=90°$，

∴平行四边形 $ABCD$ 是矩形．

【点评】本题考查了矩形的判定，圆周角定理，全等三角形的判定与性质，解题的关键是掌握相关知识．

21.（8 分）甲袋子中有 2 个红球、1 个白球；乙袋子中有 1 个红球、1 个白球．这些球除颜色外无其他差别．先从甲袋子中随机摸出 1 个球放入乙袋子，摇匀后，再从乙袋子中随机摸出 1 个球．

（1）从甲袋子中摸出的球是白球的概率是$\frac{1}{3}$；

（2）从两个袋子中摸出的球都是红球的概率是多少？

【分析】（1）由题意知，共有 3 种等可能的结果，其中从甲袋子中摸出的球是白球的结果有 1 种，利用概率公式可得答案．

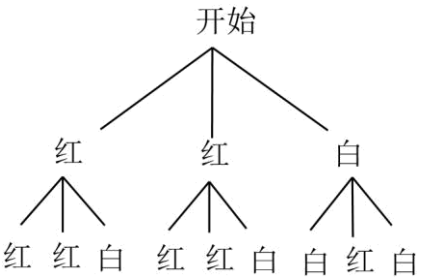
（2）画树状图可得出所有等可能的结果数以及从两个袋子中摸出的球都是红球的结果数，再利用概率公式可得出答案.

【解答】解：（1）由题意知，共有 3 种等可能的结果，其中从甲袋子中摸出的球是白球的结果有 1 种，

∴从甲袋子中摸出的球是白球的概率是$\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

（2）画树状图如下：



共有 9 种等可能的结果，其中从两个袋子中摸出的球都是红球的结果有 4 种，

∴从两个袋子中摸出的球都是红球的概率为$\frac{4}{9}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

22.（8 分）某品牌汽车 2 月份至 6 月份销售的月增量（单位：万辆）折线统计图如下.

注：月增量＝当月的销售量﹣上月的销售量，月增长率＝$\frac{\text{月增长量}}{\text{上月的销售量}}$×100%．例如，8 月份的销售量为 2 万辆，9 月份的销售量为 2.4 万辆，那么 9 月份销售的月增量为 2.4﹣2＝0.4（万辆），月增长率为 20%.

（1）下列说法正确的是 <u>*B*</u> .

A.2 月份的销售量为 0.4 万辆

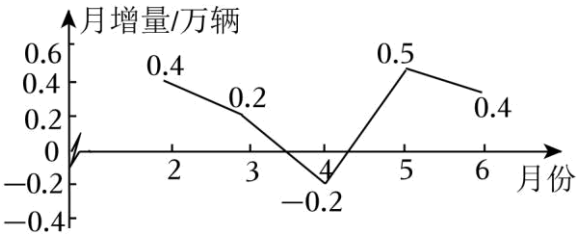
B.2 月份至 6 月份销售的月增量的平均数为 0.26 万辆

C.5 月份的销售量最大

D.5 月份销售的月增长率最大

（2）6 月份的销售量比 1 月份增加了 <u>1.3</u> 万辆.

（3）2 月份至 4 月份的月销售量持续减少，你同意这种观点吗？说明理由.



【分析】（1）根据相关概念和数据进行逐项分析即可；

（2）设 1 月份销售量为 x，求出 6 月份的销售量，作差即可；

（3）根据月增长量的意义进行分析即可得到答案.

【解答】解：（1）A．∵月增量＝当月的销售量一上月的销售量，不知道 1 月份的销售量，

∴无法得到 2 月份的销售量，故选项错误，不合题意；

B．∵（0.4+0.2﹣0.2+0.5+0.4）÷5＝0.26，

∴2 月份至 6 月份销售的月增量的平均数为 0.26 万辆，

故选项正确，符合题意；

C．∵6 月份的月增量为 0.4＞0，

∴5 月份的销售量小于 6 月份的销售量，

即 5 月份的销售量不是最大，故选项错误，不合题意；

D．因为不知道 1 月份的销售量，无法求得各月的销售量，无法计算月增长率，则不能判断 5 月份销售的月增长率最大，故选项错误，不合题意；

故答案为：B；

（2）设 1 月份销售量为 x 可得：

x+0.4+0.2﹣0.2+0.5+0.4＝x+1.3，

∴x+1.3﹣x＝1.3，

∴增加了 1.3 万辆；

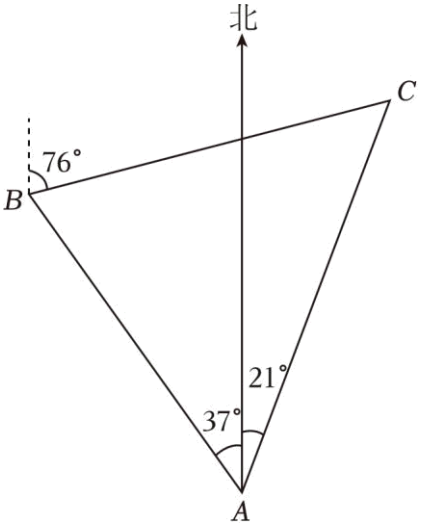
故答案为：1.3；

（3）不同意这种观点，理由如下：月增长量为正，即当月销售量比上月增加，月增长量为负，即当月销售量比上月减少，3 月份增长量为 0.2＞0，即 3 月份相比 2 月份销售量增加，4 月份增长量为﹣0.2＜0，即 4 月份相比 3 月份销售量减少，即销售量不是持续减少.

【点评】此题考查了折线统计图以及算术平均数，正确记忆相关知识点是解题关键.

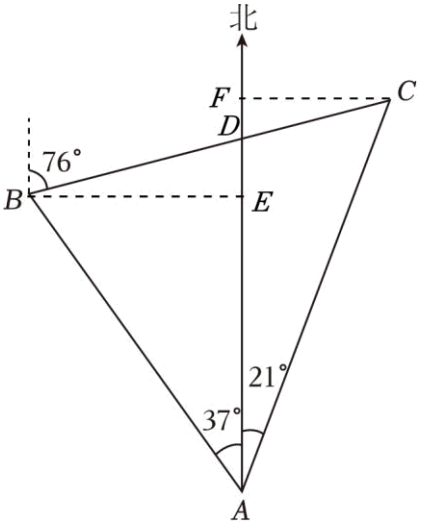
23.（8 分）如图，港口 B 位于港口 A 的北偏西 37° 方向，港口 C 位于港口 A 的北偏东 21° 方向，港口 C 位于港口 B 的北偏东 76° 方向．一艘海轮从港口 A 出发，沿正北方向航行．已知港口 B 到航线的距离为 12km，求港口 C 到航线的距离.

（参考数据：tan21°≈$\frac{8}{21}$，tan37°≈$\frac{3}{4}$，tan76°≈4.）



【分析】设 BC 交航线于点 D，过点 B 作 $BE\perp AD$ 于点 E，过点 C 作 $CF\perp AD$ 于点 F，由锐角三角函数定义求出 DE、AE 的长，设 $CF=xkm$，再由锐角三角函数定义求出 $DF\approx\frac{1}{4}xkm$，则 $AF=(19+\frac{1}{4}x)km$，然后由锐角三角函数定义列出方程，解方程即可．

【解答】解：如图，设 BC 交航线于点 D，过点 B 作 $BE\perp AD$ 于点 E，过点 C 作 $CF\perp AD$ 于点 F，



则 $\angle BDE=\angle CDF=76°$，$BE=12km$，

由题意知：$\angle BAE=37°$，$\angle CAF=21°$，

∵$\tan\angle BDE=\frac{BE}{DE}$，

∴$DE=\frac{BE}{tan76°}\approx\frac{12}{4}=3(km)$，

∵$\tan\angle BAE=\frac{BE}{AE}$，

∴$AE=\frac{BE}{tan37°}\approx\frac{12}{\frac{3}{4}}=16$（$km$），

设 $CF=xkm$，

∵$\tan\angle CDF=\frac{CF}{DF}=\tan76°\approx4$，

∴$DF\approx\frac{1}{4}CF=\frac{1}{4}x$（$km$），

∴$AF=AE+DE+DF=16+3+x=(19+\frac{1}{4}x)$（$km$），

∵$\tan\angle CAF=\frac{CF}{AF}=\tan21°\approx\frac{8}{21}$，

∴$CF\approx\frac{8}{21}AF$，

即 $x\approx\frac{8}{21}(19+\frac{1}{4}x)$，

解得：$x\approx8$，

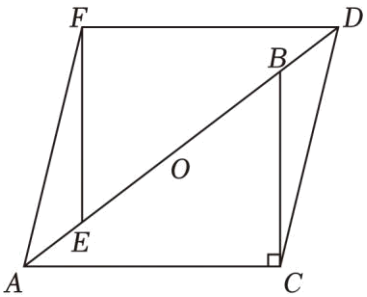
答：港口 C 到航线的距离约为 $8km$.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用—方向角问题，熟练掌握锐角三角函数，正确作出辅助线构造直角三角形是解题的关键.

24.（8 分）如图，在 Rt△ABC 中，$\angle ACB=90°$，O 是 AB 上一点，△DEF 和△ABC 关于点 O 对称，连接 AF，CD.

（1）求证：四边形 $ACDF$ 是平行四边形；

（2）已知 $AC=4$，$BC=3$，求四边形 $ACDF$ 是菱形时 AO 的长.



【分析】（1）证明 $DF=AC$，$DF\parallel AC$ 即可；

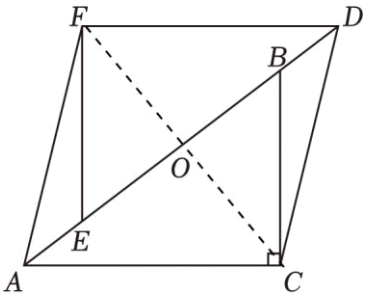
（2）利用勾股定理求出 AB，再利用面积法求出 OC，利用勾股定理求 AO 即可.

【解答】（1）证明：∵△DEF 和△ABC 关于点 O 对称，

∴$DF=AC$，$DF\parallel AC$，

∴四边形 $ACDF$ 是平行四边形；

（2）解：连接 CF 交 AD 于点 O.



∵∠ACB=90°，AC=4，BC=3，

∴AB=$\sqrt{AC^2+BC^2}$=$\sqrt{4^2+3^2}$=5，

∵四边形 $ACDF$ 是菱形，

∴CF⊥AD，

∵$\frac{1}{2}$•AC•CB=$\frac{1}{2}$•AB•CO，

∴CO=$\frac{12}{5}$，

∴AO=$\sqrt{AC^2-OC^2}$=$\sqrt{4^2-(\frac{12}{5})^2}$=$\frac{16}{5}$.

【点评】本题考查中心对称，平行四边形的判定和性质，菱形的性质，解题的关键是理解题意，灵活运用所学知识解决问题.

25.（9 分）已知二次函数 y=ax^2+bx+c 的图象经过点（1，2），它的顶点（m，n）在函数 y=x^2 的图象上.

（1）当 n 取最小值时，a=__2__ .

（2）用含 m 的代数式表示 a.

（3）已知点 A（﹣2，y_1），B（﹣1，y_2），C（2，y_3）都在函数 y=ax^2+bx+c 的图象上，当 y_2<y_1<y_3 时，结合函数的图象，直接写出 m 的取值范围.

【分析】（1）将顶点（m，n）代入函数 y=x^2 中，将函数转化为 y=a（x﹣m）^{2}+m^2，求出 a 的最小值；

（2）将（1，2）代入，得出 a 的代数式；

（3）分开口向上和开口向下进行讨论，分别画出图象得出结论.

【解答】解：（1）∵二次函数的顶点（m，n）在 y=x^2 上，

∴n=m^2，

∴设二次函数为 y=a（x﹣m）^{2}+m^2，

当 n 取最小值时，m=0，此时 a=2，

故答案为：2；

（2）∵图象经过点（1，2），

∴2=a（1﹣m）^{2}+m^2，

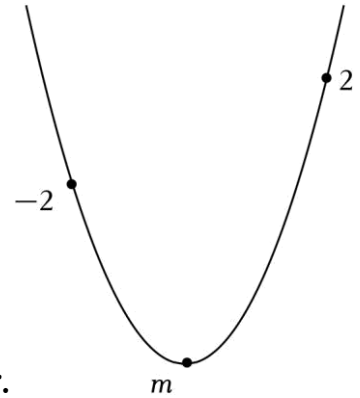
化简得：$a=\frac{2-m^2}{m^2-2m+1}$（$m\neq1$ 且 $m\neq\pm\sqrt{2}$）；

（3）①当开口向上时，

$2-m^2>0$，

$\therefore-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$，

$\therefore-2<m<2$，



$\therefore$

$\because y_2<y_1<y_3$，

$\therefore|-1-m|<m-(-2)<2-m$，

解得：$-\frac{3}{2}<m<0$，

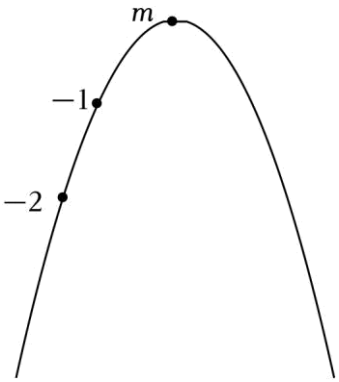
$\because-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$，

$\therefore-\sqrt{2}<m<0$；

②当开口向下时，

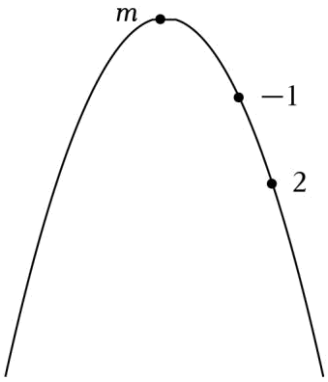
$\therefore m>\sqrt{2}$或$m<-\sqrt{2}$，

当$m>\sqrt{2}$时，



此时，$y_1<y_2$，不合题意，

当$m<-\sqrt{2}$时，



此时，$y_3<y_2$，不合题意，

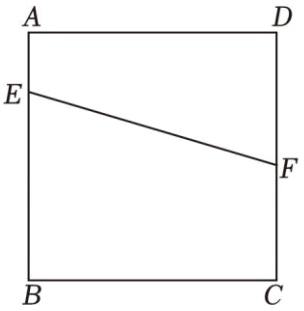
综上所述：$-\sqrt{2}<m<0$.

【点评】本题考查了二次函数的性质，二次函数图象上点的特征，正确画出图象是解题的关键.

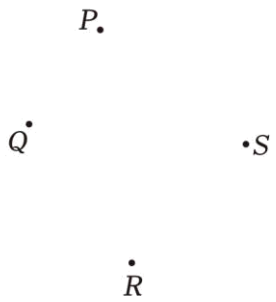
26.（8 分）（1）如图（1），点 E，F 分别在正方形 $ABCD$ 边 AB，CD 上，连接 EF．求作 GH，使点 G，H 分别在边 BC，AD 上（均不与顶点重合），且 $GH\perp EF$.

（2）已知点 P，Q，R，S 的位置如图（2）所示，若它们分别在一个正方形的四条边上，用两种不同的方法求作该正方形过点 P 的边所在的直线.

要求：①用直尺和圆规作图；②保留作图的痕迹，写出必要的文字说明.



(1)



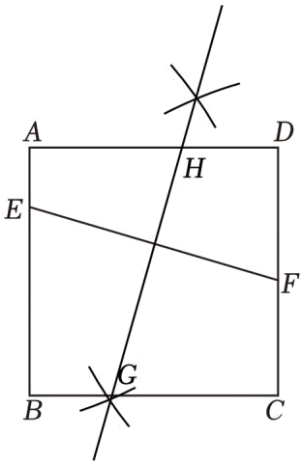
(2)

【分析】（1）作 EF 的中垂线即可；

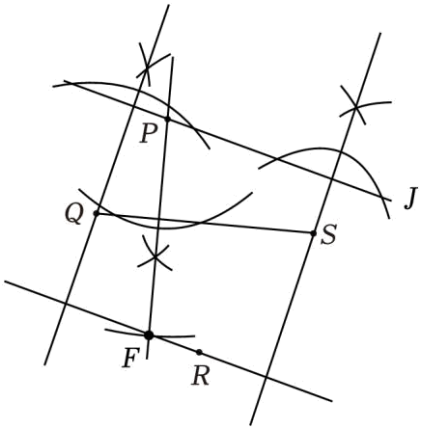
（2）方法一：如图，连接 QS，过点 P 作 $PF\perp QS$，取 $PF=QS$，连接 FR，作 $PJ/\!/FR$，则 PJ 为正方形点 P 的边所在的直线，过点 Q 作 PJ 垂线，过点 S 作 PJ 垂线，所得的四边形为 P，Q，R，S 所在的正方形；

方法二：连接 PS，QR，作以 PS，QR 为直径的圆，两条中垂线交各自的圆于点 M，点 N，连接 MN 交两圆于点 H，点 K，过点 Q 作 PH 直线的垂线 QL，过点 R 作 SH 直线的垂线 RT，四边形 $LKTH$ 是 R，Q，P，S 所在的正方形，LH 为该正方形点 P 的边所在的直线.

【解答】解：（1）如图，分别以点 E，F 为圆心，大于$\frac{1}{2}EF$为半径画弧，连接交点，交 BC 于点 G，交 AD 于点 H，点 G，H 即为所求；



（2）方法一：如图，连接 QS，过点 P 作 $PF\perp QS$，取 $PF=QS$，连接 FR，作 $PJ/\!/FR$，则 PJ 为正方形点 P 的边所在的直线，过点 Q 作 PJ 垂线，过点 S 作 PJ 垂线，所得的四边形为 P，Q，R，S 所在的正方形；



方法二：连接 PS，QR，作以 PS，QR 为直径的圆，两条中垂线交各自的圆于点 M，点 N，连接 MN 交两圆于点 H，点 K，过点 Q 作 PH 直线的垂线 QL，过点 R 作 SH 直线的垂线 RT，

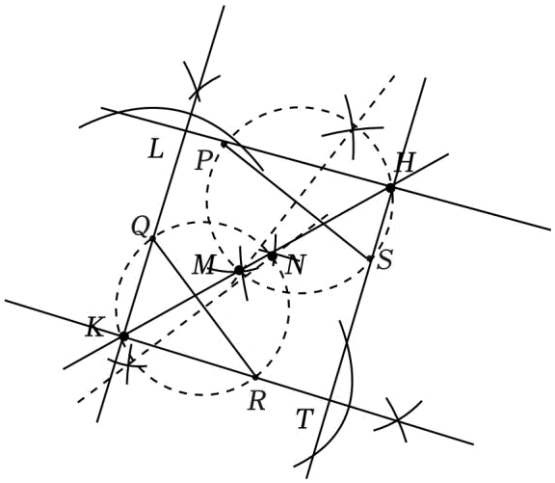
$\therefore LH\perp HT$，$QL\perp LH$，$RT\perp HT$，

$\because \angle QKR=90^\circ$，

$\therefore LQ$，RT 交于点 K，

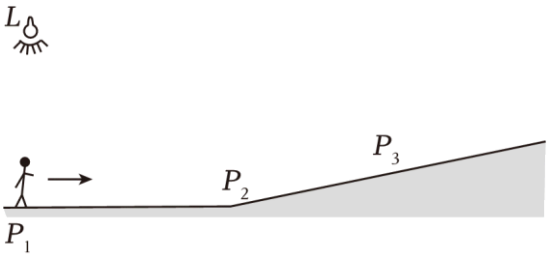
$\therefore$四边形 $LKTH$ 是 R，Q，P，S 所在的正方形，

$\therefore LH$ 为该正方形点 P 的边所在的直线.

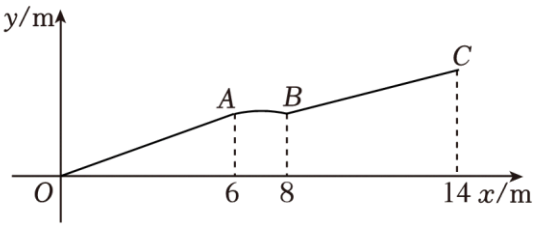


【点评】本题考查了尺规作图，正方形的性质，圆的基本性质等，掌握尺规作图是解题的关键.

27.（10 分）如图（1），夜晚，小明从路灯 L 的正下方 P_1 处出发，先沿平路走到 P_2 处，再上坡到达 P_3 处. 已知小明的身高为 $1.5m$，他在道路上的影长 y（单位：m）与行走的路程 x（单位：m）之间的函数关系如图（2）所示，其中，OA，BC 是线段，AB 是曲线.



(1)



(2)

（1）结合 P_2 的位置，解释点 A 的横坐标、纵坐标的实际意义.

（2）路灯 L 的高度是__6__ m.

（3）设 P_2P_3 的坡角为 α（$0°<\alpha<45°$）.

①通过计算：比较线段 OA 与线段 BC 的倾斜程度.

②当 α 取不同的值时，下列关于曲线 AB 的变化趋势的描述；（a）y 随 x 的增大而增大；（b）y 随 x 的增大而减小；（c）y 随 x 的增大先增大后减小；（d）y 随 x 的增大先减小后增大. 其中，所有可能出现的序号是__（a）（b）（c）__（说明：全部填对的得满分，有填错的不得分）.

【分析】（1）横坐标：小明走到灯下 $6m$ 处，纵坐标：此时影长为 $2m$，影长的顶端正好在 P_2 处；

（2）根据题意列出方程，求得路灯 L 的高度是 $6m$；

（3）①根据 A（6，2），得出 $k_{OA}=\frac{1}{3}$，根据三角函数，得出$k_{BC}=\frac{1.5}{4.5+8tan\alpha}$，再进行比较即可；

②A：小明走到灯下 $6m$ 处，影子正好顶端在 P_2 处，B：小明走到灯下 $8m$ 处，到达 P_2，当 α 取不同的值时，影长 y 可能随 x 的增大而增大或随 x 的增大而减小或随 x 的增大先增大后减小.

【解答】解：（1）由题意得：A（6，2），

横坐标：小明走到灯下 6m 处，纵坐标：此时影长为 2m，影长的顶端正好在 P_2 处；

（2）由题意得：$\frac{1.5}{2}=\frac{x}{8}$，

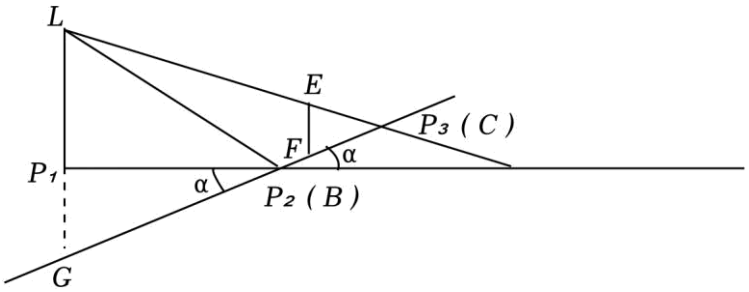
解得：x＝6，

∴路灯 L 的高度是 6m，

故答案为：6；

（3）①∵A（6，2），

∴$k_{OA}=\frac{1}{3}$，



EF 为小明在坡上任意一点，

∴此时，BF＝（x﹣8）m，影长 FC＝ym，P_1G＝8tanα m，

∵EF∥LG，

∴$\frac{EF}{LG}=\frac{CF}{CG}$，

∴$\frac{1.5}{6+8tan\alpha}=\frac{y}{CG}$，

∵cosα＝$\frac{8}{BG}$，

∴$BG=\frac{8}{cos\alpha}$，

∴$CG=y+x-8+\frac{8}{cos\alpha}$，

∴$\frac{1.5}{6+8tan\alpha}=\frac{y}{y+x-8+\frac{8}{cos\alpha}}$，

整理得：$y=\frac{1.5x}{4.5+8tan\alpha}+\frac{-12+\frac{12}{cos\alpha}}{4.5+8tan\alpha}$，

∴$k_{BC}=\frac{1.5}{4.5+8tan\alpha}$，

∵$\frac{1.5}{4.5+8tan\alpha}<\frac{1.5}{4.5}<\frac{1}{3}$，

∴k_{BC}＜k_{OA}，

∴线段 OA 的倾斜程度更大；

②A：小明走到灯下 $6m$ 处，影子正好顶端在 P_2 处，

B：小明走到灯下 $8m$ 处，到达 P_2，

可以看出 AB 段先增大后减小，

∴当 α 取不同的值时，可能出现（a）（b）（c）的情况，

故答案为：（a）（b）（c）.

【点评】本题考查了解直角三角形的应用，函数的图象等，掌握解直角三角形是解题的关键.