参考答案

2025 年南京市中考数学试卷

一、选择题（本大题共 6 小题，每小题 2 分，共 12 分.在每小题所给出的四个选项中，恰有一项是符合题目要求的，请将正确选项前的字母代号填涂在答题卡相应位置上）

1. （2 分）﹣2 的绝对值是（　　）

A. $-\frac{1}{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. ﹣2　　D. 2

【分析】利用绝对值的定义解答.

【解答】解：|﹣2|＝2.

故选：*D*.

【点评】本题考查了绝对值，解题的关键是掌握绝对值的定义.

2. （2 分）下列图形中，一定有外接圆的是（　　）

A. 三角形　　B. 四边形　　C. 五边形　　D. 六边形

【分析】根据有四边形外接圆的性质可得：四边形必须对角互补，三角形都有外接圆，即可得出答案.

【解答】解：根据有四边形外接圆的性质，四边形必须对角互补，

∴只有矩形、等腰梯形有外接圆，

∵三角形都有外接圆.

故选：*A*.

【点评】此题主要考查了四边形与三角形有外接圆的性质．注意抓住四边形必须对角互补才有外接圆是解决问题的关键．

3．（2分）要使分式$\frac{x+y}{x-y}$有意义，字母x，y须满足（　　）

A．$x\neq y$　　B．$x\neq -y$　　C．$x\geqslant y$　　D．$x\geqslant -y$

【分析】分式有意义的条件是分母不等于零，据此即可得出答案．

【解答】解：要使分式$\frac{x+y}{x-y}$有意义，

则$x-y\neq 0$，

即$x\neq y$，

故选：A．

【点评】本题考查分式有意义的条件，熟练掌握其有意义的条件是解题的关键．

4．（2分）10^{-6}的算术平方根是（　　）

A．0.0001　　B．0.001　　C．±0.0001　　D．±0.001

【分析】利用算术平方根的定义解答．

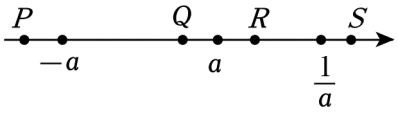
【解答】解：10^{-6}的算术平方根是$10^{-3}=0.001$，

故选：B．

【点评】本题考查了算术平方根，解题的关键是掌握算术平方根的定义．

5．（2分）实数$-a$，a，$\frac{1}{a}$在数轴上对应点的位置如图所示．下列四个点中，表示1的点可能是

（　　）



A．P　　B．Q　　C．R　　D．S

【分析】利用实数的性质与数轴知识解答.

【解答】解：由数轴图可知 $-a<a<\frac{1}{a}$,

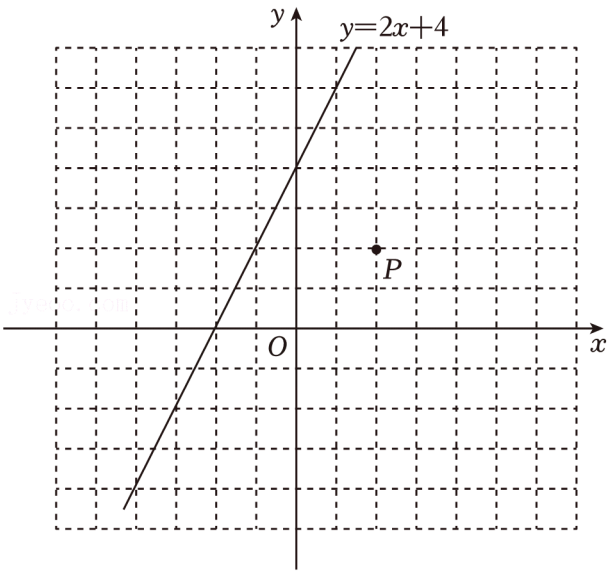
$\therefore 0<a<1<\frac{1}{a}$,

$\therefore$表示 1 的点在表示 a 的点与表示$\frac{1}{a}$的点之间，即可能是点 R.

故选：C.

【点评】本题考查了实数与数轴，解题的关键是掌握实数的性质与数轴知识.

6．（2 分）如图，在平面直角坐标系中，已知下列变换：①沿 y 轴翻折；②沿函数 $y=x+2$ 的图象翻折；③绕原点按顺时针方向旋转 45°；④绕点（1，－1）按顺时针方向旋转 90°．其中，能使函数 $y=2x+4$ 的图象经过一种变换后过点 P（2，2）的个数是（　　）



A．1　　B．2　　C．3　　D．4

【分析】逐一分析每种变换后，函数$y=2x+4$的图象是否经过点P（2，2）．

【解答】解：①点P（2，2）关于y轴的对称点为（－2，2），把$x=-2$代入$y=2x+4$得，$y=2\times(-2)+4=0\neq 2$,

∴函数$y=2x+4$的图象沿y轴翻折后不过点P（2，2）；

②设点P（2，2）关于直线$y=x+2$的对称点Q为（a，b），则点（$\frac{a+2}{2}$，$\frac{b+2}{2}$）在直线$y=x+2$上，

∴$\frac{b+2}{2}=\frac{a+2}{2}+2$,

∴$b=a+4$,

∴对称点为（a，$a+4$），

∵直线PQ与直线$y=x+2$垂直,

∴设直线PQ为$y=-x+t$,

则$\begin{cases}-2+t=2\\-a+t=a+4\end{cases}$，解得$a=0$,

∴对称点为（0，4），

当$x=0$时，$y=2x+4=4$,

∴函数$y=2x+4$的图象沿函数$y=x+2$的图象翻折后过点P（2，2）；

③点P（2，2）绕原点按逆时针方向旋转45°得到（0，$2\sqrt{2}$），

当$x=0$时，$y=2x+4=4\neq 2\sqrt{2}$,

∴函数$y=2x+4$的图象绕原点按顺时针方向旋转45°后不过点P（2，2）；

④点P（2，2）绕点（1，－1）按逆时针方向旋转90°得到（－2，0），

当$x=-2$时，$y=2x+4=0$,

∴函数$y=2x+4$的图象绕点（1，－1）按顺时针方向旋转90°过点P（2，2）；

故选：*B*.

【点评】本题考查了一次函数图象与几何变换，一次函数图象上点的坐标特征，运用逆向思维解答是本题的关键.

二、填空题（本大题共10小题，每小题2分，共20分.请把答案填写在答题卡相应位置上）

7. （2分）已知一组数据8，10，12，9，11，这组数据的平均数是__10__ .

【分析】只要运用求平均数公式，即可求出.

【解答】解：（8+10+12+9+11）÷5＝10,

故答案为：10.

【点评】本题考查的是平均数的求法，熟记公式是解决本题的关键.

8. （2 分）若等腰三角形的周长为 12，则它的腰长可以是 5（答案不唯一） （写出一个即可）.

【分析】可令等腰三角形的腰长为 x，底长为 y，结合等腰三角形的性质及三角形三边的关系即可解决问题.

【解答】解：设腰长为 x，底长为 y，

则 $2x+y=12$，

所以 $y=12-2x$.

根据三角形三边的关系可知，

$x+x>12-2x$，$x-x<12-2x$，

所以 $3<x<6$，

故答案为：5（答案不唯一）.

【点评】本题主要考查了等腰三角形的性质及三角形三边关系，熟知等腰三角形的性质及三角形三边关系是解题的关键.

9. （2 分）计算$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{12}-\sqrt{8})$的结果是 2 .

【分析】先利用乘法法则，再化简二次根式，最后加减.

【解答】解：$(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{12}-\sqrt{8})$

$=\sqrt{3}\times\sqrt{12}-\sqrt{3}\times\sqrt{8}+\sqrt{2}\times\sqrt{12}-\sqrt{2}\times\sqrt{8}$

$=\sqrt{36}-\sqrt{24}+\sqrt{24}-\sqrt{16}$

$=6-4$

$=2$.

故答案为：2.

【点评】本题考查了二次根式，掌握二次根式的乘法法则是解决本题的关键.

10. （2分）已知$x=2$是方程$\frac{1}{x-a}+\frac{2a}{a-x}=1$的解，则$a$的值是_____.

【分析】将原方程去分母后把$x=2$代入解得a的值即可.

【解答】解：原方程去分母得：$1-2a=x-a$,

∵$x=2$是该方程的解,

∴$1-2a=2-a$,

解得：$a=-1$,

故答案为：-1.

【点评】本题考查分式方程的解，熟练掌握其意义是解题的关键.

11. （2分）设方程$x^2+2x-9=0$的正根介于整数m与$m+1$之间，则$m=$_____.

【分析】利用配方法解出x的方程后利用夹逼法求得正根在哪两个连续整数之间即可.

【解答】解：$x^2+2x-9=0$,

移项得：$x^2+2x=9$,

配方得：$x^2+2x+1=9+1$,

即$(x+1)^2=10$,

直接开平方得：$x+1=\pm\sqrt{10}$,

解得：$x_1=\sqrt{10}-1$，$x_2=-\sqrt{10}-1$,

∵$9<10<16$,

∴$3<\sqrt{10}<4$,

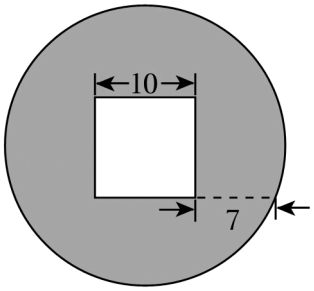
∴$2<\sqrt{10}-1<3$,

则$m=2$,

故答案为：2.

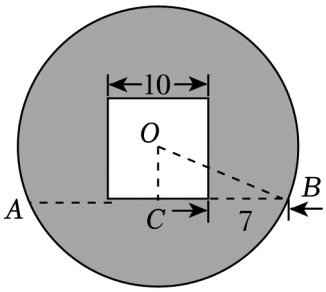
【点评】本题考查解一元二次方程，估算无理数的大小，熟练掌握解方程的方法是解题的关键.

12. （2分）一枚圆形古钱币的正中间是一个正方形孔，它的部分尺寸（单位：mm）如图，这枚古钱币的半径为__0.013__ m.



【分析】如图，设圆心为O，过点O作$OC\perp AB$于点C，连接OB．利用勾股定理求解.

【解答】解：如图，设圆心为 O，过点 O 作 $OC\perp AB$ 于点 C，连接 OB.



由题意 $OC=5$，$CB=5+7=12$，

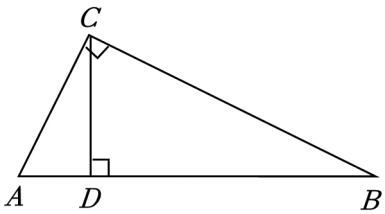
$\therefore OB=\sqrt{OC^2+BC^2}=\sqrt{5^2+12^2}=13$（$mm$）$=0.013$（$m$）.

故答案为：0.013.

【点评】本题考查正多边形与圆，垂径定理，勾股定理，解题的关键是掌握相关知识解决问题.

13. （2 分）如图，在 Rt$\triangle ABC$ 中，$\angle ACB=90°$，CD 是边 AB 上的高，$\frac{AD}{CD}=\frac{1}{2}$，则$\frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}}$的值是__$\frac{1}{5}$__

.



【分析】证明$\triangle ACD\backsim\triangle ABC$，根据相似三角形的面积比等于相似比的平方求解.

【解答】解：$\because\frac{AD}{CD}=\frac{1}{2}$,

$\therefore$设 $AD=k$，$CD=2k$,

$\therefore AC=\sqrt{k^2+4k^2}=\sqrt{5}k$,

$\therefore \frac{AD}{AC}=\frac{\sqrt{5}}{5}$,

$\because \angle ACD+\angle BCD=\angle B+\angle BCD=90°$,

$\therefore \angle ACD=\angle B$,

又$\because \angle A=\angle A$,

$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle ABC$,

$\therefore \frac{S_{\triangle ACD}}{S_{\triangle ABC}}=(\frac{AD}{AC})^2=\frac{1}{5}$.

故答案为：$\frac{1}{5}$.

【点评】本题考查了相似三角形的判定与性质，熟记相似三角形的面积比等于相似比的平方是解题的关键.

14. （2分）已知反比例函数$y=\frac{6}{x}$，则当$1\leqslant x\leqslant 3$时，$\frac{y}{x}$的最小值是__$\frac{2}{3}$__ .

【分析】根据函数的增减性求解即可.

【解答】解：将反比例函数$y=\frac{6}{x}$代入$\frac{y}{x}$中，

可得：$y=\frac{6}{x^2}$，

$\because 1\leqslant x\leqslant 3$，

当x增大时，x^2也随之增大，$\frac{6}{x^2}$则随之减小，

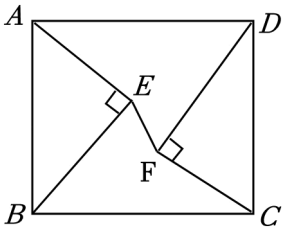
因此，$\frac{6}{x^2}$在$x=3$时取得最小值，代入计算，

得$\frac{6}{3^2}=\frac{2}{3}$,

故答案为：$\frac{2}{3}$.

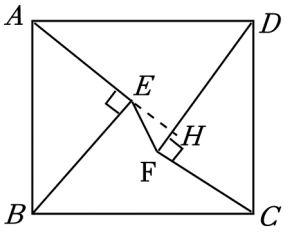
【点评】本题考查反比例函数的性质，解题的关键是熟练运用相关性质.

15. （2 分）如图，点 E，F 在矩形 $ABCD$ 内，Rt△ABE≌Rt△CDF．若 AB＝25，AD＝30，AE＝15，则 EF 的长为__$\sqrt{85}$__ ．



【分析】延长 AE 交 DF 于点 H，利用勾股定理和全等三角形的性质得到 AE＝CF＝15，BE＝DF＝20，∠BAE＝∠DCF，利用相似三角形的判定与性质求得 AH＝24，DH＝18，再利用勾股定理解答即可.

【解答】解：延长 AE 交 DF 于点 H，如图，



在 Rt△ABE 中，$BE=\sqrt{AB^2-AE^2}=\sqrt{25^2-15^2}=20$,

∵Rt△ABE≌Rt△CDF,

∴AE＝CF＝15，BE＝DF＝20，∠BAE＝∠DCF,

∵∠BAE+∠DAE＝90°，∠DCF+∠FDC＝90°,

∴∠DAE＝∠FDC,

∵∠FDC+∠ADF＝90°,

∴∠DAE+∠ADF＝90°,

∴∠AHD＝90°,

∴∠AHD＝∠DFC＝90°,

∵∠DAE＝∠FDC,

∴△AHD∽△DFC,

∴$\frac{AD}{DC}=\frac{AH}{DF}=\frac{DH}{CF}$,

∴$\frac{30}{25}=\frac{AH}{20}=\frac{DH}{15}$,

∴AH＝24，DH＝18,

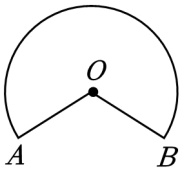
∴EH＝AH﹣AE＝9，FH＝DF﹣DH＝2,

∴$EF=\sqrt{EH^2+FH^2}=\sqrt{9^2+2^2}=\sqrt{85}$.

故答案为：$\sqrt{85}$.

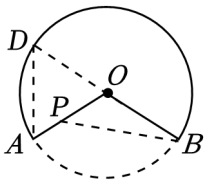
【点评】本题主要考查了正方形的性质，全等三角形的性质，直角三角形的性质，勾股定理，相似三角形的判定与性质．熟练掌握上述定理与性质是解题的关键.

16．（2 分）如图，扇形 OAB 的圆心角为 260°，若点 P 在该扇形内，则∠APB 的度数的范围是 <u>　50°≤∠APB＜140°　</u>．



【分析】延长 BO 交⊙O 于点 D，设点 P 在 OA 上，连接 BP，AD，依题意得∠AOB＝100°，则∠AOB＝80°，根据圆周角定理得∠D＝50°，∠B＜40°，由此得∠APB＜140°，∠APB＞∠AOB＞∠D＝50°，则 50°＜∠APB＜140°，再根据点 P 在该扇形内即可得出∠APB 的取值范围.

【解答】解：延长 BO 交⊙O 于点 D，设点 P 在 OA 上，连接 BP，AD，如图 1 所示：



依题意得：∠AOB＝100°，

∴∠AOD＝180°－∠AOB＝80°，

根据圆周角定理得：∠D＝50°，∠B＜40°，

∴∠APB＜∠B+∠AOB，即∠APB＜140°，

又∵∠APB＞∠AOB＞∠D，

∴∠APB＞50°，

∵50°＜∠APB＜140°，

∵点 P 在该扇形内，

∴50°＜∠APB＜140°.

故答案为：$50°<\angle APB<140°$.

【点评】此题主要考查了圆周角定理，熟练掌握圆周角定理，三角形的外角性质是解决问题的关键.

三、解答题（本大题共 11 小题，共 88 分，请在答题卡指定区域内作答，解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

17. （7 分）解不等式组$\begin{cases}2x-1>3\\ x+2<4x-1\end{cases}$.

【分析】分别求出每个不等式的解集，再取它们的公共部分即可得解.

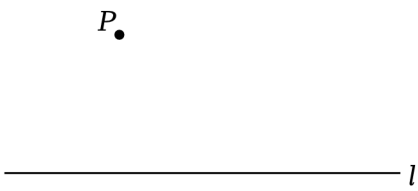
【解答】解：解不等式 $2x-1>3$ 得：$x>2$,

解不等式 $x+2<4x-1$ 得，$x>1$.

∴原不等式组的解集为：$x>2$.

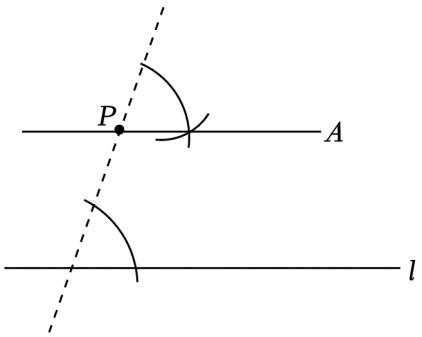
【点评】本题考查的是解一元一次不等式组．熟练掌握该知识点是关键.

18. （7 分）尺规作图：如图，点 P 在直线 l 外，过点 P 作与直线 l 平行的直线.



【分析】利用同位角相等，两直线平行作出图形即可.

【解答】解：如图，直线 PA 即为所求.



【点评】本题考查作图－复杂作图，平行线的判定，解题的关键是熟练掌握五种基本作图.

19. （8分）某商店销售两种饮料，A饮料“满三免一”（即每买3杯只需付2杯的钱），B饮料满5杯按8折销售．小丽买了A，B饮料各1杯，用了20元；小明买了3杯A饮料和5杯B饮料，用了56元．A，B两种饮料每杯分别是多少元?

【分析】设每杯A饮料x元，每杯B饮料y元，根据“小丽买了A，B饮料各1杯，用了20元；小明买了3杯A饮料和5杯B饮料，用了56元”，可列出关于x，y的二元一次方程组，解之即可得出结论.

【解答】解：设每杯A饮料x元，每杯B饮料y元，

根据题意得：$\begin{cases} x+y=20 \\ 2x+5\times 0.8y=56 \end{cases}$，

解得：$\begin{cases} x=12 \\ y=8 \end{cases}$.

答：每杯A饮料12元，每杯B饮料8元.

【点评】本题考查了二元一次方程组的应用，找准等量关系，正确列出二元一次方程组是解题的关键.

20. （7分）已知$a<b<0$，试比较$\frac{1}{a^2}$与$\frac{1}{b^2}$的大小.

【分析】利用分式的加减运算计算并比较大小.

【解答】解：∵$a<b<0$，即$|a|>|b|$，

∴$a^2>b^2>0$，

∴$\frac{1}{a^2}=\frac{b^2}{a^2b^2}$，$\frac{1}{b^2}=\frac{a^2}{a^2b^2}$，

∵$a^2>b^2>0$，

∴$\frac{b^2}{a^2b^2}<\frac{a^2}{a^2b^2}$，

∴$\frac{1}{a^2}<\frac{1}{b^2}$.

【点评】本题考查了分式的加减运算，数的大小比较，解题的关键是掌握分式的加减运算法则，数的大小比较方法.

21．（8分）甲袋子中装有2个相同的小球，它们分别写有数字1和3，乙袋子中装有3个相同的小球，它们分别写有数字1，2和4．先从甲袋子中随机取出1个小球，再从乙袋子中随机取出2个小球.

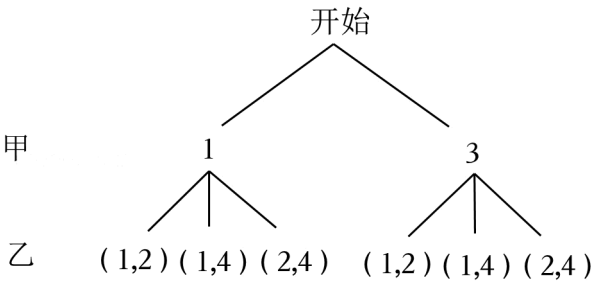
（1）取出的3个小球上所写数字没有4的概率是$\frac{1}{3}$；

（2）取出的3个小球上所写数字都不相同的概率是多少?

【分析】（1）画树状图可得出所有等可能的结果数以及取出的3个小球上所写数字没有4的结果数，再利用概率公式可得出答案.

（2）由树状图可得取出的3个小球上所写数字都不相同的结果数，再利用概率公式可得出答案.

【解答】解：（1）画树状图如下：



共有 6 种等可能的结果，其中取出的 3 个小球上所写数字没有 4 的结果有 2 种，

∴取出的 3 个小球上所写数字没有 4 的概率为$\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

故答案为：$\frac{1}{3}$.

（2）由树状图可知，取出的 3 个小球上所写数字都不相同的结果有 4 种，

∴取出的 3 个小球上所写数字都不相同的概率为$\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$.

【点评】本题考查列表法与树状图法、概率公式，熟练掌握列表法与树状图法以及概率公式是解答本题的关键.

22. （7 分）某校准备从甲、乙两名学生中选拔一名参加跳远比赛，共进行了 3 次测试，每次各跳远 3 次，统计成绩如下表（单位：m）.

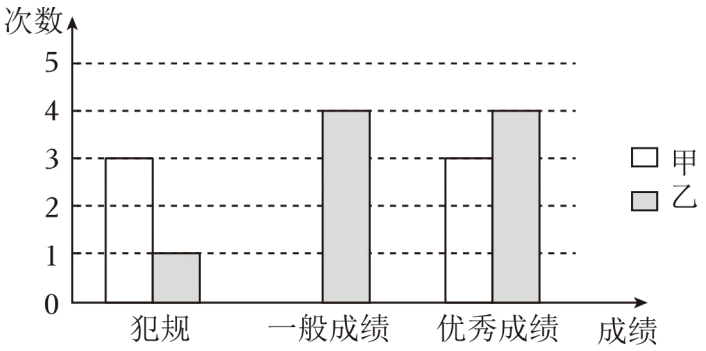
	第 1 次测试			第 2 次测试			第 3 次测试		
甲	×	4.82	5.36	5.56	6.15	×	5.81	×	5.78
乙	4.65	5.76	5.53	5.67	×	5.90	5.30	6.05	5.86

注：×表示犯规.

将上述成绩分成“犯规”“一般成绩”“优秀成绩”三类，其中，5.75m 以下为“一般成绩”，5.75m

及以上为“优秀成绩”，并绘制条形统计图.

（1）补全条形统计图.

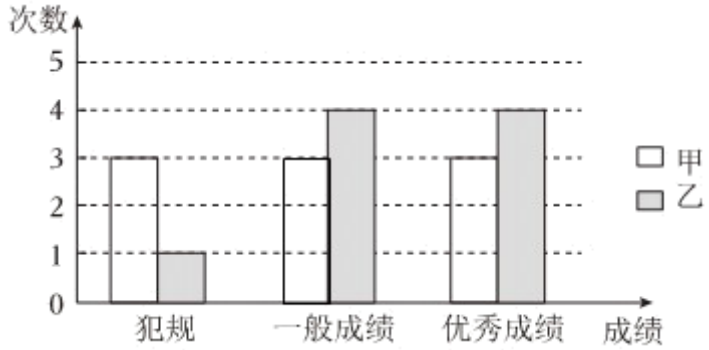


（2）你认为哪名学生参加跳远比赛较为合适？为什么？

【分析】（1）根据甲一般成绩有 3 次，即可补全条形统计图；

（2）根据条形统计图判断即可.

【解答】解：（1）补全条形统计图如下：



（2）乙参加跳远比赛较为合适，

理由：根据条形统计图可知，乙的一般成绩和优秀成绩都比甲多，并且犯规的次数也少，所以乙参加跳远比赛较为合适.

【点评】本题考查的是条形统计图，读懂统计图，从统计图中得到必要的信息是解决问题的关键.

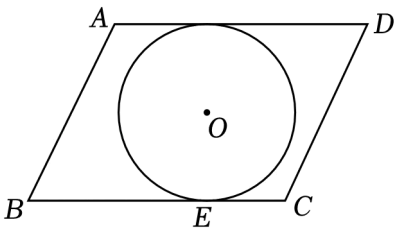
23. （8 分）如图，O 是▱$ABCD$ 的对称中心，BC 与⊙O 相切于点 E.

（1）求证：直线 AD 是⊙O 的切线.



选择其中一位同学的想法，完成证明.

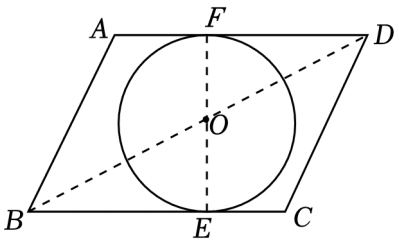
（2）当 AB 与⊙O 相切时，▱$ABCD$ 是菱形吗？说明理由.



【分析】（1）如图，连接 BD，OE，延长 EO 交 AD 与 F，判定△DOF≌△BOE（AAS），推出 OF＝OE，由切线的性质推出 OE⊥BC，由平行线的性质推出 OF⊥AD，即可证明直线 AD 是⊙O 的切线.

（2）设 AB 与⊙O 相切于 H，连接 OH，OE，BD，由角平分线性质定理的逆定理推出∠ABD＝∠CBD，由平行线的性质推出∠CBD＝∠ADB，得到∠ABD＝∠ADB，因此 AB＝AD，判定▱$ABCD$ 是菱形.

【解答】（1）证明：如图，连接 BD，OE，延长 EO 交 AD 与 F，



∵O 是▱$ABCD$ 的中心,

∴BD 过点 O，$OB=OD$,

∵$AD\parallel BC$,

∴$\angle ODF=\angle OBE$，$\angle DFO=\angle BEO$,

∴$\triangle DOF\cong\triangle BOE$（$AAS$），

∴$OF=OE$,

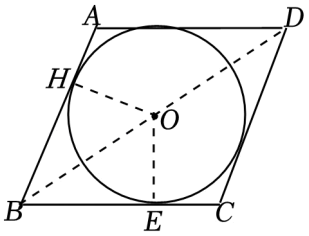
∵BC 与⊙O 相切于点 E,

∴$OE\perp BC$,

∴$OF\perp AD$,

∴直线 AD 是⊙O 的切线.

（2）解：如图，▱$ABCD$ 是菱形，理由如下：



设 AB 与⊙O 相切于 H，连接 OH，OE，BD,

∵点 O 是▱$ABCD$ 的中心，

∴BD 过点 O，

∵BC 与⊙O 相切于 E，

∴$OH \perp AB$，$OE \perp BC$，

∵$OH = OE$，

∴BD 平分∠ABC，

∴∠ABD = ∠CBD，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD \parallel BC$，

∴∠CBD = ∠ADB，

∴∠ABD = ∠ADB，

∴$AB = AD$，

∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴▱$ABCD$ 是菱形．

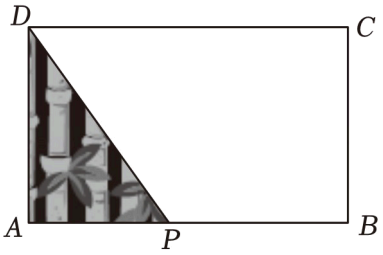
【点评】本题考查菱形的判定，切线的判定和性质，平行四边形的性质，中心对称，直线与圆的位置关系，关键是掌握切线的判定方法，菱形的判定方法．

24．（8 分）如图，在长方形电子屏 $ABCD$ 中，$AB = 8m$，$AD = 5m$，一条公益广告画面的动态效果设计如

下：动点 P 从点 A 出发沿边 AB，BC 以 $2m/s$ 的速度向点 C 运动，随着 DP 的移动，画面逐渐展开.

（1）写出展开的画面面积 S（单位：m^2）关于点 P 的运动时间 t（单位：s）的函数表达式；

（2）当展开的画面面积达到电子屏面积的$\frac{1}{4}$时开始播放广告语，播放时间持续 $3s$，求播放结束时展开的画面面积.



【分析】（1）当 $0\leqslant t\leqslant 4$ 时，展开的画面面积 S 就是△APD 的面积；当 $4<t\leqslant 6.5$ 时，S＝矩形 $ABCD$ 的面积 - △CPD 的面积；

（2）先根据展开的画面面积达到电子屏面积的$\frac{1}{4}$时开始播放广告语，计算展开的画面面积＝10，再分别代入（1）中的关系式可得 t 的值，计算总时间，即可解答.

【解答】解：（1）如图 1，当 $0\leqslant t\leqslant 4$ 时，$S=S_{\triangle APD}=\frac{1}{2}AP\times AD=\frac{1}{2}\times 2t\times 5=5t$,

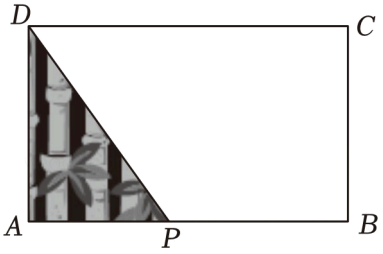


图1

如图 2，当 $4<t\leqslant 6.5$ 时，$S=5\times 8-\frac{1}{2}\times 8\times(13-2t)=8t-12$；

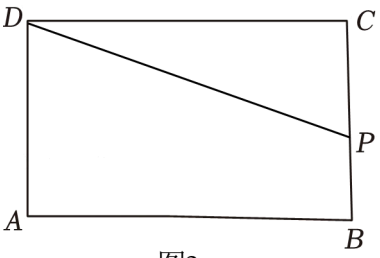


图2

综上，S（单位：m^2）关于点P的运动时间t（单位：s）的函数表达式为：$S=\begin{cases}5t(0\le t\le 4)\\8t-12(4<t\le 6.5)\end{cases}$；

（2）$S=\frac{1}{4}\times 5\times 8=10$,

当$5t=10$时，$t=2$,

$S=8（3+2）-12=28$,

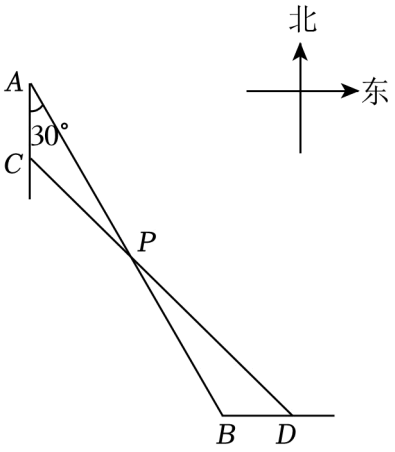
当$8t-12=10$时，$t=\frac{11}{4}<4$（不符合题意），

答：播放结束时展开的画面面积是$28m^2$.

【点评】本题主要考查一次函数的应用，图形面积，正确理解题意是解题的关键.

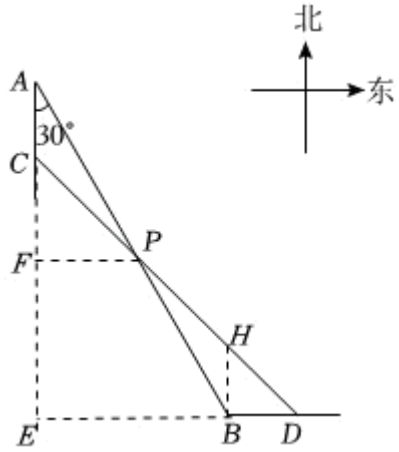
25. （8分）如图，码头B位于码头A的南偏东30°方向，A，B之间的距离为40km，灯塔P在AB的中点处．轮船甲从A出发，沿正南方向航行，轮船乙从B出发，沿正东方向航行．当甲航行到C处时，乙航行了相同的距离到达D处，此时，C，P，D三点恰好在一条直线上．求甲航行的距离AC.

（参考数据：$\sqrt{3}\approx 1.73$）



【分析】延长 AC，DB 交点为 E，过点 P 作 $PF\perp AE$ 于点 F，过 B 作 $BH\perp BD$ 交 CD 于点 H．设 $AC=BD=xkm$，根据题意可得 $20\sqrt{3}-x=20+x$，解方程得出答案.

【解答】解：如图，延长 AC，DB 交点为 E，过点 P 作 $PF\perp AE$ 于点 F，过 B 作 $BH\perp BD$ 交 CD 于点 H.



由题意得，$\angle E=90°$，$\angle PFA=90°$，$\angle HBD=90°$，

$\because A$，B 之间的距离为 $40km$，P 在 AB 的中点处，

$\therefore AP=PB=20km$，

$\because$ Rt$\triangle APF$ 中，$\angle A=30°$，

∴$PF=10km$，$AF=\sqrt{20^2-10^2}=10\sqrt{3}$（$km$），

∵$PF\parallel DE$，P 为 AB 中点，

∴F 为 AE 的中点，即 $AE=20\sqrt{3}km$，$BE=20km$，

设 $AC=BD=xkm$，

∵$AC\parallel BH$，

∴$\angle A=\angle PBH$，

在△APC 和△BHP 中$\begin{cases}\angle A=\angle PBH\\ AP=BP\\ \angle APC=\angle BPH\end{cases}$，

∴△APC≌△BPH（ASA），

∴$AC=BH$，

∴$BD=BH$，

∴$\angle HDB=45°$，

∴△CED 中，$CE=ED$，

∴$20\sqrt{3}-x=20+x$，

解得 $x=10\sqrt{3}-10\approx 7.3$，

答：甲航行的距离 AC 约为 $7.3km$.

【点评】本题考查的是解直角三角形的应用－方向角问题，掌握锐角三角函数的定义，理解方向角的

概念是解题的关键.

26. （9 分）（1）将函数 $y=-x^2+2$ 的图象向右平移 2 个单位长度，平移后的函数图象与 y 轴交点的纵坐标是____－2____.

（2）平移函数 $y=-x^2+2$ 的图象，在这个过程中，它的顶点都在一次函数 $y=kx+2$ 的图象上．设平移后的函数图象的顶点 P 的横坐标为 m，与 y 轴交点的纵坐标为 n，n 随 m 的变化而变化.

①若 $k=2$，当 $0\leqslant m\leqslant 3$ 时，求 n 的取值范围.

②设函数 $y=kx+2$ 的图象与 x 轴、y 轴的交点分别为 A，B，点 P 在线段 AB 上．当 k 取不同值时，下列关于 n 的变化趋势的描述：（a）n 随 m 的增大而增大；（b）n 随 m 的增大而减小；（c）n 随 m 的增大先增大后减小；（d）n 随 m 的增大先减小后增大．其中，所有可能出现的序号是____（a）（b）____（说明：全部填对的得满分，有填错的不得分）.

【分析】（1）根据“左加右减”的原则写出新直线解析式，由解析式求得平移后的图象与 y 轴交点的坐标.

（2）由题意平移后的函数解析式为 $y=-(x-m)^2+km+2$，则 $n=-m^2+km+2$,

①若 $k=2$，则 $n=-m^2+2m+2=-(m-1)^2+3$，利用二次函数的增减性即可求解;

②求得线段的两个端点，分两种情况讨论，利用二次函数的性质判断即可.

【解答】解：（1）由“左加右减”的原则可知，将函数 $y=-x^2+2$ 的图象向右平移 2 个单位长度，所

得函数的解析式为$y=-(x-2)^2+2$,

令$x=0$，则$y=-2$，即平移后的图象与y轴交点的坐标为（0，-2）.

故答案为：-2;

（2）∵平移函数$y=-x^2+2$的图象，在这个过程中，它的顶点都在一次函数$y=kx+2$的图象上，设平移后的函数图象的顶点P的横坐标为m

则平移后的得到为（m，$km+2$），

∴平移后的函数解析式为$y=-(x-m)^2+km+2$,

当$x=0$时，与y轴交点的纵坐标$n=-m^2+km+2$,

①若$k=2$，则$n=-m^2+2m+2=-(m-1)^2+3$,

∴n是关于m的二次函数，二次函数的开口向下，对称轴为直线$m=1$,

∵$m=3$时，$n=-(3-1)^2+3=-1$，$m=1$时，$n=3$,

∴当$0\leqslant m\leqslant 3$时，n的取值范围是$-1\leqslant n\leqslant 3$;

②∵函数$y=kx+2$的图象与x轴、y轴的交点分别为A，B,

∴$A(-\frac{2}{k},0)$，$B(0,2)$，

∴当$k<0$时，$0\leqslant m\leqslant -\frac{2}{k}$,

∵$n=-m^2+km+2$,

∴对称轴为直线$m=\frac{k}{2}<0$,

∴当 $m>\frac{k}{2}$时，n 随 m 的增大而减小，

∵$m\geqslant 0>\frac{k}{2}$，

∴n 随 m 的增大而减小，

当 $k>0$ 时，$-\frac{2}{k}\leqslant m\leqslant 0$，

∵$n=-m^2+km+2$，

∴对称轴为直线 $m=\frac{k}{2}>0$，

∵$m\leqslant 0<\frac{k}{2}$，

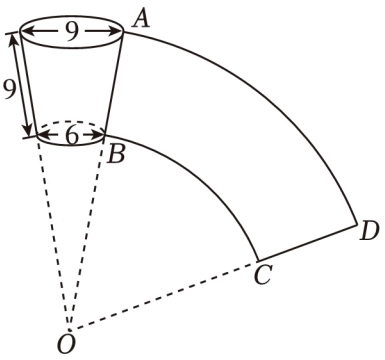
∴n 随 m 的增大而增大，

故可能的序号是（a）（b）．

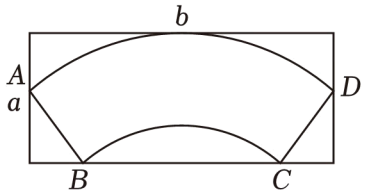
故答案为：（a）（b）．

【点评】本题考查的是二次函数的图象与几何变换，一次函数性质，二次函数的性质，一次函数图象上点的坐标特征，二次函数图象上点的坐标特征，熟知二次函数的性质是解答此题的关键．

27．（11 分）某纸杯的尺寸（单位：cm）如图（1）所示，展开它的侧面得到扇环纸片 $ABCD$（可以看作扇形纸片 OAD 剪去扇形纸片 OBC 后剩余的部分）．



(1)



(2)

（1）$\overset{\frown}{AD}$的长为__9π__ *cm*，*OB*＝__18__ *cm*.

（2）记 *a*×*b* 表示两边长分别为 *a*，*b*（*a*≤*b*，单位：*cm*）的矩形纸片的大小.

①图（2）是可以剪出扇环纸片 *ABCD* 的一张矩形纸片，它的一边与$\overset{\frown}{AD}$相切，点 *B*，*C* 在对边上，点 *A*，*D* 分别在另外两边上，直接写出 *a*，*b* 的值.

②用一张 18.2×25.7 的矩形纸片可以剪出扇环纸片 *ABCD* 吗？说明理由.

③若一张 15×*b* 的矩形纸片可以剪出扇环纸片 *ABCD*，写出求 *b* 的范围的思路（无需算出最终结果）.

【分析】（1）设∠*AOD*＝∠*BOC*＝*n*°，*OB*＝*OC*＝*rcm*，则 *OA*＝（*OD*＝*r*+9）*cm*，利用圆的周长公式和弧长公式解答即可；

（2）①延长 *AB*，*CD*，延长线交于点 *O*，设矩形的边与$\overset{\frown}{AD}$相切于点 *E*，连接 *OE*，交 *BC* 于点 *F*，利用圆的切线的性质定理，矩形 大排的与性质，等边三角形的判定与性质，直角三角形 的边角关系定理解答即可；

②将扇环纸片 *ABCD* 按如图所示放置，*AB* 在矩形的边 *AG* 上，延长 *AB*，*DC*，延长线交于点 *O*，过点

D 作 $DE\perp AG$ 于点 E，过点 C 作 $CF\perp AG$ 于点 F，利用直角三角形 的边角关系定理求得 DE，AF 的长度，再利用它们与 18.2×25.7 的矩形纸片的长与宽作比较即可；

③设计出能够放置扇环纸片 $ABCD$ 的最小的 $15\times b$ 的矩形纸片即可.

【解答】解：（1）由题意得：$\overset{\frown}{AD}$的长为 $9\pi cm$，$\overset{\frown}{BC}$的长为 $6\pi cm$，

设$\angle AOD=\angle BOC=n°$，$OB=OC=rcm$，则 $OA=$（$OD=r+9$）cm，

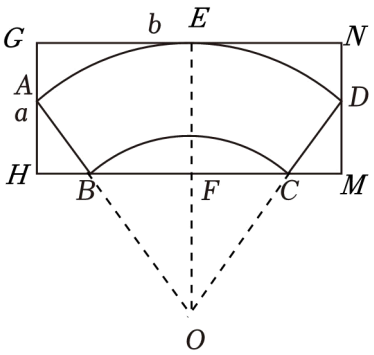
$$\therefore\begin{cases}\dfrac{n\pi r}{180}=6\pi\\ \dfrac{n\pi(r+9)}{180}=9\pi\end{cases},$$

$$\therefore\begin{cases}n=60\\ r=18\end{cases},$$

$\therefore OB=18cm$.

故答案为：9π；18；

（2）①延长 AB，CD，延长线交于点 O，设矩形的边与$\overset{\frown}{AD}$相切于点 E，连接 OE，交 BC 于点 F，如图，



则 $OE\perp GN$，

∵四边形 $GHMN$ 为矩形,

∴四边形 $GHFE$，$MNEF$ 为矩形,

∴$a=GH=EF$,

由题意得：$OB=OC=18cm$，$OA=OD=OE=18+9=27cm$，$\angle AOD=\angle BOC=60°$，$AB=CD=9cm$,

∴△OBC 为等边三角形,

∴$BC=OB=18cm$，$OF=9\sqrt{3}cm$，$\angle OBC=\angle OCB=60°$,

∴$\angle ABH=\angle OBC=60°$，$\angle DCM=\angle OCB=60°$,

∴$BH=\frac{1}{2}AB=4.5cm$，$CM=\frac{1}{2}CD=4.5cm$,

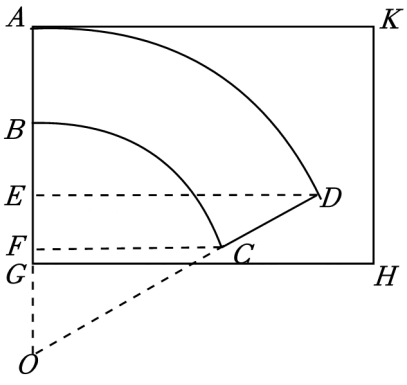
∴$a=EF=OE-OF=（27-9\sqrt{3}）cm$,

$b=GN=HM=HB+BC+CM=4.5+18+4.5=27（cm）$.

②用一张 18.2×25.7 的矩形纸片可以剪出扇环纸片 $ABCD$，理由：

将扇环纸片 $ABCD$ 按如图所示放置，AB 在矩形的边 AG 上，延长 AB，DC，延长线交于点 O，过点 D

作 $DE\perp AG$ 于点 E，过点 C 作 $CF\perp AG$ 于点 F,



由题意得：$\angle O=60°$，$OB=OC=18cm$，$OA=OD=OE=18+9=27cm$，$AB=CD=9cm$，

$\therefore DE=OD\cdot\sin 60°=\frac{27\sqrt{3}}{2}\approx 23.38$（$cm$），$OF=\frac{1}{2}OC=9cm$，$FC=OC\cdot\sin 60°=9\sqrt{3}\approx 15.59$

（cm），

$\therefore AF=OA-OF=27-9=18$（$cm$），

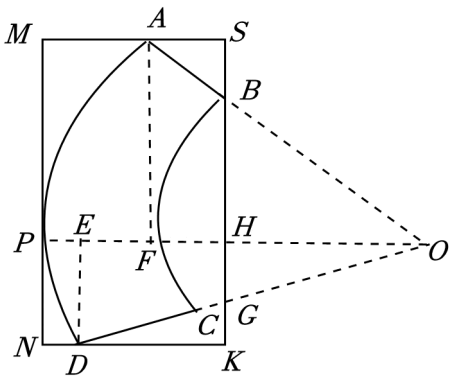
$\because 18<18.2$，$23.38<25.7$，

$\therefore AF<AG=18.2cm$，$DE<GH=25.2cm$，

$\therefore$用一张 18.2×25.7 的矩形纸片可以剪出扇环纸片 $ABCD$.

③设 15×b 的矩形纸片为矩形 $MNKS$，$MS=NK=15cm$，将扇环纸片 $ABCD$ 如图放置，使点 A 在 MS 边

上，点 B 在 KS 边上，点 D 在 NK 边上，$\overset{\frown}{AD}$与边 MN 相切于点 P，



则此时的 b 值最小，若求 b 的范围，则此时的 MN 为 b 的最小值.

延长 AB，DC，延长线交于点 O，连接 OP，OP 交 SK 于点 H，过点 D 作 $DE\perp OP$ 于点 E，过点 A 作

$AF\perp OP$ 于点 F，设 OD 交 SK 于点 G，

由题意得：$\angle AOD=60°$，$OB=OC=18cm$，$OP=OA=OD=OE=18+9=27$（cm），$AB=CD=9cm$，

∵$\overset{\frown}{AD}$与边 MN 相切于点 P，

∴$OP \perp MN$，

∵$DE \perp OP$，$AF \perp OP$，四边形 $MNKS$ 为矩形，

∴四边形 $PNDE$，四边形 $AFPM$，四边形 $PNKH$ 为矩形，

∴$PN=DE$，$MP=AF$，$PH=NK=15cm$，

∴$b=MN=MP+PN=AF+DE$，$OH=OP-PH=12$（cm）．

∴求得 AF，DE 的值即可求得 b 的最小值；

由于 $OA=OD=27cm$，解 Rt△OAF 和 Rt△ODE 即可求得结论．

【点评】本题主要考查了圆的有关性质，圆的切线的性质定理，弧长公式，分类讨论的思想方法，矩形的判定与性质，直角三角形的性质，勾股定理，直角三角形的边角关系定理，等边三角形的判定与性质，添加适当的辅助线构造直角三角形是解题的关键．